

文章编号: 1001-2486 (2001) 04-0006-04

三星时差定位卫星簇的分析与设计*

王海丽¹, 陈磊, 任萱

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 依据三星时差定位精度分析的结论, 提出了三星时差定位卫星簇的设计原则, 分析了卫星簇几何形状的变化规律, 讨论了全球定位卫星簇的设计, 给出了一种快速简洁的设计方法。仿真分析表明, 按照本文方法设计的卫星簇能够提供全球的高精度定位。

关键词: 星座设计; 卫星簇; 时差定位

中图分类号: V41 文献标识码: A

Analysis and Design of Three Satellites Cluster for Time-difference Localization

WANG Hai-li, CHEN Lei, REN Xuan

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: This paper brings forward the principle of designing three satellites cluster for time-difference localization according to the analysis of positioning precision. It analyses the geometry transformation of the cluster, and discusses the design of global localization cluster. An efficient designing method is given in the end. It is proved by simulation that the satellites cluster designed by this method can provide global high-precision localization.

Key words: cluster designing; satellites cluster; time-difference localization

三星时差定位星座由星间距很小的三颗卫星组成, 也称为三星卫星簇。星载接收系统在空间截获地面辐射源的无线电信号, 经过处理可以得到同一信号到达三颗卫星的时间, 从而构成两个时差观测方程, 能够对位于地面的辐射源进行二维定位。

影响三星时差定位精度的主要因素是时差的测量误差和三星位置的测量误差。本文假设卫星自身可以通过某种手段如差分 GPS 等精确定位, 因此文章主要考虑了时差测量误差引起的定位误差。定位精度可用二维水平位置几何精度衰减因子 HDOP^[1,2]来衡量。HDOP 越小, 定位精度越高, 反之则越低。根据时差观测方程可以推出 HDOP 在一阶近似情况下的计算公式^[3], 分析 HDOP 的计算公式可知, HDOP 与地面辐射源的位置、卫星簇的几何形状以及组成卫星簇的卫星轨道高度有关。

1 定位精度分析与卫星簇设计原则

在文献 [3] 中对三星卫星簇的定位精度进行了系统研究, 得如下结论:

结论 1 当卫星簇几何形状保持不变时, HDOP 随着卫星轨道高度的降低而降低。

结论 2 对于一个确定的卫星簇, 地面覆盖区内存在着一点 HDOP 最小, 称这点为最优点; 以最优点为中心, 向着不同方向 HDOP 以不同幅度增加。当三星等高度时, 最优点近似为卫星簇三角形重心的星下点。称最优点为卫星簇的星下点。

HDOP 从最优点向外增大, 在几百千米区域内增幅不大, 定位精度均很高。同时 HDOP 小于给定值 (满足精度) 的地面辐射源所在地均近似为球冠, 类似于卫星的覆盖区可用地心角近似表示^[4]。

结论 3 对于相同轨道高度的卫星簇, 当它的几何形状为等腰三角形时, 定位精度最佳; 相同底边, 底边上的高越大, 定位精度越高。

依据上述结论可知, 卫星簇的定位精度与卫星簇的几何形状、卫星的轨道高度及地面辐射源位置有关, 因此在进行卫星簇设计时, 选择恰当的卫星簇参数能够有效地提高卫星簇的定位精度, 并可以

* 收稿日期: 2001-01-09

作者简介: 王海丽 (1973-), 女, 博士生。

使重点地区的地面辐射源获得高的定位精度。

在设计中,为保证卫星对地周期性覆盖,将三星轨道取为等周期的回归轨道或准回归轨道。为节省星上燃料,卫星簇的轨道平面数不易过多,故令组成卫星簇的三颗卫星 S_1 和 S_2 共面, S_3 在相邻的轨道平面内,称卫星 S_1 和 S_2 所在轨道面为主轨道面。

2 卫星簇几何形状的演化

为使三星轨道等周期,可以取三星轨道为等高度的圆轨道,分属两个轨道面^[5]。三星之间大圆弧的变化就反映了卫星簇星间距的变化。令两个轨道平面与天球相交得到两个大圆 PMP' 、 PNP' (图 1)。 M 为大圆弧 PMP' 的中点, N 为大圆弧 PNP' 的中点,则大圆弧 MN 垂直平分大圆弧 PMP' 和大圆弧 PNP' 。

设图 1 为三星初始布局, S_1 和 S_2 在大圆弧 PNP' 上,且 $S_1N = S_2N = \Delta u$; S_3 在 M 点上。三颗卫星等角速度运动, S_3 沿 PMP' 方向, S_1 和 S_2 沿 PNP' 方向。则当卫星运动的弧长为 u 时,

$$S_3S_2 = \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - u) * \cos(\frac{\pi}{2} - u + \Delta u) + \sin(\frac{\pi}{2} - u) * \sin(\frac{\pi}{2} - u + \Delta u) * \cos MN) \quad (1)$$

$$S_3S_1 = \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - u) * \cos(\frac{\pi}{2} - u - \Delta u) + \sin(\frac{\pi}{2} - u) * \sin(\frac{\pi}{2} - u - \Delta u) * \cos MN) \quad (2)$$

取 $MN = 0.6^\circ$, $\Delta u = 0.5^\circ$, 卫星轨道高度 1000 千米,令 $u \in (-180^\circ, 180^\circ)$, 绘制 S_3S_2 与 S_3S_1 的弧长曲线如图 2, 由于 S_3S_2 与 S_3S_1 的弧长几乎相等, 弧长曲线基本重合, 为显示两者弧长的差别, 图 2 绘制了两者的弧长差值曲线。从图 2 可知, 随着卫星簇的周期运动, 三星所组成的三角形的形状将进行周期性的变化, 卫星 S_3 在主轨道面的一侧由距离主轨道面最远变为最近, 再运行到主轨道面的另一侧由距离主轨道面最近变为最远。在整个运行过程中, 卫星簇基本上保持为等腰三角形, 只是微有变形, 而等腰三角形对于提高定位精度是有利的。

对(1)式、(2)式求偏导, 令 $\partial S_3S_2 / \partial u = 0$; $\partial S_3S_1 / \partial u = 0$, 由此可得, 当 $u = \Delta u / 2$ 时, S_3S_2 取最大值, $u = -\Delta u / 2$ 时, S_3S_1 取最大值。当 Δu 和 MN 很小时, 可近似认为 $u = 0$ 时, 边长取最大值。

3 全球定位卫星簇设计分析

在卫星只受距离平方反比地心引力作用假设下, 对圆形卫星轨道, 讨论全球三星时差定位卫星簇设计 (此处全球定位是指通过一段时间内卫星与地球表面的相对运动, 使总的卫星地面覆盖区覆盖整个地球; 不是指某一时刻对地球表面完全覆盖)。采用圆轨道, 则卫星运行角速度恒定, 对于全球的均匀覆盖极为有利^[6]。在设计中, 由于须满足对地覆盖、定位精度和定位模糊度等约束条件, 卫星簇的星间距 $(l_{12}, l_{23}, l_{31}) \in [l_{\min}, l_{\max}]$, 其中, l_{ij} 表示卫星 S_i 与卫星 S_j 之间距离, l_{\min} 由定位精度和定位模糊度决定, l_{\max} 由对地覆盖区域大小决定。事实上, 限制了星间距也就限制了卫星簇的几何形状。

由结论 3 可知, 卫星簇的最优几何形状 (定位精度最优) 是星间距约束所允许的边长最大的等边三角形。上节的分析表明卫星簇在一个周期内可两次获得最优几何形状; 同时卫星簇几何形状两次退化为一条直线, 无法满足定位要求。

一个卫星簇的设计, 主要是获取满足约束条件的三颗卫星的轨道要素。由于轨道倾角决定了对地定位区的纬度范围, 对于全球覆盖回归轨道的设计, 为确保对高纬度地区的高精度定位, 取轨道倾角 $i = 90^\circ$ 或者 90° 附近^[4] (由满足精度要求的可定位区的大小、以及太阳回归轨道特性等因素决定)。设

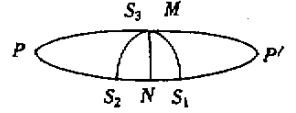


图 1 卫星簇布局示意图

Fig.1 Cluster configuration

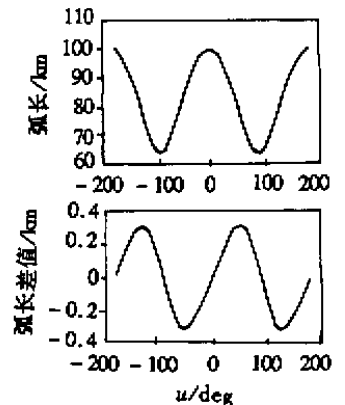


图 2 弧长变化示意图

Fig.2 Arc length curves

组成卫星簇的三颗卫星的回归周期均为 D 日 N 圈, 卫星簇星下点相邻圈的经度间隔 $\Delta\lambda = \frac{2\pi}{N}$, 满足精度要求的地面定位区地心角为 d , 则^[4]

$$d > \frac{\Delta\lambda}{2} \quad (3)$$

利用工程限制给定卫星的最大高度, 取卫星簇的最大星间距为 l_{\max} , 定位精度要求为 $HDOP < HDOP_{\max}$, 由 (3) 式可得卫星回归周期的取值范围, 具体取值由实际应用确定。在此基础上, 卫星簇设计主要是计算三颗卫星升交点赤经和平近点角。下文仿真算例中取 $l_{\max} = 100\text{km}$, $HDOP_{\max} = 80$ 。

3.1 等轨道倾角卫星簇的设计

取三星等轨道半长轴, 则三星的轨道周期相等。取三星等轨道倾角, 根据第 2 节的分析知, 若将卫星簇在赤道上空布置为最优几何形状, 则卫星簇运行过程中, 星间距满足约束条件。卫星簇布局如图 3 所示, 设赤道上点 P 的经度为 λ , 此时赤经为 α 。令点 P 刚好是连接两条轨道升交点大圆弧 P_1P_2 的中点, 过 P 点的大圆弧 S_3A 垂直两条轨道, 点 P 也平分大圆弧 S_3A 。由回归轨道条件可得轨道半长轴 a , 则可求出三星的升交点赤经 Ω_i 和平近点角 M_i 。

$$\begin{aligned} \theta &= S_1S_2 = S_3S_2 = 2\arcsin(l_{\max}/2a), S_3A = \arccos(\cos S_3S_2/\cos(\theta/2)) \\ PP_1 &= PP_3 = \arcsin(\sin(S_3A/2)/\sin i), AP_1 = \arccos(\cos PP_1/\cos(S_3A/2)) \\ \Omega_1 &= \Omega_2 = \alpha - PP_1, \Omega_3 = \alpha + PP_1 \end{aligned} \quad (4)$$

$$M_1 = AP_1 - \theta/2, M_2 = AP_1 + \theta/2, M_3 = -AP_1 \quad (5)$$

图 4 是 $i = 90^\circ$ 、 $\alpha = 0^\circ$ 条件下, 一个轨道周期内的 HDOP 等值曲线。三星的轨道要素为: $a = 7828.35\text{km}$, $\Omega_1 = \Omega_2 = -\Omega_3 = -0.316927^\circ$, $M_1 = -M_2 = -0.365953^\circ$, $M_3 = 0^\circ$ 。图 4 表明在南北半球获得对称的定位精度, 纬度约 $\pm 75^\circ$ 之间范围能获得要求的定位精度, 高纬地区定位精度迅速下降。

仿真计算表明, 三星等轨道倾角的卫星簇若将最优几何形状布置在北半球或南半球, 对于提高高纬地区定位精度效果并不显著, 而且卫星簇飞经赤道附近的弧段星间距过大、不能够进行定位, 赤道附近的定位精度将迅速下降。故此时无法实现全球定位。

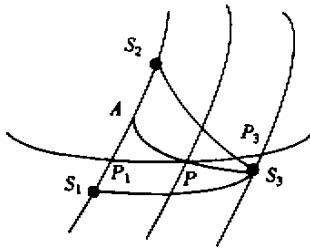


图 3 卫星簇布局示意图之一

Fig.3 Cluster configuration I

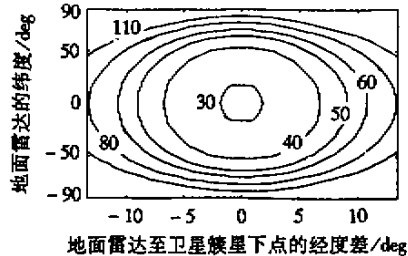


图 4 HDOP 等值曲线之一

Fig.4 Iso-HDOP curves I

3.2 不等轨道倾角卫星簇的设计

同 3.1 节, 三星均取等轨道半长轴。但三星取不同的轨道倾角, 令 S_1 和 S_2 在同一轨道上运行, 轨道倾角为 i_1 , S_3 在轨道倾角为 i_3 的另一条轨道上。基于 3.1 节的讨论, 本文引入“伪赤道”的概念, 讨论在 $i_3 \neq i_1$ 时的全球定位星座。

设卫星簇最佳几何构型所对应的地面点 P 的赤经为 α 、纬度为 φ 。将过点 P 与赤道夹角为 φ 的大圆弧称为伪赤道, 伪赤道与赤道的交点 M 赤经为 $\alpha_M = \alpha - \pi/2$, $PM = 90^\circ$ 。令三星所在的两个轨道平面相对伪赤道的轨道倾角相等, 记为 i' 。将卫星簇在伪赤道上空布置为最优几何形状, 卫星簇布局如图 5 所示。此时, 由 3.1 节分析可知, 当 i' 在 90° 附近时, 卫星簇符合要求的定位区域是相对于伪赤道的伪纬度范围为 $[-\varphi', \varphi']$ 的区域内。经坐标转换可知, 当 $\varphi' > \max(\varphi, 90^\circ - \varphi)$ 时, 相对于

地球的符合要求的卫星簇定位区域是纬度范围为 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 的区域内。在此基础上, 令回归周期内卫星簇星下点轨迹相邻圈之间的经度间隔为 $\Delta\lambda_0$, 卫星簇最小侦收区经度间隔为 $\Delta\lambda_d$, 则当 $\Delta\lambda_0 < \Delta\lambda_d$ 时, 在一个回归周期内卫星簇能够对全球的地面辐射源进行定位。

伪赤道的引入, 使得最优几何形状布置在南北半球, 星间距在最优几何形状处最大。对 3.1 节的卫星簇轨道设计进行了扩展, 以下是轨道设计的具体公式。

轨道半长轴 a 由回归轨道条件确定。三星相对于伪赤道的平近点角 M'_i 可用 (5) 式求得, 三星的轨道倾角 i_i 、升交点赤经 Ω_i 和平近点角 M_i 计算公式如下:

$$\begin{cases} i_1 = \pi - \arccos(-\cos\varphi\cos i' + \sin\varphi\sin i'\cos(\pi/2 - PP_1)) \\ i_3 = \arccos(\cos\varphi\cos i' + \sin\varphi\sin i'\sin(\pi/2 - PP_3)) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} P_1P_{11} &= \arcsin(\sin\varphi\sin(\pi/2 - PP_1)/\sin i_1), P_3P_{33} = \arcsin(\sin\varphi\sin(\pi/2 - PP_3)/\sin i_3) \\ MP_{11} &= \arcsin(\sin i'\sin(\pi/2 - PP_1)/\sin i_1), NP_{33} = \arcsin(\sin i'\sin(\pi/2 - PP_3)/\sin i_3) \\ \Omega_1 &= \Omega_2 = \alpha_M - \pi/2 + MP_{11}, \Omega_3 = \alpha_M + \pi/2 - NP_{33} \end{aligned} \quad (7)$$

$$M_1 = P_1P_{11} + M'_1, M_2 = P_1P_{11} + M'_2, M_3 = P_3P_{33} + M'_3 \quad (8)$$

图 6 是 $i' = 90^\circ$ 、 $\alpha = 0^\circ$ 、 $\varphi = 20^\circ$ 条件下, 一个轨道周期内的 HDOP 等值曲线。三星的轨道要素为: $a = 7828.35\text{km}$, $i_1 = 90.1084^\circ$, $i_3 = 89.8916^\circ$, $M_1 = 19.6338^\circ$, $M_2 = 20.3657^\circ$, $M_3 = 19.9997^\circ$, $\Omega_1 = \Omega_2 = -\Omega_3 = -0.297814^\circ$ 。图 6 所示最小侦收区经度间隔 $\Delta\lambda_d$ 约为 18° , 而此时回归周期为 2 日 25 圈, 卫星簇星下点轨迹相邻圈之间的经度间隔 $\Delta\lambda_0 = 2\pi/25 = 14.4^\circ$, $\Delta\lambda < \Delta\lambda_d$, 故在一个回归周期内卫星簇能够对全球的地面辐射源进行定位。

在卫星簇轨道设计中, 伪赤道上的轨道倾角 i' 一般取为 90° 。如果卫星簇主轨道 (S_1 和 S_2 所在轨道) 对轨道倾角有明确要求, 则可通过公式 (6) 来反解轨道倾角 i' 。

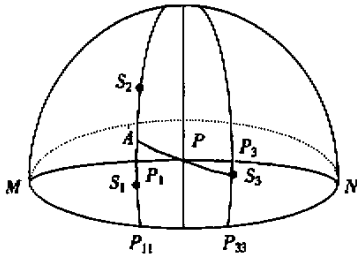


图 5 卫星簇布局示意图之二

Fig.5 Cluster configuration II

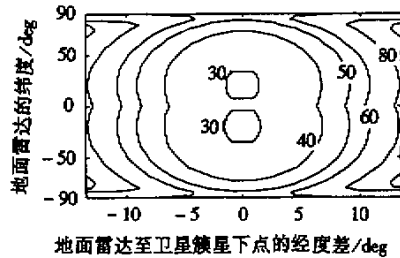


图 6 HDOP 等值曲线之二

Fig.6 Iso-HDOP curves II

4 结论

本文在卫星只受距离平方反比地心引力作用的假设下, 针对圆形卫星轨道, 给出了全球定位卫星簇一种快速而简洁的设计方法。数字仿真表明以本文方法设计的卫星簇能够对位于全球的地面辐射源提供高精度的定位。在考虑轨道保持的前提下, 上述方法也可用来进行受摄情况下的卫星簇设计。

参考文献:

- [1] Eric Frayssinhes, Erick Lansard. Designing Clusters of Satellites for Radiolocalisation Purposes [C]. AS paper, 1995.
- [2] 张守信. GPS 卫星测量定位理论与应用 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996.
- [3] 王海丽, 任莹, 陈磊. 三星时差定位星座的定位精度分析 [J]. 中国空间科学技术, 2000, (5).
- [4] 任莹. 人造地球卫星轨道力学 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1988.
- [5] Eric Frayssinhes, Erick Lansard. Mission Analysis of Clusters of Satellites [C]. IAF paper, 1995.
- [6] 陈磊, 任莹. 三星星座的分析与设计 [J]. 国防科技大学学报, 1998, 20 (3).
- [7] 杨嘉樨主编. 航天器轨道动力学与控制 (上) [M]. 宇航出版社, 1995.

