

文章编号: 1001-2486 (2001) 05-0017-05

三轴磁强计姿态确定*

田菁, 吴美平, 胡小平

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 卫星的发展趋向于微型化, 研究小型化、廉价和中等精度的自主导航系统是非常必要的。利用三轴磁强计量测的地磁场矢量在仪表坐标系中的分量, 通过卡尔曼滤波器可以确定低轨道卫星的姿态。根据卫星姿态动力学模型和地磁场模型可推导卫星姿态确定滤波模型, 进一步提出低轨道卫星姿态确定的滤波算法。仿真算例结果表明, 三轴磁强计定姿方案可以满足中等姿态精度要求, 在低轨道卫星自主导航中具有良好的应用前景。

关键词: 三轴磁强计; 自主定姿; 卡尔曼滤波器

中图分类号: V448.22⁺4 **文献标识码:** A

Three-Axis Magnetometer Attitude Determination

TIAN Jing, WU Mei-ping, HU Xiao-ping

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Satellitestend to be micromation in future. Itis necessary to investigate small, cheap self-contained navigation system with moderate precision. According to measuring data of three-axis magnetometer in the body frame, the attitude of the satellite in low orbit can be determined through Kalman Filter. Combining the dynamical model of satellite s attitude with the standard model of the geomagnetic field, the filter model and arithmetic used to determine the attitude of the satellite are presented. The result of simulation shows that the project of three-axis magnetometer attitude determination has a certain precision, which has an applicable future in the self-contained navigation system with moderate precision attitude determination.

Key words: three-axis magnetometer; self-contained navigation; Kalman filter

卫星自主导航技术可实现卫星不依赖于地面系统支持的自主运行, 它不但可有效地降低地面支持成本, 从而降低航天计划的费用, 而且可提高卫星的生存能力, 如在战时, 当地面系统遭受破坏和来自敌方的人为干扰情况下, 仍能实现卫星的轨道确定和轨道保持的功能, 这一点对军事卫星是尤为重要的。同时, 卫星的发展趋向于微型化, 要求采用小型化、廉价和满足任务要求的自主导航系统。

随着地磁场模型的日趋完善以及微处理器和滤波技术的不断发展和成熟, 地磁导航方法于近几年得以迅速发展¹¹。三轴磁强计体积小, 重量轻, 性能可靠, 功耗低, 工作温度范围宽, 没有活动部件, 而且具有一定的精度水平, 因此是理想的自主导航设备之一。地磁导航方法一般是用于近地卫星(轨道高度不大于1000km)。由于空间每一位置的地球磁场强度都可以事先用地球磁位来确定, 从而利用星上三轴磁强计量测的地磁场矢量在仪表坐标系中的分量, 通过卡尔曼滤波器便可以确定卫星相对于地球的姿态。因此, 研究三轴磁强计的应用对发展小卫星和未来天基网的自主导航系统很有意义。

本文根据地磁场模型、卫星姿态动力学模型和三轴磁强计模型, 推导出三轴磁强计确定低轨道卫星姿态的数学模型, 然后根据定姿模型给出了姿态确定算法, 并进行了数学仿真, 仿真结果说明三轴磁强计确定低轨道卫星姿态方案是可行的, 可以满足中等精度的卫星姿态确定要求。

1 卫星姿态动力学模型

首先, 定义当地地理坐标系、卫星轨道坐标系和卫星星体坐标系。

* 收稿日期: 2001-04-04
作者简介: 田菁(1980-), 女, 硕士生。

当地地理坐标系 $Ox_T y_T z_T (T)$: 定义当地地理坐标系原点 O 为空间一点 (航天器的质心), x_T 轴沿地理子午线方向, 向北为正; y_T 轴沿纬线方向, 向东为正; z_T 轴由右手规则确定。

卫星轨道坐标系 $Ox_o y_o z_o (O)$: 原点 O 取卫星质心, Oz_o 轴指向地心; Ox_o 在卫星轨道面内垂直于 Oz_o 轴, 指向卫星轨道运动方向; Oy_o 轴由右手规则确定。

卫星星体坐标系 $Ox_b y_b z_b (B)$: 原点 O 取卫星质心, Oz_b 轴指向星体天线中板安装面, Oy_b 轴垂直于分离面指向有效载荷舱, Ox_b 轴由右手规则确定。

采用四元数描述卫星姿态, 则卫星的姿态动力学与运动学方程为^[2]

$$\begin{cases} \dot{\bar{\omega}}_I = I^{-1}[\bar{T}_C + \bar{T}_d - \bar{\omega}_I \times (I \cdot \bar{\omega}_I)] \\ \dot{q} = \frac{1}{2} \Omega(\bar{\omega}_{B0}) \cdot q \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\bar{\omega}_I$ 为卫星本体坐标系相对惯性空间角速度矢量; q 为卫星本体坐标系相对于轨道坐标系的姿态四元数; I 为卫星惯量阵; \bar{T}_C 为施加于卫星的控制力矩矢量; \bar{T}_d 为施加于卫星的干扰力矩矢量; $\bar{\omega}_{B0} = [\omega_{xb} \ \omega_{yb} \ \omega_{zb}]^T$ 为卫星本体坐标系相对轨道坐标系的转动角速度, 且

$$\Omega(\bar{\omega}_{B0}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{xb} & -\omega_{yb} & -\omega_{zb} \\ \omega_{xb} & 0 & \omega_{zb} & -\omega_{yb} \\ \omega_{yb} & -\omega_{zb} & 0 & \omega_{xb} \\ \omega_{zb} & \omega_{yb} & -\omega_{xb} & 0 \end{bmatrix}$$

2 三轴磁强计定姿原理

2.1 三轴磁强计定姿的基本思路

目前, 地磁场已有相当好的磁场模型^[3], 采用高斯球谐函数来描述地磁场模型, 这样磁场的强度和方向是位置的函数。当确定了卫星轨道参数, 就可求得地磁场矢量在地理坐标系的投影, 利用地理坐标系与轨道坐标系的转换关系, 得到地磁矢量在轨道坐标系的分量, 进一步借助姿态方向余弦矩阵给出地磁矢量在星体坐标系的分量, 将其与三轴磁强计敏感到的地磁矢量的分量进行比较, 就建立起三轴磁强计与卫星姿态动力学的数学关系, 采用卡尔曼滤波器递推可以得到卫星姿态角。

2.2 姿态确定模型系统方程的建立

对式 (1) 进行线性化, 有

$$\Delta \dot{\bar{\omega}} = I^{-1}[\Delta \bar{T}_C + \Delta \bar{T}_d - \Delta \bar{\omega}_I \times (I \cdot \bar{\omega}_{orb}) - \bar{\omega}_{orb} \times (I \cdot \Delta \bar{\omega}_I)] \quad (2)$$

$$\Delta \dot{q} = \frac{1}{2} \Delta q \otimes \Omega(\tilde{\omega}_{B0}) - \frac{1}{2} \Omega(\tilde{\omega}_{B0}) \otimes \Delta q + \frac{1}{2} \Delta q \otimes \Omega(\Delta \bar{\omega}_{B0}) \quad (3)$$

其中, $\Delta \bar{\omega}_I = \bar{\omega}_I - \bar{\omega}_{orb}$ 为卫星扰动角速度矢量; $\bar{\omega}_{orb} = [0 \ -\omega_0 \ 0]$ 为卫星标称角速度矢量 (标称状态下, 轨道坐标系与卫星本体坐标系重合); $\omega_0 = \sqrt{\mu/r^3}$ 为卫星轨道角速率, μ 为地球引力常数, r 为卫星地心距;

$$\Delta q = [\Delta q_0 \ \Delta q_1 \ \Delta q_2 \ \Delta q_3]^T = [\Delta q_0 \ \Delta \bar{q}^T]^T$$

$$\Delta \bar{\omega}_{B0} = \bar{\omega}_{B0} - \tilde{\omega}_{B0} \quad (\tilde{\omega}_{B0} \text{ 为 } \bar{\omega}_{B0} \text{ 的标称值})$$

定义误差状态向量为

$$\Delta \bar{X}_a = [\Delta \bar{\omega}_I^{-T} \ \Delta \bar{q}^{-T} \ \Delta \bar{T}_C^T \ \Delta \bar{T}_d^T]^T$$

则误差状态方程可描述为

$$\dot{\Delta \bar{X}}_a = F \Delta \bar{X}_a + \bar{W}_a \quad (4)$$

其中,

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{11} & 0 & I^{-1} & I^{-1} \\ 0 & -[\overline{\boldsymbol{\omega}}_{orb} \times] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_{11} = I^{-1}[(I \cdot \overline{\boldsymbol{\omega}}_{orb}) \times] - \overline{\boldsymbol{\omega}}_{orb} \times I$$

\overline{W}_a 为高斯白噪声。

2.3 三轴磁强计测量模型

卫星姿态传感器为三轴磁强计，其敏感轴分别与卫星本体坐标系的三轴（不考虑安装误差）平行。磁强计可以给出当地磁场强度在卫星本体坐标系的三个分量（ B_{xb} 、 B_{yb} 、 B_{zb} ），其与当地磁场强度在当地地理坐标系的分量（ B_{xT} 、 B_{yT} 、 B_{zT} ）的关系为

$$\begin{bmatrix} B_{xb} \\ B_{yb} \\ B_{zb} \end{bmatrix} = T_{B0}(q) T_{OT}(i) \begin{bmatrix} B_{xT} \\ B_{yT} \\ B_{zT} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$T_{B0}(q) = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & \mathcal{X}(q_0 q_3 + q_1 q_2) & \mathcal{X}(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ \mathcal{X}(q_0 q_3 + q_1 q_2) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & \mathcal{X}(q_2 q_3 + q_0 q_1) \\ \mathcal{X}(q_0 q_2 + q_1 q_3) & \mathcal{X}(q_2 q_3 - q_0 q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

$$T_{OT}(i) = \begin{bmatrix} \sin i & -\cos i & 0 \\ \cos i & \sin i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (i \text{ 为轨道倾角})$$

对式（5）进行线性化，得到观测方程为

$$\overline{Z}_a = \begin{bmatrix} \Delta B_{xb} \\ \Delta B_{yb} \\ \Delta B_{zb} \end{bmatrix} = \mathcal{X} \mathbf{B}_{orb} \times \Delta \overline{q} + \overline{V}_a = \mathbf{H}_a \Delta \overline{X}_a + \overline{V}_a \quad (6)$$

其中， \mathbf{B}_{orb} 为磁场强度在轨道坐标系的标称值，与卫星星历有关，且

$$\mathbf{B}_{orb} = T_{OT} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_a = [0 \quad \mathcal{X} \mathbf{B}_{orb} \times] \quad 0 \quad 0]$$

\overline{V}_a 为测量噪声矢量。

3 姿态确定模型

根据上述推导，得到三轴磁强计姿态确定滤波模型为

$$\begin{cases} \Delta \overline{X}_a = \mathbf{F} \Delta \overline{X}_a + \overline{W}_a \\ \overline{Z}_a = \mathbf{H}_a \Delta \overline{X}_a + \overline{V}_a \end{cases} \quad (7)$$

给定初始条件 $\overline{\boldsymbol{\omega}}_I(0)$ 、 $\overline{q}(0)$ 、 $\Delta \overline{X}_a(0/0)$ ，三轴磁强计姿态确定算法如下：

Step1：根据 $k-1$ 时刻的姿态四元数 $q(k-1)$ 和惯性角速度 $\overline{\boldsymbol{\omega}}_I(k-1)$ 计算 k 时刻的递推估计值

$$\hat{\overline{q}}(k/k-1) \text{ 和 } \hat{\overline{\boldsymbol{\omega}}}_I(k/k-1)$$

$$\overline{\boldsymbol{\omega}}_{B0}(k-1) = \overline{\boldsymbol{\omega}}_I(k-1) - T_{B0}(q(k-1)) \overline{\boldsymbol{\omega}}_0$$

$$\hat{\overline{q}}(k/k-1) = \frac{1}{2} \mathcal{X}[\overline{\boldsymbol{\omega}}_{B0}(k-1)] \cdot q(k-1) \cdot \Delta T + \hat{\overline{q}}(k-1)$$

$$\hat{\overline{\boldsymbol{\omega}}}_I(k/k-1) = I^{-1}[\Delta \overline{T}_c + \Delta \overline{T}_a - \overline{\boldsymbol{\omega}}_I(k-1) \times (I \cdot \overline{\boldsymbol{\omega}}_I(k-1))] \cdot \Delta T + \overline{\boldsymbol{\omega}}_I(k-1)$$

Step2: 根据滤波模型 (7), 通过 Kalman 滤波器得到 k 时刻的卫星姿态四元数误差 $\Delta \hat{q}(k)$ 、惯性角速度误差估计 $\Delta \hat{\omega}_f(k)$

Step3: 进行误差修正:

$$\bar{q}(k) = \hat{q}(k/k-1) \otimes \Delta \hat{q}(k)$$

$$\bar{\omega}_f(k) = \bar{\omega}_f(k/k-1) + \Delta \hat{\omega}_f(k)$$

那么, 当确定出 $q(k)$, 即可给出用 k 时刻欧拉角表示的卫星姿态, 然后转 Step1 进行下一时刻的计算。

4 仿真算例

4.1 仿真初始条件

进行仿真时, 磁场强度在轨道坐标系的标称值的计算采用国际参照地球磁场 (JGRF) 模式, 同时, 假设干扰力矩的影响已经被星上控制系统消除, 即认为

$$\bar{T}_c + \bar{T}_d = 0$$

姿态初始误差取值如下:

$$[\phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0]^T = [1^\circ \ 1^\circ \ 1^\circ]^T$$

系统噪声为 $diag [10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}]$, 三轴磁强计测量噪声为 $10^{-4} G_s$ 。

4.2 仿真结果

在此条件下仿真 3000s, 得到三轴磁强计定姿误差曲线如图 1 所示。

从仿真结果图上可以看出, 利用三轴磁强计进行定姿, 三轴磁强计的定姿精度可以精确到 0.5° 。

4.3 仿真分析

为了了解三轴磁强计定姿精度与卫星姿态动力学模型和测量噪声的关系, 进一步作了如下仿真:

(1) 仍取系统噪声为 $diag [10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}]$, 分别取测量噪声为 $10^{-5} G_s$ 和 $10^{-6} G_s$ 进行仿真, 得到姿态估计精度见表 1。

表 1 不同测量噪声下的定姿精度

Tab.1 The precision of attitude determination with different measure noise

磁强计测量噪声	俯仰角	偏航角	滚动角
$10^{-4} G_s$	0.5°	0.5°	0.5°
$10^{-5} G_s$	0.4°	0.4°	0.3°
$10^{-6} G_s$	0.2°	0.2°	0.2°

从表 1 中结果可以知道, 三轴磁强计的测量精度直接影响卫星姿态估计精度, 测量噪声小, 则姿态估计精度高。因此, 采用高精度的三轴磁强计是提高姿态估计精度的手段之一。但是, 三轴磁强计的测量精度与卫星姿态估计精度并不是成正比的, 三轴磁强计的测量精度达到一定时, 对卫星姿态估计精度的影响将减小。

(2) 取三轴磁强计测量噪声为 $10^{-4} G_s$, 分别取系统噪声为 $diag [10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}]$ 和 $diag [10^{-18}, 10^{-18}, 10^{-18}, 10^{-18}, 10^{-18}, 10^{-18}]$, 得到姿态估计精度见表 2。

表 2 不同系统噪声下的定姿精度

Tab.2 The precision of attitude determination with different system noise

系统噪声	俯仰角	偏航角	滚动角
$diag [10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}]$	0.6°	0.8°	0.5°
$diag [10^{-16}, 10^{-16}, 10^{-16}, 10^{-16}, 10^{-16}, 10^{-16}]$	0.4°	0.5°	0.4°
$diag [10^{-18}, 10^{-18}, 10^{-18}, 10^{-18}, 10^{-18}, 10^{-18}]$	0.1°	0.1°	0.05°

从表 2 中结果可以知道, 系统噪声也是影响三轴磁强计进行姿态估计精度的一个因素, 系统噪声越小, 则姿态估计精度越高, 而且系统模型的噪声对姿态估计精度的影响很大。但是, 提高卫星姿态

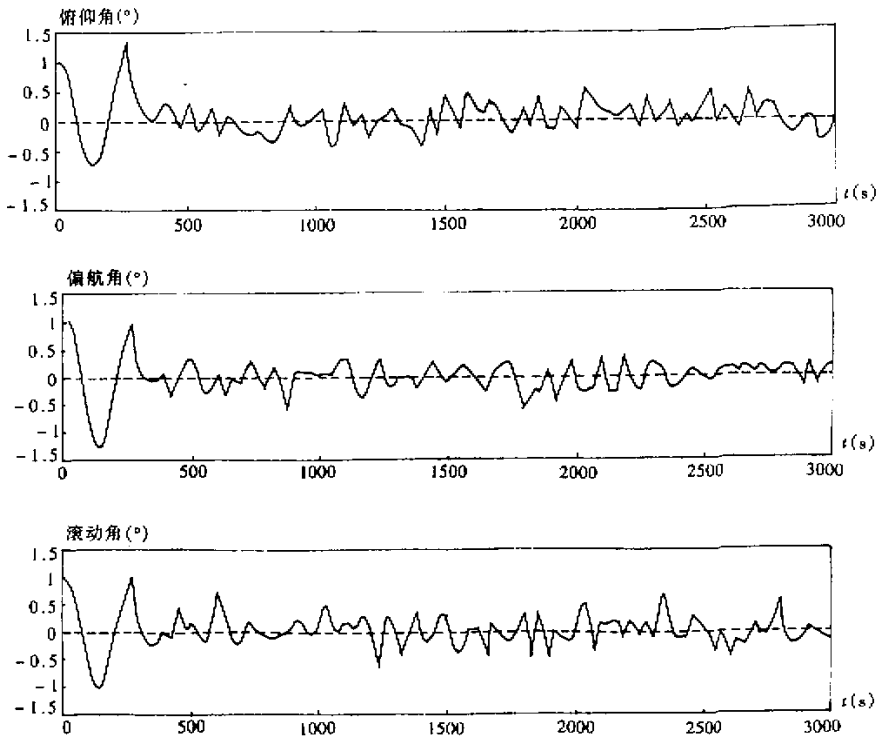


图1 三轴磁强计姿态估计误差曲线

Fig.1 The error curve of three-axis magnetometer attitude determination

动力学模型精度势必会增大星载计算机的运算量。

5 结论

根据以上的仿真结果，我们可以得到：

- 1) 利用三轴磁强计的测量信息通过 Kalman 滤波递推可以得到一定精度的姿态估计，在现有磁强计的水平下（测量噪声为 $10^{-4}Gs$ ），定姿精度为 0.5° ；
- 2) 三轴磁强计的测量噪声越小，姿态估计精度越高；
- 3) 姿态动力学模型的精度越高，即系统噪声越小，三轴磁强计定姿精度就越高。

目前只利用三轴磁强计进行定姿的系统是很少的，一方面仪器本身测量精度低，另一方面，现有的地球磁场模型也并不能精确地描述实际的地磁场，这些都会对姿态估计带来较大误差。因此，在进一步的工作中，将采用 GPS 和磁强计进行组合导航，提高三轴磁强计的定姿精度和可靠性。这对于低轨道卫星，尤其是要求采用小型廉价的导航系统的低轨道小卫星，具有很好的应用前景。

参考文献：

- [1] 左文辑, 宋福香. GPS 和磁测在微小卫星自主导航中的应用 [A]. 微小卫星和星座技术学术研讨会 (威海), 1999: 254-267.
- [2] 黄圳圭. 航天器姿态动力学 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1998.
- [3] 屠善澄主编. 卫星姿态动力学与控制 (1) [M]. 北京: 宇航出版社, 1999.
- [4] Julie Deutschmann Comprehensive Evaluation of Attitude and Orbit Estimation Using Real Earth Magnetic Field Data [A]. the 12th International Symposium on "Space Flight Dynamics". Germany. 1997.
- [5] Mark. L. Psiaki. Three-Axis Attitude Determination via Kalman Filtering of Magnetometer Data [A]. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 1989.

