

文章编号: 1001-2486 (2001) 06-0028-05

多传感器卫星姿态确定的卡尔曼滤波器设计*

刘志俭, 吴美平, 胡小平

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 针对陀螺、红外地平仪和太阳传感器组成的卫星姿态确定系统, 采用四元数方法建立卫星姿态确定模型, 并采用卡尔曼滤波器进行信息融合。仿真算例结果表明, 该方法能够确定出满足精度要求的卫星姿态参数。

关键词: 姿态确定; 卡尔曼滤波; 四元数

中图分类号: TN713; V249.122+.2 **文献标识码:** A

Kalman Filter Design for Multi-sensors Satellite Attitude Determination

LIU Zhi-jian, WU Mei-ping, HU Xiao-ping

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Aiming at satellite attitude system which is composed of gyroscopes, infrared earth sensors and solar sensors, we set up the model of the satellite attitude determination by using quaternion, and build kalman filter for information fusion. The simulation result indicates that this method can provide satellite attitude parameters which satisfy the requirement.

Key words: attitude determination; kalman filter; quaternion

随着对地观测卫星的不断发展, 人们对卫星的姿态控制精度和稳定性提出了更高的要求, 然而提高姿态控制精度的前提是提高卫星姿态确定的精度。本文针对由陀螺、红外地平仪^[1]和太阳传感器^[1]组成的卫星姿态确定系统, 给出了一种高精度的姿态确定方法。在系统中, 陀螺是一个惯性基准, 为卫星提供最基本姿态信息, 但是由于陀螺本身的缺陷, 如漂移误差、测量噪声将直接影响精度; 而红外地平仪和太阳传感器也各有缺陷, 红外地平仪只能对滚动和俯仰轴的姿态敏感, 不能提供偏航轴的姿态, 太阳传感器只能工作在太阳光照区内。所以为了高精度地确定卫星姿态, 必须在多传感器基础上进行信息融合。

1 坐标系及卫星姿态运动方程

设卫星轨道坐标系为 $Ox_0y_0z_0$ (O), 原点 O 取卫星质心, Oz_0 轴指向地心; Ox_0 在卫星轨道面内垂直于 Oz_0 轴, 指向卫星轨道运动方向; Oy_0 轴由右手规则确定。设卫星星体坐标系为 $Ox_b y_b z_b$ (B), 其原点 O 取卫星质心, Oz_b 指向星体天线中板安装面, Oy_b 轴垂直于分离面指向有效载荷舱, Ox_b 由右手规则确定。设卫星轨道坐标系 $Ox_0y_0z_0$ 通过偏航 ψ 、滚动 φ 、俯仰 θ 得到卫星星体坐标系 $Ox_b y_b z_b$, 即卫星由轨道坐标系到星体坐标系按 $z \rightarrow x \rightarrow y$ 顺序转动, 以四元数 $q = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 来描述卫星星体坐标系相对于轨道坐标系的姿态运动, 则卫星姿态运动学方程^[3]为

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \bar{\omega}_{BO} q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{xb} & -\omega_{yb} & -\omega_{zb} \\ \omega_{xb} & 0 & \omega_{zb} & -\omega_{yb} \\ \omega_{yb} & -\omega_{zb} & 0 & \omega_{xb} \\ \omega_{zb} & \omega_{yb} & -\omega_{xb} & 0 \end{bmatrix} \cdot q \quad (1)$$

其中 $\bar{\omega}_{BO} = [\omega_{xb}, \omega_{yb}, \omega_{zb}]$ 为卫星星体坐标系相对于卫星轨道坐标系的旋转角速度。用四元数表示 $Ox_b y_b z_b$ 相对于 $Ox_0y_0z_0$ 的姿态矩阵 T_{BO} 表达式为

* 收稿日期: 2001-04-19

作者简介: 刘志俭 (1975-), 男, 博士生。

$$T_{BO} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & \mathcal{X}(q_0q_3 + q_1q_2) & \mathcal{X}(q_1q_3 - q_0q_2) \\ \mathcal{X}(q_0q_3 + q_1q_2) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & \mathcal{X}(q_2q_3 + q_0q_1) \\ \mathcal{X}(q_0q_2 + q_1q_3) & \mathcal{X}(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

2 卫星姿态信息的确定

2.1 红外地平仪的测量方程

卫星采用两个红外地平仪，安装在对地面上，其安装轴分别与滚动和俯仰轴平行。由于姿态角估计误差为小角度，因此根据四元数与欧拉角的关系可将姿态角估计误差表示为

$$\delta\varphi = 2\Delta q_1 \quad \delta\theta = 2\Delta q_2$$

因此，红外地平仪的测量残差方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\varphi_{bias} \\ \Delta\theta_{bias} \end{bmatrix} + \bar{v}_1 \quad (3)$$

其中 \bar{v}_1 为白噪声， $\hat{\varphi}_{bias}$ 、 $\hat{\theta}_{bias}$ 表示测量常值误差估计值。

2.2 太阳敏感器的测量方程

单轴数字太阳角计 DS_φ 、 DS_ψ 组成一套，构成双轴数字太阳角计组件，测量太阳矢量在传感器坐标系中的方位角来确定卫星的姿态。设卫星的两个太阳敏感器的测量轴分别与卫星的偏航轴和滚动轴一致，定义太阳敏感器的测量残差为太阳敏感器的测量值与估计值之差，有

$$\begin{bmatrix} \Delta D_\varphi \\ \Delta D_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{\varphi H} \\ D_{\psi H} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{D}_\varphi \\ \hat{D}_\psi \end{bmatrix} \quad (4)$$

对 D_φ 、 D_ψ 进行 Taylor 展开，并略去二阶以上小量，且定义 $\Delta\bar{q} = [\Delta q_1 \quad \Delta q_2 \quad \Delta q_3]^T$ ，推得太阳敏感器的测量残差方程为

$$\begin{bmatrix} \Delta D_\varphi \\ \Delta D_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + (\frac{\hat{S}_{zb}}{\hat{S}_{yb}})^2 & -\frac{\hat{S}_{zb}}{\hat{S}_{yb}} & -\frac{\hat{S}_{zb}\hat{S}_{xb}}{\hat{S}_{yb}^2} \\ -\frac{\hat{S}_{zb}\hat{S}_{xb}}{\hat{S}_{yb}^2} & -\frac{\hat{S}_{zb}}{\hat{S}_{yb}} & 1 + (\frac{\hat{S}_{zb}}{\hat{S}_{yb}})^2 \end{bmatrix} \Delta\bar{q} + \bar{v}_S = H_S \Delta\bar{q} + \bar{v}_S \quad (5)$$

2.3 陀螺误差模型

由于陀螺测量的星体角速度含有误差，对式 (1) 积分得到的只是四元数的估计值，即

$$\hat{q}_{BO} = \frac{1}{2} \hat{q}_{BO} \otimes A(\hat{\omega}_{BO}) \quad (6)$$

且

$$\hat{\omega}_{BO} = \hat{\omega}_{BI} - T_{BO}(\hat{q}_{BO})\bar{\omega}_0 \quad (7)$$

定义四元数的真值与估计值之间的误差四元数为

$$\Delta q_{BO} = [\Delta q_0 \quad \Delta q_1 \quad \Delta q_2 \quad \Delta q_3]^T = [\Delta q_0 \quad \Delta\bar{q}^T]^T \quad (8)$$

根据四元数合成法则，有 $q_{BO} = \hat{q}_{BO} \otimes \Delta q_{BO}$ ，对式 (6) 求导，得到误差四元数方程为

$$\Delta \dot{q}_{BO} = \frac{1}{2} \Delta q_{BO} \otimes A(\hat{\omega}_{BO}) - \frac{1}{2} A(\hat{\omega}_{BO}) \otimes \Delta q_{BO} + \frac{1}{2} \Delta q_{BO} \otimes A(\Delta\bar{\omega}_{BO}) \quad (9)$$

其中 $A(\bar{\omega}_{BO}) = [0 \quad \bar{\omega}_{BO}^T]^T$ ， $\Delta\bar{\omega}_{BO} = \bar{\omega}_{BO} - \hat{\omega}_{BO} = \Delta\bar{\omega}_{BI} - [T_{BO}(\Delta q_{BO}) - I] T_{BO}(\Delta q_{BO}) \bar{\omega}_{BI}$
陀螺输出角速度估计误差 $\Delta\bar{\omega}_{BI}$ 表示为

$$\Delta\bar{\omega}_{BI} = \bar{\omega}_{BI} - \hat{\omega}_{BI} = -(\bar{b} - \hat{b}) - v_g = -\Delta\bar{b} - v_g \quad (10)$$

其中， $\Delta\bar{b}$ 定义为陀螺漂移估计误差。

上面得到的误差四元数方程和陀螺漂移估计误差方程为非线性方程，而滤波器设计是基于线性方程进行的，因此必须对上述方程进行线性化。

由于误差四元数是小量, 则 $T_{BO}(\Delta q_{BO})$ 可简化为

$$T_{BO}(\Delta q_{BO}) = \begin{bmatrix} 1 & 2\Delta q_3 & -2\Delta q_2 \\ -2\Delta q_2 & 1 & 2\Delta q_1 \\ 2\Delta q_2 & -2\Delta q_1 & 1 \end{bmatrix} = I - \mathfrak{A}[\Delta q_{BO} \times] \quad (11)$$

其中, $\Delta q_{BO} = [\Delta q_1 \quad \Delta q_2 \quad \Delta q_3]^T$,

$$[\Delta q_{BO} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta q_3 & \Delta q_2 \\ \Delta q_3 & 0 & -\Delta q_1 \\ -\Delta q_2 & \Delta q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

将上述各式代入式(9), 略去二阶以上小量, 有

$$\Delta \dot{q}_0 = 0 \quad (13)$$

$$\Delta \dot{q}_{BO} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{q}_1 \\ \Delta \dot{q}_2 \\ \Delta \dot{q}_3 \end{bmatrix} = -[\overset{\Delta}{\omega}_{BI} \times] \Delta q_{BO} - \frac{1}{2} \Delta \bar{b} - \frac{1}{2} \bar{v}_g \quad (14)$$

因此, 误差四元数降阶为三个独立的变量。

3 卡尔曼滤波器的设计

由于太阳敏感器只能在太阳光照区内工作, 分别在太阳光照区和地球阴影区内建立滤波模型。

3.1 太阳光照区姿态估计

在太阳光照区, 红外地平仪和数字太阳角计都正常工作。估计的状态变量为误差四元数、陀螺漂移估计误差、红外地平仪的常值测量偏差估计误差, 即

$$\bar{X} = [\Delta q_{BO}^T \quad \Delta \bar{b}^T \quad \Delta \varphi_{bias} \quad \Delta \psi_{bias}]^T \quad (15)$$

测量状态量取红外地平仪和数字太阳角计的测量残差, 即

$$\bar{Z} = [\Delta \varphi \quad \Delta \theta \quad \Delta D_\varphi \quad \Delta D_\psi]^T \quad (16)$$

则系统状态方程和观测方程为

$$\dot{\bar{X}}(t) = F(t)\bar{X}(t) + G(t)\bar{W}(t) \quad (17)$$

$$\bar{Z}(t) = H\bar{X}(t) + \bar{V}(t) \quad (18)$$

其中,

$$F(t) = \begin{bmatrix} -[\overset{\Delta}{\omega}_{BI} \times] & -\frac{1}{2} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} \\ 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}, G(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} \\ 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & I_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & \vdots & 0_{2 \times 3} & \vdots & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & H_S & \vdots & 0_{2 \times 3} & \vdots & 0_{2 \times 2} & & \end{bmatrix}, W(t) = \begin{bmatrix} \bar{v}_{g1} \\ \bar{v}_{g2} \\ \bar{v}_{g3} \end{bmatrix}, V(t) = \begin{bmatrix} \bar{v}_{e1} \\ \bar{v}_{S1} \end{bmatrix}$$

3.2 地球阴影区的姿态确定

当卫星进入地球阴影区, 数字太阳角计无法正常工作, 此时测量状态量仅能取红外地平仪的测量残差, 即

$$\bar{Z}' = [\Delta \varphi \quad \Delta \theta]^T$$

则观测矩阵变为

$$H' = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

相对应, 估计的状态变量为误差四元数、陀螺漂移估计误差, 即

$$\bar{X}' = [\Delta q_{BO}^T \quad \Delta \bar{b}^T]^T \quad (19)$$

则

$$F'(t) = \begin{bmatrix} -[\overset{\Delta}{\omega}_{BI} \times] & -\frac{1}{2}I_{3 \times 3} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.3 四元数、陀螺漂移误差和红外地平仪测量误差的校正

通过滤波器得到 t_K 时刻的卫星姿态四元数误差估计、陀螺漂移误差估计和红外地平仪测量误差估计，按下列方法对其进行误差修正：

$$q_{BO}^+(t_K) = q_{BO}^-(t_K) \otimes \Delta \hat{q}_{BO}(t_K) \quad (20)$$

$$\bar{b}^+(t_K) = \bar{b}^-(t_K) + \Delta \hat{b}(t_K) \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{bias}^+(t_K) \\ \theta_{bias}^+(t_K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{bias}^-(t_K) \\ \theta_{bias}^-(t_K) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \hat{\varphi}_{bias}(t_K) \\ \Delta \hat{\theta}_{bias}(t_K) \end{bmatrix} \quad (22)$$

当校正了 Δq_{BO} 、 $\Delta \bar{b}$ 、 $\Delta \varphi_{bias}$ 、 $\Delta \theta_{bias}$ ，状态 X 重新设置为零。

3.4 滤波器可观性分析

姿态滤波器是一个线性时变系统，所以不能采用通常的方法来进行可观性分析。仔细分析系统可以发现，在重力梯度力矩、气动力矩、地磁力矩和太阳辐射力矩等微小干扰力矩的作用下，星体的相对于惯性坐标系的旋转角速度的变化非常缓慢，所以在较短的时间间隔内可以将滤波器视为线性定常系统，这样就可以利用分段线性定常系统来代替时变系统，运用 Meskiri^[4]提出的方法进行可观性分析。

通过计算提取可观测性矩阵 SOM 可知，无论在太阳光照区还是在地球阴影区，当可观测性矩阵进入第三个时间段后均能达到满秩，即系统完全可观，从而说明滤波器时刻收敛的。

4 仿真算例

4.1 传感器性能

设一卫星的姿态敏感系统由陀螺、红外地平仪和太阳敏感器组成，各姿态敏感器性能指标分别为：红外地平仪在地球形状误差补偿后偏差为 $\varphi \leq 0.060^\circ$ ， $\theta \leq 0.055^\circ$ ，噪声为 $\varphi \leq 0.042^\circ$ ， $\theta \leq 0.030^\circ$ ；太阳敏感器测量精度在测量角为 $\pm 30^\circ$ 范围内时优于 0.05° ，测量角为 $\pm 30^\circ \sim \pm 64^\circ$ 范围内时优于 0.1° ；测量分辨率在两个范围内分别为 0.01° 和 0.02° ；陀螺的输出角速度量化精度 $0.2^\circ/p$ ，陀螺随机漂移为 $0.15^\circ/h$ (3σ)，刻度因子稳定性为 5×10^{-4} 。

4.2 仿真初始条件及结果

卫星的初始姿态为 $\varphi = 0$ ； $\theta = 0$ ； $\psi = 0$ 。在有重力梯度力矩、气动力矩、地磁力矩和太阳辐射力矩等干扰力矩的情况下，采用上述姿态确定方法进行仿真计算，结果如下：1) 太阳光照区，见图 1；2) 地球阴影区，见图 2。图中曲线含意为： $error = (\text{估计值} - \text{标准值}) / \text{标准值}$

5 结论

通过滤波器修正后得到的估计值与标准值之间差别非常小，而且可以快速收敛。同时由于在滤波器的设计过程中使用了小角度 ($< 5^\circ$) 假设，所以在滤波器稳定后，修正值与标准值之间的差值的绝对值小于 0.01° 。可见，卡尔曼滤波器的效果是显著的，它有效地利用了红外地平仪和太阳敏感器的测量信息，对陀螺的误差进行了修正，从而极大提高了系统的精度，达到了卫星测姿精度的要求。

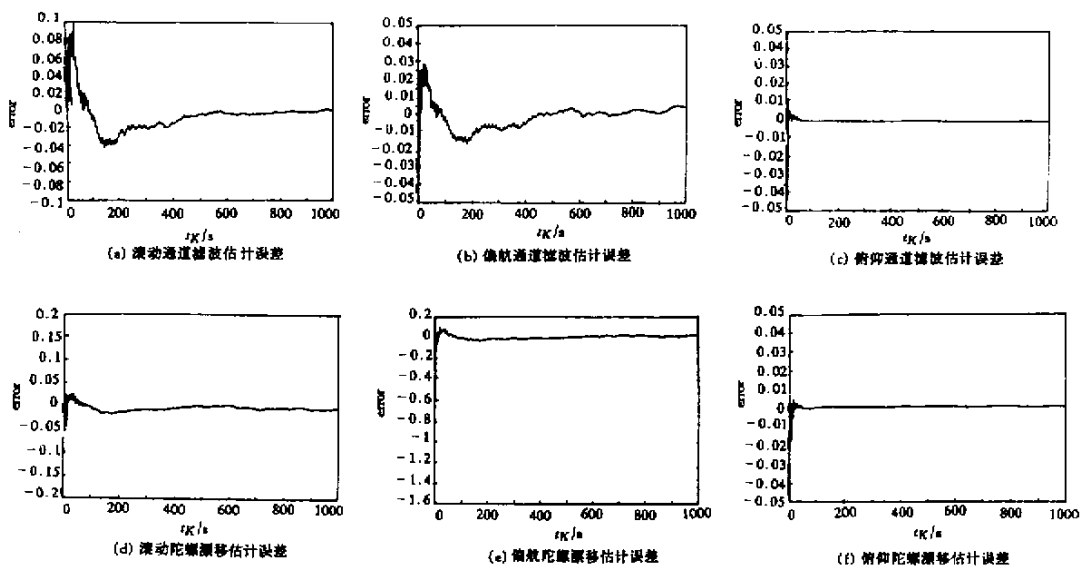


图1 太阳光照区

Fig.1 Sun illumination area

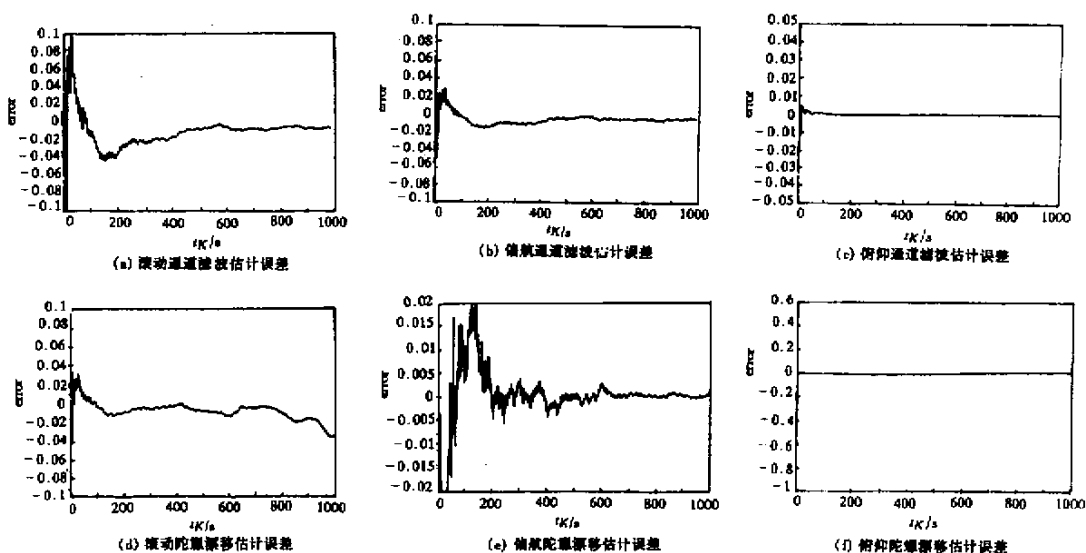


图2 地球阴影区

Fig.2 Earth shadow area

参考文献:

- [1] 黄圳圭. 航天器姿态动力学 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997.
- [2] 秦永元等. 卡尔曼滤波与组合导航原理 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998.
- [3] 程国采. 四元数法及其应用 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1991.
- [4] 万德钧等. 惯性导航初始对准 [M]. 南京: 东南大学出版社, 1998.

