

文章编号: 1001-2486 (2001) 05-0005-04

匀速直线运动目标脱靶量测量方法*

单月晖, 楼生强, 皇甫堪

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 研究了匀速直线运动目标的脱靶量测量问题。文中首先给出了脱靶量测量的数学模型, 将匀速直线运动目标的脱靶量测量表示为交会过程中目标径向距离时间序列的非线性拟合问题, 并讨论了其求解的最优化算法。仿真结果表明, 这种基于径向距离时间序列的目标脱靶量测量方法是简洁有效的。

关键词: 脱靶量; 测量; 径向距离; 抛物线; 参数估计; 数据处理

中图分类号: TJ760.6⁺25 文献标识码: A

Miss Distance Measurement for Targets with Rectilinear Trajectories and Constant Velocities

SHAN Yue-hui, LOU Sheng-qiang, HUANG-FU Kan

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The miss distance measurement for targets in rectilinear motion and with constant velocities is studied. A miss distance measurement mathematical model is established at first. Based on it, the measurement problem is represented as the nonlinear fitting of radial distance time series in the course of interceptions, and then optimizing algorithms are discussed for solving it. Simulations show that the method for miss distance measurement based on radial distance time series is simple and effective.

Key words: miss distance; measurement; radial distance; parabola; parameter estimation; data processing

脱靶量测量的目的是确定靶机和导弹运动轨迹之间的相对空间位置以及靶机的部分姿态参数, 包括靶机运动轨迹的相对方位角和俯仰角。故在导弹靶场试验中, 脱靶量的测量对于检验和评估导弹的性能起着关键性的作用。

脱靶量测量的传统方法是假设目标作匀加速运动, 操作复杂, 计算繁琐。该文研究了匀速直线运动目标的脱靶量测量问题。文中首先给出了脱靶量测量的数学模型, 选用一组合适的坐标参数, 利用弹与靶的交会过程中各个采样点上导弹到靶机之间的径向距离测量值, 拟合出脱靶量的估计值, 确定靶机和导弹运动轨迹之间的相对空间位置, 以便对导弹性能进行评估。

1 数学模型

假定: 当导弹接近靶机时, 在一个相对较短的时间内, 导弹做匀速直线运动, 靶机的轨迹也是一条直线。为了进行导弹的矢量脱靶量测量, 靶机上必须至少装一个发射天线和三个不分布在同一直线上的接收天线。多普勒频率的正负(即目标运动方向是迎头还是追尾)依靠靶机上所装的多个雷达天线所接收信号的相位来判别。建立如下的三维直角坐标系: 坐标原点 O 为靶机上的某一点, 将靶机运动方向定义为 X 轴, Y 轴是机翼伸展方向, Z 轴按照右手关系确定, 如图 1 所示。其中, FE 为导弹的运动方向, F 为弹道的初始测量点, AJ 是 FE 在 XOY 平面上的投影, OE 垂直于 FE , EA 垂直于 AJ 。我们比较关心的脱靶量参数有: 弹道初始测量点的径向距离即 OF 的长度 L_0 , 导弹相对于靶机的运动速度 V , 导弹的标量脱靶量即 OE 的长度 r_0 , 脱靶高度即 EA 的长度 h , 弹道相对于靶机运动轨迹的方位角即 AJ 与 X 轴的方位夹角 α , 弹道相对于靶机运动轨迹的俯仰角即 FE 与 AJ 的夹

* 收稿日期: 2001-02-19
基金项目: 国防预研基金资助项目(99J7. 3. 1KG0121)
作者简介: 单月晖(1975-), 女, 博士生。

角 β 。本文采用一组间接参数 $\{x_0, y_0, z_0, v_x, v_y, v_z\}$ 来求解上述脱靶量参数。其中, $\{x_0, y_0, z_0\}$ 为弹道初始测量点的坐标, $\{v_x, v_y, v_z\}$ 是导弹在三个坐标上的相对分速度。它们之间的关系为:

$$V^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2; L_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2; \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} \sin \beta = \frac{v_z}{V}$$

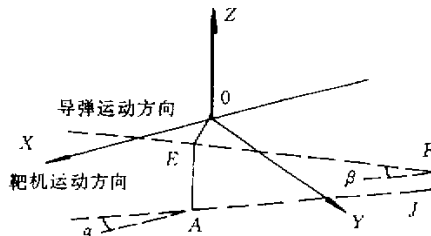


图1 三维直角坐标系

Fig.1 3-D orthogonal coordinate system

原点 O 在导弹运动轨迹 $\frac{x-x_0}{v_x} = \frac{y-y_0}{v_y} = \frac{z-z_0}{v_z}$ 上的投影为: $[-\frac{G}{V^2}v_x + x_0, -\frac{G}{V^2}v_y + y_0, -\frac{G}{V^2}v_z + z_0]$, 其中, $G = x_0 \times v_x + y_0 \times v_y + z_0 \times v_z$, 因此有:

$$x_0 \times v_x + y_0 \times v_y + z_0 \times v_z = \sqrt{L_0^2 - r_0^2} \times V; h = -\frac{G}{V^2}v_x + z_0 \quad (1)$$

设三个天线 (均布设在 YOZ 平面上) 的坐标分别为 $P_0 [X_0, Y_0, Z_0]$ $P_1 [X_1, Y_1, Z_1]$ $P_2 [X_2, Y_2, Z_2]$, 各天线在诸采样点上径向距离值的平方函数为:

$$r_k^2(i) = (x_0 - v_x \times \Delta t \times i - X_k)^2 + (y_0 - v_y \times \Delta t \times i - Y_k)^2 + (z_0 - v_z \times \Delta t \times i - Z_k)^2$$

其中, $[X_k, Y_k, Z_k]$ ($k=0, 1, 2$) 为第 k 个天线的坐标, Δt 为采样的时间间隔, i 代表第 i 个采样点。

定义:

$$B_{0k} = (x_0 - X_k)^2 + (y_0 - Y_k)^2 + (z_0 - Z_k)^2$$

$$B_{1k} = -2[v_x(x_0 - X_k) + v_y(y_0 - Y_k) + v_z(z_0 - Z_k)]\Delta t$$

$$B_{2k} = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\Delta t^2$$

这样,

$$r_k^2(i) = B_{0k} + B_{1k}i + B_{2k}i^2$$

从上述表达式可知,它是关于 i 的抛物线函数。

2 参数求解方法

现在的问题归结为如何确定采样点数,根据三个接收天线所测得的目标径向距离,拟合出抛物线参数 B_{0k} 、 B_{1k} 和 B_{2k} ,然后根据这些抛物线参数求解参数 $\{x_0, y_0, z_0, v_x, v_y, v_z\}$

2.1 实际测量中有效距离测量点个数的求解方法

假设以 f_s 的数据率采样雷达回波中频信号,平均每 M 个采样点计算得到一个有效距离测量点。如果目标运动速度为 V ,那么回波信号的多普勒频率范围为: $[-2V/\lambda, 2V/\lambda]$ 假设 $f_s = Q \cdot (2V/\lambda)$, $Q \geq 2.5$ 。目标在测量时间内的飞行距离为: $2\sqrt{L_0^2 - r_0^2}$,因此,中频信号的采样点数为:

$$N' = \frac{2\sqrt{L_0^2 - r_0^2} f_s}{V} = \frac{2\sqrt{L_0^2 - r_0^2} 2QV}{V \lambda} = \frac{4QL_0 \sqrt{1 - \eta^2}}{\lambda}$$

其中, $\eta = \frac{r_0}{L_0}$ 。有效距离测量点的个数为: $N = N'/M = \frac{4QL_0 \sqrt{1 - \eta^2}}{M\lambda}$ 。

2.2 抛物线参数 $\{B_{0k}, B_{1k}, B_{2k}; k=0, 1, 2\}$ 的求解方法

设有三组 $N+1$ 点的距离测量值 $\{\hat{r}_k(i), 0 \leq i \leq N, 0 \leq k \leq 2\}$, 那么三组抛物线参数 $\{B_{0k}, B_{1k}, B_{2k}; k=0, 1, 2\}$ 的拟合结果为:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_{0k} \\ \hat{B}_{1k} \\ \hat{B}_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N+1 & \sum i & \sum i^2 \\ \sum i & \sum i^2 & \sum i^3 \\ \sum i^2 & \sum i^3 & \sum i^4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum \hat{r}_k^2(i) \\ \sum \hat{r}_k^2(i)i \\ \sum \hat{r}_k^2(i)i^2 \end{bmatrix}$$

其中, 距离测量值: $\hat{r}_k(i) = r_k(i) + \tilde{r}_k(i)$, $\tilde{r}_k(i)$ 为测量误差, 服从 $[-e, e]$ 之间的均匀分布。 $\{\hat{B}_{0k}, \hat{B}_{1k}, \hat{B}_{2k}; k=0, 1, 2\}$ 为 $\{B_{0k}, B_{1k}, B_{2k}; k=0, 1, 2\}$ 的估计值。

2.3 参数 $\{x_0, y_0, z_0, v_x, v_y, v_z\}$ 的求解方法

设: $B'_{0k} = B_{0k}, B'_{1k} = -B_{1k}/2\Delta t, B'_{2k} = B_{2k}/\Delta t^2$, 可以得到:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}_0 - \mathbf{P}; \mathbf{Cv} = \mathbf{B}_1; \mathbf{V}^2 = B_{20} = B_{21} = B_{22} \quad (2)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2Y_0 & -2Z_1 \\ 1 & -2Y_1 & -2Z_1 \\ 1 & -2Y_2 & -2Z_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -Y_0 & -Z_0 \\ 1 & -Y_1 & -Z_1 \\ 1 & -Y_2 & -Z_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}^T = \{L_0^2, y_0, z_0\}, \mathbf{B}_i^T = \{B'_{i0}, B'_{i1}, B'_{i2}\}, i = 0, 1, \mathbf{P}^T = \{P_0, P_1, P_2\}$$

$$P_i = Y_i^2 + Z_i^2, k = x_0 v_x + y_0 v_y + z_0 v_z, \mathbf{v}^T = \{k, v_y, v_z\}$$

根据式(2)可以得到: $L_0^2, y_0, z_0; k, v_y, v_z; v_x$ 。进而从 k 的表达式中求出 x_0 , 根据(1)求出 r_0 。在实际测量过程中, 由于噪声的影响, 由上述式子得到的解不一定有效, 具体表现是:

$$\hat{L}_0^2 - \hat{y}_0^2 - \hat{z}_0^2 < 0, \hat{V}^2 - \hat{v}_y^2 - \hat{v}_z^2 < 0, \hat{L}_0^2 - (\hat{k}/\hat{V})^2 < 0$$

这时, 需将(2)式求解问题描述为最优化问题¹¹, 也就是:

$$\text{Min} \|\mathbf{AX} - \mathbf{B}_0 + \mathbf{P}\| + \lambda_0 \|\mathbf{Cv} - \mathbf{B}_1\| + \lambda_1 \|\mathbf{V}^2 - \frac{1}{3} \sum_{i=0}^2 B'_{21}\|$$

subject to:

$$\hat{L}_0^2 - \hat{y}_0^2 - \hat{z}_0^2 \geq 0$$

$$\hat{V}^2 - \hat{v}_y^2 - \hat{v}_z^2 \geq 0$$

$$\hat{L}_0^2 - (\frac{\hat{k}}{\hat{V}})^2 \geq 0$$

上述最优化过程可以用凸集投影方法求解, 但较为复杂, 可以作如下简化, 即分解为两个最优化过程, 分别求解: $\{\hat{x}_0, \hat{y}_0, \hat{z}_0\}$ 和 $\{\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{v}_z\}$

·通过下式得到 $\{\hat{x}_0, \hat{y}_0, \hat{z}_0\}$:

$$\text{Min} \|\mathbf{AX} - \mathbf{B}_0 + \mathbf{P}\| \quad (3)$$

$$\text{subject to } \hat{L}_0^2 - \hat{y}_0^2 - \hat{z}_0^2 \geq 0$$

·通过下式得到 $\{\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{v}_z\}$:

$$\text{Min} \|\mathbf{Cv} - \mathbf{B}_1\| \quad (4)$$

$$\text{subject to } \hat{V}^2 - \hat{v}_y^2 - \hat{v}_z^2 \geq 0$$

$$\hat{k} = \hat{x}_0 \hat{v}_x + \hat{y}_0 \hat{v}_y + \hat{z}_0 \hat{v}_z \quad (5)$$

其中 k 的估计不用最优化过程(4)的结果, 而由(5)式得出, 是为了保证下式成立:

$$\hat{L}_0^2 - (\frac{\hat{k}}{\hat{V}})^2 \geq 0$$

值得指出的是, 利用该方法可以直接求解全部参数, 不需迭代, 操作过程简单方便。

3 仿真结果

取 $\lambda = 2.86\text{cm}, M = 256, Q = 2.5, \eta = 0.5$, 按照上述方法进行仿真^[2], 估计结果的统计情况

见表1。由该表可以看出,在最大无模糊测距误差不超过0.5%的情况下,本文所介绍的方法能够满足工程上的需要,是切实可行的。

表1 仿真统计结果

Table 1 simulations

(单位: L_0 —m, V —m/s, r_0 —m, α —rad, β —rad, n —the maximum distance-measurement percent error)

		L_0	V	r_0	α	β
	真值	50.00	500.00	25.00	8.24	7.99
$n = 1\%$	仿真均值	49.89	498.70	24.83	7.86	8.09
$n = 1\%$	均方差	0.12	1.73	4.35	2.93	2.33
$n = 0.5\%$	仿真均值	49.97	498.90	24.57	7.79	8.16
$n = 0.5\%$	均方差	0.06	0.82	5.93	3.14	2.51
$n = 0.1\%$	仿真均值	49.98	499.78	23.88	7.78	7.73
$n = 0.1\%$	均方差	0.01	0.17	7.01	3.40	2.91

(a)

		L_0	V	r_0	α	β
	真值	100.00	500.00	50.00	8.24	7.99
$n = 1\%$	仿真均值	99.80	498.90	50.12	7.96	8.04
$n = 1\%$	均方差	0.18	1.00	1.81	2.10	2.12
$n = 0.5\%$	仿真均值	99.80	499.85	50.18	7.93	7.80
$n = 0.5\%$	均方差	0.05	0.40	3.01	2.41	1.95
$n = 0.1\%$	仿真均值	100.01	499.99	50.77	7.77	6.24
$n = 0.1\%$	均方差	0.03	0.05	10.42	2.76	2.67

(b)

4 结论

本文建立了匀速直线运动目标脱靶量测量的数学模型,据此将脱靶量测量表示为弹、靶交会过程中目标径向距离时间序列的非线性拟合问题,讨论了求解的优化算法。整个参数求解过程不需迭代,计算简便。仿真结果表明,该方法是切实可行的。

参考文献:

- [1] 李德,钱颂迪等. 运筹学[M]. 北京:清华大学出版社,1985.
 [2] Blake Watson 著. 郝启堂,程旭. Delphi 入门及实例详解[M]. 毕维生等译. 北京:电子工业出版社,1996.

