

文章编号: 1001-2486(2001)05-0089-04

## 改进的累量域波达方向矩阵法\*

刘全

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要** 构造了一种可以进行高分辨二维波达方向估计的累量域波达方向矩阵。利用该矩阵的特征值和特征向量, 就可以求出信号源的方位角和俯仰角。同其它的波达方向矩阵法相比, 放宽了对阵列结构的要求, 提高了阵列孔径的利用率。同时, 由于采用了累量来构造波达方向矩阵, 因此新方法具有对高斯噪声的自然盲性。

**关键词** 波达方向估计; 累量; 波达方向矩阵

**中图分类号** TN911.7 **文献标识码** A

## Modified Cumulant-Based DOA-Matrix Method

LIU Quan

(School of Electronic Science and Technology, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** A cumulant-based direction-of-arrival (DOA) matrix is proposed, whose eigenvalues and eigenvectors can be used to get the estimates of signal directions. It differs from other doa-matrix methods in that it relaxes the requirements for array geometry, makes better use of the array aperture and is based on cumulant, which makes the new algorithm insensitive to Gaussian noise.

**Key words** Direction-of-Arrival (DOA) Estimation, Cumulant, DOA Matrix

在众多的二维波达方向估计方法中, 波达方向矩阵法<sup>[1]</sup>是一个具有较好性能的方法。通过构造一个波达方向矩阵并对其特征分解, 就可以从特征值和特征向量中分别求出信号源的方位角和俯仰角, 计算量较小, 参数自动匹配。最初的波达方向矩阵法存在一些不足, 如不能适用于方位角和俯仰角兼并的情况, 阵元利用率不够高等, 因此随后出现了许多改进方法<sup>[2,3]</sup>, 其中文献[3]中利用累量形成虚拟阵元, 从而提高了阵元利用率, 但仍没有解决方位角兼并带来的问题。本文在文献[3]的基础上进行改进, 构造了一种新的累量域波达方向矩阵, 进一步提高了阵元利用率, 并可适用于方向角兼并的情况, 从而提高了估计性能。

在本文中, 均假设信号源为相互统计独立的窄带远场平面波, 信号源数为  $P$  和  $X$ 、 $Y$  轴的夹角(在本文中分别被称为方位角和俯仰角)分别为  $(\alpha_i, \beta_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, P$ 。噪声为空域上的高斯噪声, 且统计独立于各信号源。

## 1 改进的累量域波达方向矩阵法

考虑图1所示的阵列, 共有  $M+1$  个阵元, 其中  $M$  个在  $X$  轴上,  $x_k$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ) 到  $x_1$  的距离为  $d_i$ , 第  $M+1$  个阵元的位置为  $(d_x, d_y)$ , 这个阵元阵列和文献[3]中的阵列结构比较相似, 但文献[3]中阵元  $x_{M+1}$  在  $Y$  轴上, 也没有说明  $x_k$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ) 这  $M$  个阵元的位置, 从其仿真实验可以看出, 文献[3]中假定这  $M$  个阵元构成一个间距为半波长的均匀线阵, 且  $d_y$  也为半波长。显然, 本文放松了对阵列结构的要求, 提高了实际应用时的灵活性, 同时也因此可以获得性能上的提高。设信号源为  $s_i(t)$ ,  $i=1, 2, \dots, P$ , 考虑下面两个累量矩阵:

$$\text{CUM}_0 = \text{cum}(x_1^* x_1 x_k^* x_l)_{(M+1) \times (M+1)}, \quad k, l = 1, 2, \dots, M+1$$

\* 收稿日期: 2001-03-20  
作者简介: 刘全(1971-)男, 讲师。

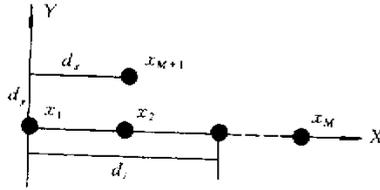


图1 改进方法的阵列结构

Fig.1 the array geometry for modified method

$$CUM_1 = cum(x_{M+1}^* x_1 x_k^* x_l)_{(M+1) \times (M+1)}, k, l = 1, 2, \dots, M+1$$

当信号源  $s_i(t)$  为非高斯分布, 噪声为与信号独立的高斯噪声时, 根据累量的定义和性质<sup>[4]</sup>, 可以证明这两个累量矩阵有下述关系:

$$CUM_0 = A^* D (A^*)^H \tag{1}$$

$$CUM_1 = A^* \Phi^* D (A^*)^H \tag{2}$$

其中

$$A = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_P]$$

$$a_i = [\exp(ju_{1,i}) \ \exp(ju_{2,i}) \ \dots \ \exp(ju_{M,i}) \ \exp(j(u_{0,i} + v_k))]^T$$

$$\Phi = \text{diag} [\exp(j(u_{0,1} + v_1)) \ \exp(j(u_{0,2} + v_2)) \ \dots \ \exp(j(u_{0,P} + v_P))]^T$$

$$D = \text{diag} [C_{4,1} \ C_{4,2} \ \dots \ C_{4,P}]$$

$$u_{0,k} = 2\pi d_x \cos \alpha_k / \lambda$$

$$v_k = 2\pi d_y \cos \beta_k / \lambda$$

$$u_{i,k} = 2\pi d_i \cos \alpha_k / \lambda \quad i = 1, 2, \dots, M \quad k = 1, 2, \dots, P$$

$$C_{4,i} = cum(s_i^*(t) s_i(t) s_i^*(t) s_i(t)), \quad i = 1, 2, \dots, P$$

和波达方向矩阵法进行比较, 可知式(1)与式(2)的关系也类似地存在于波达方向矩阵法中, 因此通过求  $\{CUM_0, CUM_1\}$  的广义特征分解, 在  $A$  和  $\Phi$  满足一定条件的情况下, 就可以从特征值和特征向量唯一地求出信号源的方向。下面给出求解的具体过程。

$CUM_0$  的秩为  $P$ , 因此它有下面的特征分解:

$$CUM_0 = \sum_{k=1}^P \lambda_k e_k e_k^H$$

其中  $\lambda_k$  和  $e_k$  分别为  $CUM_0$  按降序排列的第  $k$  个特征值和相应的特征向量。

若  $CUM_0$  的伪逆定义为:

$$CUM_0^\# = \sum_{k=1}^P \lambda_k^{-1} e_k e_k^H$$

则定义如下的累量域波达方向矩阵:

$$C = CUM_1 \cdot CUM_0^\#$$

对此累量域波达方向矩阵进行特征分解, 则有如下关系:

$$CA^* = A^* \Phi^*$$

上式的证明和文献[1]相似。

由上式可知, 从累量域波达方向矩阵的  $P$  个较大的特征值及其相应的特征向量就可以求出信号源的方位角和俯仰角。但因为波达方向矩阵是由所有阵元求出来的, 因此特征向量不再是范德蒙向量, 其元素也不都由方位角的值决定, 特征值也是由方位角和俯仰角同时决定。这个特点决定了改进方法可以适用于方位角和俯仰角发生兼并的情况, 同时具体求解过程与文献[1][3]有些区别。我们注意到, 特征向量的前  $M$  个元素只包含方位信息, 因此可先由这  $M$  个元素估计出方位角, 然后把方位角的估

计值代入特征值, 求出相应的俯仰角。

为了比较方便地求出信号的方向  $d_x$ 、 $d_y$  和  $d_i$  的选取有一定要求。一般可选  $d_y = \lambda/2$ 、 $d_x = \lambda/2$ 、 $d_1 = \lambda/2$  对其它的  $d_i$  则没有要求, 并且  $d_x$ 、 $d_y$  也可根据需要选择其它值, 因此阵列具有较好的灵活性。

从上面的介绍可以看出, 改进的累量域波达方向矩阵法, 利用特征分解得到的特征值和特征向量就可以得到两个方向的估计, 不需要进行任何搜索求解, 计算量较小, 是一种快速的二维波达方向估计方法。同时, 由于波达方向矩阵是基于所有阵元的, 因此提高了阵元利用率, 由  $M+1$  个阵元可估计  $M$  个信号, 而文献 [3] 中只能估计  $M-1$  个, 同时对方向角是否发生兼并不敏感。另外, 由于利用了累量来估计方向, 因此具有对高斯噪声的自然盲性。

### 3 仿真实验

本节给出改进的累量域波达方向矩阵法的计算机仿真结果。每个实验都由 50 次独立试验组成, 每次试验的快拍数为 500。噪声为高斯噪声, 并且和信号统计独立。

例 1 在本实验中, 阵列由 5 个阵元构成, 即  $M=4$ , 且  $d_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 分别为 0, 1, 3, 5 倍半波长,  $d_x$ 、 $d_y$  均为半波长。两个信号源互相独立, 功率相同, 入射角分别为  $(45^\circ, 40^\circ)$ 、 $(50^\circ, 50^\circ)$ 。作为对比, 实验中还采用了文献 [3] 的方法 (方法 2) 阵元数仍为 5 个, 但  $d_i$  分别为 0, 1, 2, 3 倍半波长,  $d_x$  为 0,  $d_y$  等于半波长。实验结果见图 2。从图中可以看出, 由于改进方法可以对阵列的结构进行调整, 充分利用阵列的孔径, 因此获得了更好的估计结果。

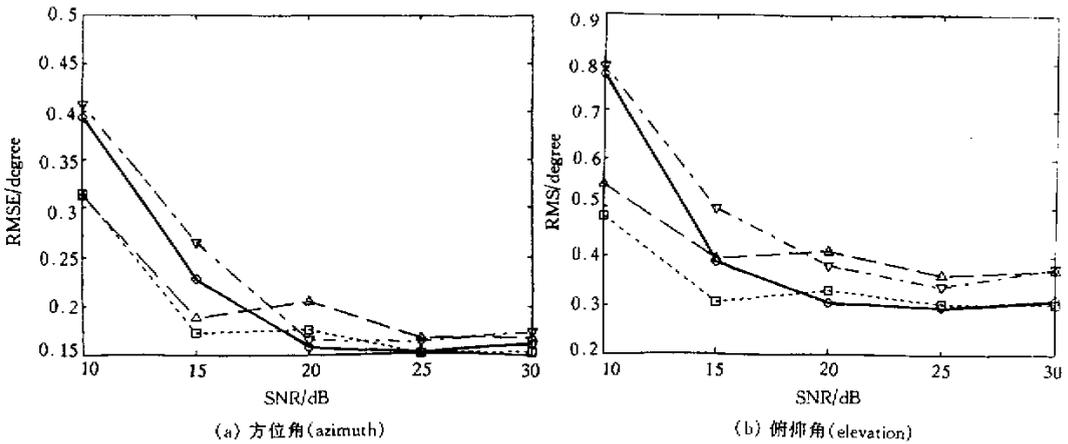


图 2 例 1 的估计结果

( $\Delta$  方法 1 信号 1  $\nabla$  方法 2 信号 1  
 $\square$  方法 1 信号 2  $\circ$  方法 2 信号 2)

Fig.2 estimation result of example regult of exanple

( $\Delta$  method 1 signal 1  $\nabla$  methnd 2 signal 1  
 $\square$  method 1 signal 2  $\circ$  methd 2 signal 2)

例 2 本实验检验改进方法对方向角兼并情况的适应性。阵列仍由 5 个阵元构成,  $d_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 分别为 0, 1, 3, 5 倍半波长,  $d_x$ 、 $d_y$  均为半波长。信号源有 3 个, 功率相同, 入射角分别为  $(45^\circ, 40^\circ)$ 、 $(45^\circ, 60^\circ)$ 、 $(60^\circ, 60^\circ)$  3 个信号互相独立。实验结果见图 3。从图中可以看出, 虽然这 3 个信号在方位、俯仰方向都有兼并现象, 但由于本文方法形成波达方向矩阵时利用了所有阵元, 因此仍然可以较好地估

计算出各个信号源的方向。

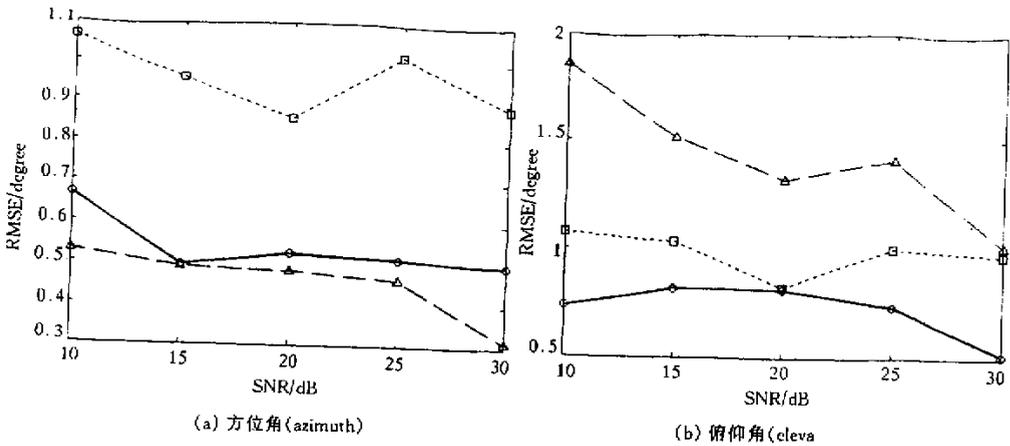


图3 例2的估计结果

(▽ :信号1 □ :信号2 ○ :信号3)

Fig.3 estimation result of example 2

(▽ :signal 1 □ :signal 2 ○ :signal 3)

#### 4 结论

从以上理论分析和仿真实验结果可以看出,本文提出的改进的累量域波达方向矩阵法是一种具有较好性能的二维波达方向估计方法,它不但具有其它累量域波达方向矩阵法的优点,如计算量较小,对高斯噪声不敏感,而且具有许多其它优点,如对阵列的结构要求比较低,阵列孔径利用率较高,可以适用于方位角和俯仰角发生兼并的情况等。改进方法的主要缺点是高信噪比时的估计性能并不理想。这是因为在快拍数较小时,累量的估计存在较大误差。因此,如何在快拍数少的情况下获得较好的累量估计是一个非常值得研究的问题。

#### 参考文献:

- [1] 殷勤业. 高分辨率波达方向估计[D], 博士学位论文, 西安交通大学, 1989
- [2] 叶中付, 沈凤麟. 一种快速的二维高分辨波达方向估计方法——混合波达方向矩阵法[J], 电子科学学刊, 1996, 18(6): 567~573
- [3] 姚敏立, 殷勤业. 累量域高分辨率二维波达方向估计算法[J], 西安交通大学学报, 1999, 33(1): 15~18
- [4] Mendal J M. Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: Theoretical results and some applications [J], Proc. IEEE, 1991, 79: 278~305

