

文章编号: 1001-2486 (2001) 04-0001-05

激波诱导惰性堆积粉尘运动的建模及数值模拟*

李洁¹, 陈伟芳¹, 任兵¹, 范宝春²

(1. 国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 南京理工大学动力学院, 江苏南京 210094)

摘要: 基于空间平均的双流体模型, 引入描述颗粒脉动速度的粒化温度, 建立颗粒相的本构方程, 将粒化温度模型推广到解决高速流动问题。采用 AUSM⁺ 有限差分法, 数值模拟激波在一定厚度的惰性粉尘床中传播及诱导粉尘颗粒运动的过程。结果表明, 粒化温度模型较好地描述了这一过程, 证实了此模型在处理稠密颗粒高速流动和流场存在强间断中的可行性。

关键词: 两相流; 粒化温度模型; 激波; AUSM⁺ 方法

中图分类号: O354.5 文献标识码: A

Modeling and Numerical Study on the Shock-induced Fluidization of Inert Powder Layers by the Granular Flow Models

LI Jie¹, CHEN Wei-fang¹, REN Bin¹, FAN Bao-chun²

(1. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. College of Dynamic Engineering, Nanjing Univ. of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The granular flow models on the basis of the kinetic theory are presented for numerical study on a dense particles bed with shock interaction. For the solid phase, the constitute equations are deduced from the interactions between the mean and the fluctuating motions of solid particles, the latter are represented as functions of the granular flow temperature. Numerical simulation by the AUSM⁺ schemes is employed to analyse the flowfield of the shock-induced fluidization of inert powder layers. It shows that the granular flow models are feasible to describe the flow with high speed and strong discontinuity.

Key words: two-phase flow; granular flow models; shock waves; AUSM⁺ schemes

运动激波对接触间断作用引起界面效应及诱导流动现象, 在自然界和工程中经常遇到, 尤其在粉尘爆炸灾害中更为突出。由于近年来工程问题的需要以及计算机技术的迅速发展, 人们已对激波与粉尘界面的相互作用问题进行研究, 取得了一系列重要成果。对于堆积粉尘中出现的激波波系和界面失稳等复杂问题, Ben-Dor, Sakakita 和 Kuhl 曾从理论上探讨激波在惰性粉尘床界面上的掠射, 但模型过于简化, 特别是涉及颗粒间的碰撞效应时, 很难说明问题。本文引入粒化温度模型, 此模型对稠密颗粒流建立了更为理想的数学描述方法, 通过粒化温度来度量颗粒的脉动速度, 进而得到颗粒碰撞应力张量、颗粒动力粘性系数及颗粒传导系数等本构关系式。粒化温度模型已成为多相流领域研究中的新课题, Gidaspow 等将其应用到化工领域, 在低速流动状态下此模型与实验取得较为一致的结果^[6,7]。本文将粒化温度模型推广到研究高速流动状态, 首次将此模型引入解决激波与堆积粉尘的相互作用, 建立颗粒相的本构方程, 采用基于空间平均的双流体模型建立描述气固两相流动的控制方程, 数值模拟激波在一定厚度的惰性粉尘床中传播及诱导粉尘颗粒运动的过程, 以其验证粒化温度模型在解决粉尘爆炸问题中的可用性。

1 控制方程

1.1 平均的气固两相流基本方程组

假设气相和颗粒相均为连续介质, 选取 Euler 型控制体, 结合相界面间断特性, 建立描述各相运动的偏微分方程^[1,2]。

* 收稿日期: 2001-01-12
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (19772018)
作者简介: 李洁 (1974-), 女, 博士生。

质量守恒方程 ($j = g, s$, 其中 g 代表气相, s 代表颗粒相):

$$\frac{\partial (\alpha \rho)_j}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha \rho u_i)_j}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

仅考虑 stocks 阻力和 Saffman 力, 忽略附加质量力、升力、Basset 力和 Magnus 力等, 动量守恒方程:

$$\frac{\partial (\alpha \rho u_i)_g}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha \rho u_i u_j)_g}{\partial x_j} = -\alpha_g \frac{\partial p}{\partial x_j} + \alpha_g \rho_g g_j + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \beta_j (u_{j,s} - u_{j,g}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\alpha \rho u_i)_s}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha \rho u_i u_j)_s}{\partial x_j} = -\alpha_s \frac{\partial p}{\partial x_j} + \alpha_s \rho_s g_j + \frac{\partial \Pi_{ij}}{\partial x_i} + \beta_j (u_{j,g} - u_{j,s}) + F_S \quad (3)$$

式中: F_S —Saffman 升力, β_j —相间阻力系数, τ_{ij} —气相剪切应力, Π_{ij} —固相总应力张量。

能量守恒方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\alpha \rho E)_g}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha \rho u_i E)_g}{\partial x_i} = & -\frac{\partial \alpha_g u_j p}{\partial x_j} - p \frac{\partial \alpha_s u_{j,s}}{\partial x_j} + \alpha_g \rho_g g_j u_j + \frac{\partial (\alpha_g u_{g,j} \tau_{ij} + \alpha_s u_{s,j} \tau_{ij})}{\partial x_i} \\ & + \beta_j (u_{j,s} - u_{j,g}) u_{j,s} + Q_{gs} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k_g \frac{\partial T_g}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\alpha \rho (E + E'))_s}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha \rho u_i (E + E'))_s}{\partial x_i} = & -\frac{\partial \alpha_s u_j p}{\partial x_j} + p \frac{\partial \alpha_s u_j}{\partial x_j} + \alpha_s \rho_s g_j u_j + \frac{\partial (\alpha u_j \Pi_{ij})}{\partial x_i} \\ & + \beta_j (u_{j,g} - u_{j,s}) u_{j,s} - Q_{gs} + F_{s,v_s} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} - \gamma \end{aligned} \quad (5)$$

式中: E' —脉动动能, Q_{gs} —相间传热, k_g —气相热传导系数, q_j —脉动能通量, γ —碰撞能量耗散。

为使上述方程组封闭, 还需建立若干本构关系式, 本构关系式中包括对各种物性参数及边界条件提法。对气相湍流模型, 不计颗粒相脉动对气相的影响, 采用 SGS (subgrid-scale) 模型简化计算^[8]

$$\tau_{ij} = \mu_g \left[\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \quad (6)$$

$$\mu_g = \mu_t + \mu_l = \mu_l + \rho_g (c_t \Delta)^{1/2} (\bar{\tau}_{ij} \cdot \bar{\tau}_{ij}) \quad (6a)$$

其中 $c_t = 0.1$, $\Delta = \sqrt{\Delta x \Delta y}$

1.2 引入粒化温度模型构造本构关系式

假设颗粒粒径单一, 颗粒内部温度均匀, 颗粒密度为常数, 将颗粒视为质量和体积很大的分子, 定义单颗粒分布函数为 $f(\mathbf{r}, \mathbf{c}, t)$ 。它是颗粒速度 \mathbf{c} 、空间位置 \mathbf{r} 和时间 t 的函数。则描述颗粒流动的 Boltzmann 方程为

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{c}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \quad (7)$$

上式表明, 单位体积内颗粒数的平衡, 即单颗粒速度分布函数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{c}, t)$ 随时间总的碰撞变化率等于单位体积颗粒数随所有随机变量的变化。以通用物理参量 ψ 乘以 Boltzmann 方程, 并对速度空间 $d\mathbf{c}$ 进行积分, 可得 Maxwell 输运方程:

$$\frac{D}{Dt} \langle n \psi \rangle + \langle n \psi \rangle \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \langle n \psi C \rangle - n \langle F - \frac{Dv}{Dt} \rangle \langle \frac{\partial \psi}{\partial C} \rangle - n \langle \frac{\partial \psi}{\partial C} C \rangle \frac{\partial v}{\partial r} = \psi_c \quad (8)$$

式中 n 为分子数密度, v 为平均速度, C 为脉动速度, ψ_c 为碰撞源项。

根据 Chapman 和 Cowling 在文献 [9] 中所述, 令 $f^{(1)}$ 为单颗粒速度分布函数的二级近似:

$$f^{(1)} = f^{(0)} \phi^{(1)} \quad (9)$$

其中, $\phi^{(1)}$ 是 n 和 C 的函数^[9]; $f^{(0)}$ 是单颗粒速度分布函数的一级近似, 取其为 Maxwellian 分布:

$$f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{c}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta}} \exp\left[-\frac{1}{2\theta}(\mathbf{c} - \mathbf{v})^2\right] \quad (10)$$

假定颗粒为表面光滑的非弹性圆球, 仅考虑颗粒的平动, 不计表面摩擦及转动的影响, 并且颗粒遵循混沌假说, 即只需考虑颗粒的二体碰撞, 则因碰撞而导致的生成源项可表示为^[4]

$$\psi_c = \nabla \cdot \Theta + \chi \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Theta = & \frac{d_p}{4} \int_{c_{12} \cdot k > 0} (\psi'_1 - \psi_1) \chi_{c_{12} \cdot k} k d_p^2 f^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{c}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{c}_2; t) dk dc_1 dc_2 \\ & + \frac{d_p^4}{4} \int_{c_{12} \cdot k > 0} (\psi'_1 - \psi_1) f^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{c}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{c}_2; t) k \nabla \ln \frac{f_2}{f_1} k(\mathbf{c}_{12} \cdot \mathbf{k}) dk dc_1 dc_2 \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\chi = \frac{1}{2} \int_{c_{12} \cdot k > 0} (\psi'_2 + \psi'_1 - \psi_2 - \psi_1) \chi_{c_{12} \cdot k} k d_p^2 f^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{c}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{c}_2; t) dk dc_1 dc_2 \quad (11b)$$

式中 f^2 是双颗粒速度分布函数, $f^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{c}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{c}_2; t) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{c}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{c}_2$ 表示在中心为 \mathbf{r}_1 、 \mathbf{r}_2 的体积元 $d\mathbf{r}_1$ 、 $d\mathbf{r}_2$ 中发现一对速度分别落在 \mathbf{c}_1 、 $\mathbf{c}_1 + d\mathbf{c}_1$ 和 \mathbf{c}_2 、 $\mathbf{c}_2 + d\mathbf{c}_2$ 范围内的颗粒的概率。Chapman 和 Cowling 根据 Enskog 假说, 得出

$$f^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{c}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{c}_2; t) = g_0(\alpha_s) f(\mathbf{r}_1, \mathbf{c}_1; t) f(\mathbf{r}_2, \mathbf{c}_2; t) \quad (11c)$$

式中 $g_0(\alpha_s)$ 为径向分布函数, 反映空间双颗粒相关分布。Savage 和 Jeffrey 给出简单表达式^[7]:

$$g_0 = \left[1 - \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s, \max}} \right)^3 \right]^{-1} \quad (11d)$$

颗粒流中 $\alpha_{s, \max}$ 通常小于 0.7。

令 $\psi = mC_i$, 代入方程 (8), 可得颗粒相动量方程及总应力张量 Π_{ij}

$$\Pi_{ij} = -\alpha_s \rho_s \langle C_i C_j \rangle + \Theta(\langle mc_j \rangle) \quad (12)$$

取 $\psi = 1/2 (mC^2)$, 代入方程 (8), 利用所求得的动量方程, 可推出颗粒脉动动能方程:

$$\frac{3}{2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho \theta) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha_s \rho u_j \theta) \right] = \Pi_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} - \gamma + \beta \langle C_{gi} C_i \rangle - C_i C_i \quad (13)$$

$$\text{式中} \quad \theta = 1/3 \langle C^2 \rangle \quad (13a)$$

θ 定义为粒化温度, 它是颗粒脉动动能的度量, 不同于颗粒的真实温度。 γ 为颗粒非弹性碰撞产生的能量耗散。式 (13) 右边第一项代表因颗粒相变形产生的能量; 第二项表示颗粒相能量传递; 最后一项表示相间的脉动能量传递, 若忽略气相脉动速度与颗粒相脉动速度的关联, 此项可略去。

利用方程式 (8) ~ (13), 可得颗粒总应力张量 Π_{ij} 、脉动能通量 q_j 、碰撞能量耗散 γ 及颗粒压力 p_s 、颗粒体粘性系数 ξ_s 、颗粒动力粘性系数 μ_s 、颗粒脉动能传导系数 k_θ 。具体表达式略去。

通过粒化温度, 建立起颗粒相的本构关系式, 较完整地描述了颗粒间的动力性质。

1.3 气固两相间作用系数的确定

单位质量颗粒受到的 Saffman 升力为^[21]

$$F_S = \text{sgn} \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \right) - \frac{3k}{2\pi d_p \rho_s} \left(u_g - u_s \right) \chi \left(\rho \mu \left| \frac{\partial u_g}{\partial y} \right| \right) \quad (14)$$

其中 k 为升力系数, 理论值为 6.46。

单位体积相间传热 Q_{gs}

$$Q_{gs} = \frac{6}{d_p^2} Nu k_g \alpha_s (T_g - T_s) \quad (15)$$

$$\text{式中} \quad Nu = 2 + 0.6 Pr^{1/3} Re^{1/2} \quad (15a)$$

k_g 为气相热传导系数, Pr 为气相 Prantle 数。相间阻力系数 β_j 详见文献 [4]

至此, 联立方程 (8) 及各表达式, 气固两相基本方程组 (1) ~ (5) 可封闭求解。

2 数值解法

将无量纲化后方程组改写成近似守恒形式,

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{F}_V}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_V}{\partial y} + \mathbf{H} + \mathbf{S} \quad (16)$$

式中 F 、 G 为对流项通量, F_V 、 G_V 为粘性项通量, S 为源项, 将方程组改写成近似守恒形式后, 各方程存在一阶导数项, H 表示此项。

颗粒相的对流项与气相对流项形式上相同, 故而计算格式均采用 AUSM+ 有限差分法^[5]。基本思路是将对流通量和压强通量分离, 分别考虑与 $u + a$ 、 $u - a$ 相关的非线性场和与 u 相关的线性场, 利用非线性波的近似多项式函数代表波的相互作用, 得出网格交界面上的对流速度和压强, 线性场由界面速度表征。

观察方程组 (16) 中的一阶导数项 H , 导函数均与对流速度相关, 因而按上述方法在线性场中重构导函数; 处理源项时, 利用半隐式格式; 粘性项采用中心差分。由时间分裂法, 气相和固相方程组差分格式如下:

$$E_{i,j}^{n+1} = L_g\left(\frac{\Delta t}{2}\right)L_s(\Delta t)L_g\left(\frac{\Delta t}{2}\right)E_{i,j}^n \quad (17)$$

其中 g 代表气相方程组, s 代表固相方程组。

3 算例与结果分析

无限大半平面中, 有一运动激波扫掠堆积在壁面上的粉尘, 为研究此物理过程, 将坐标固定于初始运动激波上, 如图 1 所示。激波上游无穷远处的气流和粉尘以及固壁均以 u_∞ 沿 x 正向运动, 假定 $T_\infty = 288.15\text{K}$, 粉尘床厚度为 1cm , 颗粒密度为 1100kg/m^3 , 运动激波马赫数 $\text{Mach} = 2$, 粉尘床内粉尘颗粒体积分数 $\alpha_s = 0.47$ 。

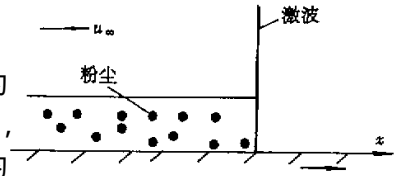


图1 物理模型示意图

Fig.1 Schematic illustration of the problem

计算区域为 $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(0, 3)$, $(4, 3)$ 四点构成的矩形域。采用均匀网格。边界条件中, 壁面上气体无滑移, 颗粒滑移, 法向分速均为 0, 颗粒脉动动能为 0; 入口处为来流; 上边界根据正激波关系式给出; 其余边界由内点线性外推。

数值模拟结果分析如下:

图 2 为气相等密度线图。由图可见, 界面上方的激波接近界面时稍向后弯曲, 以大约 86° 的倾斜角进入粉尘界面后, 迅速向后弯曲, 形成明显的透射波, 因堆积粉尘的可压缩性很小, 故透射激波的入射角 (与水平面夹角) 极小, 大约 5° 左右。由于两相的相互作用, 透射激波强度减弱, 尾部逐渐形成压缩波, 随后压缩波垂直于壁面发展, 壁面附近因一系列压缩波作用, 形成一高压区。

图 3 表示颗粒相体积分数分布图, 结果表明, 颗粒穿越激波后, 沿入射激波在界面下方附近处积压, 使得此区域内颗粒浓度陡然增大, 归因于入射激波诱导气流卷入粉尘床, 气流带动颗粒向后下方运动, 从而出现此高浓度区。同时堆积粉尘因激波压缩稍向下折转约 2° 。

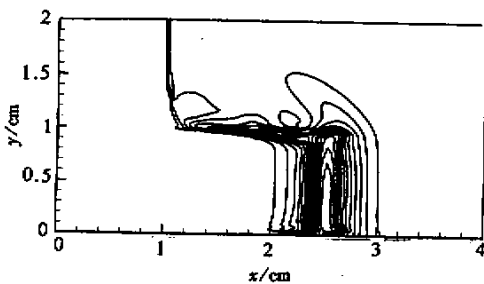


图2 气相等密度线图

Fig.2 Density contours of gas phase

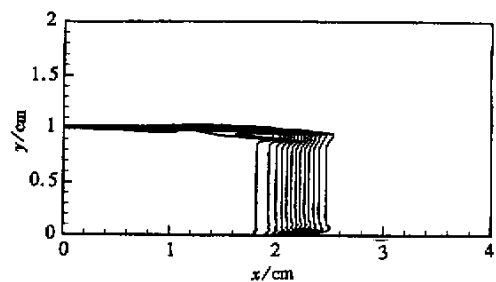


图3 颗粒相等体积分数线图

Fig.3 Volume fraction contours of solid phase

图 4 为粉尘云界面示意图, 由颗粒受力分析可知, 当颗粒与气流有相对运动且气流流向速度沿法向存在梯度时, 颗粒将受到 Saffman 升力。界面附近气流具有较大的速度梯度, 接近界面的颗粒法向

速度为正，从而将界面上抬，越往下游上抬越显见，形成粉尘云结构。在壁面上，因颗粒相采用滑移条件，而气相完全受粘性阻滞作用，使得壁面附近的颗粒阵面加速向下游推进，逐渐形成尖缘。



图4 粉尘界面示意图

Fig.4 Illustration of the granular interface

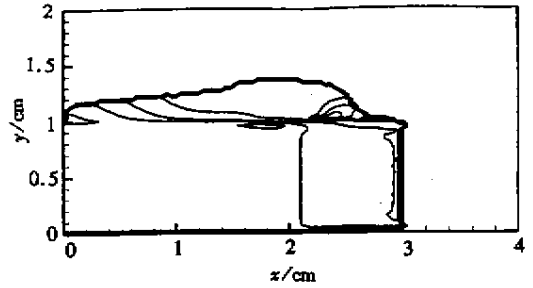


图5 等粒化温度线图

Fig.5 Granular temperature contours

图5为颗粒相粒化温度分布图，考察控制方程易知，正是通过此参数来描述颗粒与颗粒碰撞效应的，它直接反映了颗粒的脉动动能。文献[2]指出，颗粒脉动速度的确切值目前知道的较少，对其仅仅是一种估计。此文算例中设颗粒脉动速度量级为 1m/s ，由图可见，颗粒脉动动能（粒化温度）随着颗粒密集迅速下降，在颗粒达到最大体积分数，即密集程度最高的区域，粒化温度降至最低。沿着粉尘界面，颗粒体积分数骤减，颗粒迅速稀疏开，法向速度梯度增大，从而脉动增强，在构成的剪切层中达到最大脉动动能。在壁面上，颗粒相的脉动动能在计算过程中假定为0，实际上，脉动动能的损失大小与颗粒和壁面碰撞作用的机理有关，有待深入研究。

4 结论

(1) 引入粒化温度模型，建立颗粒相本构方程，结合空间平均的双流体模型，采用AUSM⁺方法，数值模拟激波扫掠惰性堆积粉尘的运动过程，证实粒化温度模型在处理稠密颗粒高速流动和流场存在强间断中的可行性。

(2) 激波入射到粉尘床内，向后弯曲且诱导界面附近颗粒向后下方运动，形成一颗粒密集区，随时间逐步向下游扩展。颗粒因受Saffman升力作用，形成粉尘云，在其附近颗粒脉动最大。

(3) 本文仅以运动激波马赫数 $\text{Mach} = 2$ ，颗粒相体积分分数 $\alpha_s = 0.47$ 为例，数值模拟随参数变化各物理量的变化情况。同时，模型也为处理颗粒与壁面作用提供了可能。

参考文献：

- [1] 范宝春. 两相系统的燃烧、爆炸和爆轰 [M]. 北京：国防工业出版社，1998.
- [2] 刘大有. 二相流体动力学 [M]. 北京：高等教育出版社，1993.
- [3] 吴其芬, 陈伟芳. 高温稀薄气体热化学非平衡流动的 DSMC 方法 [M]. 长沙：国防科技大学出版社，1999.
- [4] Gidaspow. Multiphase Flow and Fluidization [M]. Academic Press, INC. 1994.
- [5] Meng-Sing Liou. Progress Towards an Improved CFD Method: AUSM⁺ [J]. AIAA 95-1701, 1995.
- [6] Arild Samuelsen. Computational Modeling of Gas/Particle Flow in a Riser [J]. AIChE J., 1996, 42 (6): 1536-1546.
- [7] Jianmin Ding, Dimitri Gidaspow. Bubbling Fluidization Model Using Kinetic Theory of Granular Flow [J]. AIChE J., 1990, 36 (4): 523-538.
- [8] Deardorff J W. On the Magnitude of the Subgrid Scale Eddy Coefficient [J]. Computational Physics, 1971, 7: 120-133.
- [9] Chapman S, Cowing T G. The Mathematical Theory of Non-uniform Gases [M]. Cambridge University Press. 1961.

