

文章编号: 1001-2486 (2001) 06-0038-04

基于测速定轨的一类自适应样条滤波方法*

周海银, 汪雄良, 朱炬波

(国防科技大学理学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 提出了一种测速定轨的实时算法。该方法基于样条表示飞行轨道速度参数, 在只有多个测速元信息的情况下, 建立了自适应 Kalman 滤波递推算法, 实时给出了较高精度的飞行器轨道参数。

关键词: 测速定轨; 自适应; 样条滤波

中图分类号 V421.49 文献标识码: A

Self-adaptive Spline Filter Approach for Trajectory Determination by Velocity Measurement

ZHOU Hai-yin, WANG Xiong-liang, ZHU Ju-bo

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Based on spline filtering, this paper presents a novel self-adaptive approach for trajectory determination by using velocity measurements. The spline function is adopted to express the parameters of the trajectory so that an iterative algorithm of self-adaptive Kalman filter is established. When information of velocity measurement is merely provided, this approach can give real-time trajectory parameters of the aircraft with high precision.

Key words: self-adaptive; spline filter; trajectory determination by velocity measurement

飞行器的外弹道测量数据的处理通常分为两种类型。一是事后处理, 其目的是通过对测量系统的系统误差的自校准以及随机误差统计特性分析, 获取飞行器的高精度的弹道参数, 与内弹道测量数据联合, 分离制导工具系统误差, 实现飞行器控制系统的精度鉴定; 同时可以对外弹道跟踪设备进行精度鉴定, 以确定其是否能满足靶场试验的需要。其特点是要求数据处理精度高。二是实时处理, 其目的是通过建立飞行器的测量方程和状态方程, 利用滤波方法, 实时获取飞行器的轨道参数, 以了解飞行器的飞行状态, 为指挥显示、安全控制服务。其特点是确保在一定精度下, 计算量小, 响应速度快。

在现有的测距、测速体制下(如美国白沙靶场的 MISTRAM 系统), 事后数据处理方法已经比较成熟^[1]。目前实时数据处理方法主要是用多项式表示测量元素, 建立轨道与测量元素的线性系统, 运用 Kalman 滤波方法实时给出飞行器轨道^[2]。文[3, 4]提出了飞行器轨道参数的匹配准则, 建立了轨道参数的最优节点的样条表示理论, 为事后数据处理奠定了理论基础。文[5]提出了测速定轨的概念和计算方法。但该算法是基于非线性回归模型的参数估计方法, 计算量大, 不适用于实时处理。

1 模型

1.1 观测模型

记 t 时刻飞行器轨道位置、速度、加速度参数向量分别为

$$X_p(t) = (x(t), y(t), z(t))^T, X_v(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))^T, X_a(t) = (\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t))^T$$

记

* 收稿日期: 2001-05-09

基金项目: 国家自然科学基金(69872039)和教育部振兴计划高校骨干教师资助计划项目

作者简介: 周海银(1965-), 男, 副教授。

$$\begin{cases} \dot{R}^j(t) = \sqrt{(x(t) - x_j^0)^2 + (y(t) - y_j^0)^2 + (z(t) - z_j^0)^2}, \\ \alpha^j(t) = (x(t) - x_j^0, y(t) - y_j^0, z(t) - z_j^0)^T \end{cases} \quad (1)$$

其中, (x_j^0, y_j^0, z_j^0) $j = 1, 2, \dots, M$ 为 MISTRAM 系统各观测站站址坐标。

假设 t 时刻 MISTRAM 系统可以得到 M 个距离变化率 $\dot{R}^j(t)$, 则

$$\dot{R}^j(t) = \frac{\alpha^j(t)^T X_v(t)}{R^j(t)} \stackrel{\text{def}}{=} F^j(X_p(t))^T X_v(t) \quad (2)$$

设对飞行器跟踪测量的时间段为 $[T_s, T_e]$ 采样点为 $t_k, k = 1, 2, \dots, m, t_1 = T_s, t_m = T_e$ 且 $t_k - t_{k-1} = h$ 。记 $X_k = (X_v^T(t_k), X_p^T(t_k))^T$ 为 t_k 时刻的状态变量, $\dot{R}_k^j = \dot{R}^j(t_k)$ 为 $\dot{R}^j(t)$ 在 t_k 时刻的观测值, 令 $Z_k = (\dot{R}_k^1, \dot{R}_k^2, \dots, \dot{R}_k^M)^T$, 记 E_n 为 n 阶单位矩阵, O_n 为 n 阶零矩阵, $H_{10} = (E_3 \mid O_3), H_{01} = (O_3 \mid E_3)$, 则测量方程为

$$Z_k = F(H_{01}X_k)H_{10}X_k + V_k \quad (3)$$

其中, $F(H_{01}X_k) = F(X_p(t_k)) = (F^1(X_p(t_k)), F^2(X_p(t_k)), \dots, F^M(X_p(t_k)))^T, V_k$ 为观测噪声, 假设 V_k 为正态白噪声序列, 且

$$E(V_k) = 0, \text{Cov}(V_k, V_l) = R_k \delta_{k,l}, R_k = \text{diag}(\sigma^1, \sigma^2, \dots, \sigma^M) \quad (4)$$

1.2 状态方程

由文 [1], 飞行器轨道位置参数可以用三次样条函数表示, 设在时间段 $[T_s, T_e]$ 样条的内节点为 T_1, T_2, \dots, T_{N-1} 且 $T_0 = T_s, T_N = T_e$ 。因此在每一个子区间 $[T_{i-1}, T_i], i = 1, 2, \dots, N$ 内, 飞行器轨道位置参数可以用三次多项式表示, 即其三阶磨光函数为常数, 记为 $S_i = (S_x(i), S_y(i), S_z(i))^T$ 。在 $[T_{i-1}, T_i]$ 内考虑状态方程, 则有

$$\begin{cases} X_a(k+1) = X_a(k) + hS_i \\ X_v(k+1) = X_v(k) + hX_a(k) + \frac{1}{2}h^2S_i \\ X_p(k+1) = X_p(k) + hX_v(k) + \frac{1}{2}h^2X_a(k) + \frac{1}{6}h^3S_i \end{cases} \quad (5)$$

记 $\Phi_{k+1,k} = \begin{bmatrix} E_3 & O_3 \\ hE_3 & E_3 \end{bmatrix}, B = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 3h^2E_3 \\ h^3E_3 \end{bmatrix}, \Gamma = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2hE_3 \\ h^2E_3 \end{bmatrix}$, 则可以得到状态方程为

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1,k}X_k + \Gamma X_a(k) + BS_i + W_k \quad (6)$$

其中, W_k 为状态噪声, 假设 W_k 为正态白噪声序列, 且

$$\begin{cases} E(W_k) = 0, \text{Cov}(W_k, W_l) = Q_k \delta_{k,l}, Q_k = \text{diag}(q^1, q^2, \dots, q^6) \\ E(W_k V_j^T) = E(W_k X_0^T) = E(V_k X_0^T) = 0, \forall k, j \end{cases} \quad (7)$$

2 算法

2.1 递推方程

记 $\hat{X}_{k|k-1}$ 为在观测集 $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_{k-1}\}$ 下飞行器轨道的线性一步最优预报值, $P_{k|k-1}$ 为其预报误差方差矩阵, \hat{X}_k 为 X_k 的最优滤波值, P_k 为其滤波误差方差矩阵, K_k 为其滤波增益矩阵, $F_{k|k-1} = F(H_{01}\hat{X}_{k|k-1})H_{10}$ 。

由于模型 (3) 是非线性的, 我们采用计算简单且具有较高精度的如下线性化方法:

$$Z_k = F_{k|k-1}X_k + V_k$$

利用线性 Kalman 滤波原理, 可以得到模型 (3a, 4, 6, 7) 的广义 Kalman 滤波递推方程。

一步最优预报轨道值及预报误差方差矩阵:

$$\hat{X}_{k|k-1} = E(X_k | Z_{k-1}) = \Phi_{k,k-1}\hat{X}_{k-1} + \Gamma X_a(k-1) + BS_i \quad (8)$$

$$P_{k|k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + h^{-2} \Gamma (P_{k-1}^{11} + P_{k-2}^{11}) \Gamma^T + Q_{k-1} \tag{9}$$

其中, $P_{k-1}^{11}, P_{k-2}^{11}$ 分别为 P_{k-1}, P_{k-2} 的前 3 行和前 3 列构成的 3 阶子矩阵。

一步最优预报观测值及新息向量:

$$\hat{Z}_{k|k-1} = E(Z_k | Z_{k-1}) = E(F_{k|k-1} X_k + V_k | Z_{k-1}) = F_{k|k-1} \hat{X}_{k|k-1} \tag{10}$$

$$\tilde{Z}_{k|k-1} = Z_k - \hat{Z}_{k|k-1} = F_{k|k-1} \tilde{X}_{k|k-1} + V_k. \quad \text{其中 } \tilde{X}_{k|k-1} = X_k - \hat{X}_{k|k-1} \tag{11}$$

滤波增益矩阵:

$$K_k = P_k F_{k|k-1}^T R_k^{-1} \tag{12}$$

滤波公式:

$$\hat{X}_k = E(X_k | Z_k) = \hat{X}_{k|k-1} + K_k (Z_k - F_{k|k-1} \hat{X}_{k|k-1}) \tag{13}$$

滤波误差方差矩阵:

$$P_k = E(X_k - \hat{X}_k)(X_k - \hat{X}_k)^T = (I - K_k F_{k|k-1}) P_{k|k-1} \tag{14}$$

2.2 滤波异常的识别准则

由 V_k 的正态性及条件(4)(7)可知 $\tilde{Z}_{k|k-1} \sim N(0, F_{k|k-1} P_{k|k-1} F_{k|k-1}^T + R_k)$, 因此 $\chi_{M\alpha}^2(k) = \tilde{Z}_{k|k-1}^T (F_{k|k-1} P_{k|k-1} F_{k|k-1}^T + R_k)^{-1} \tilde{Z}_{k|k-1}$ 是自由度为 M 的 χ^2 分布, 故对于给定显著水平 α 的分位点 $\chi_{M\alpha}^2$, 如果 $\chi_{M\alpha}^2(k) > \chi_{M\alpha}^2$, 则在 t_{k-1} 时刻滤波异常, 否则, 滤波无异常。

2.3 自适应滤波

2.3.1 增益矩阵的修正

记 $RSS_k^j = \sum_{l=1}^k (\hat{R}_l^j - F_{l|l-1} \hat{X}_l)^2 = RSS_{k-1}^j + (\hat{R}_k^j - F_{k|k-1} \hat{X}_k)^2$, 令 $\sigma_k^j = \sqrt{RSS_k^j / (k-1)}$, 当滤波出现异常时, 用 $\hat{R}_k = \text{diag}(\sigma_k^1, \sigma_k^2, \dots, \sigma_k^M)^T$ 代替(12)式中的 R_k , 这样可以避免由于观测噪声的变化引起滤波异常。

2.3.2 状态方程的修正

$$\begin{cases} \hat{X}_a(k) = h^{-1} H_{10} (\hat{X}_k - \hat{X}_{k|k-1}) \\ \hat{X}_a(k-1) = h^{-1} H_{10} (\hat{X}_{k|k-1} - \hat{X}_{k-1}) \\ \hat{S}_i(k) = h^{-1} (\hat{X}_a(k) - \hat{X}_a(k-1)) \end{cases}$$

如果对于给定显著水平 α 的分位点 $\chi_{M\alpha}^2$, 如果 $\chi_{M\alpha}^2(k) > \chi_{M\alpha}^2$, 则在 t_{k-1} 时刻滤波异常, 此时用 $\hat{S}_i(k)$ 代替状态方程(6)中的 S_i , 这表明飞行器轨道由 $[T_{i-1}, T_i]$ 进入 $[T_i, T_{i+1}]$, 磨光函数的值发生了改变。这样的修正可以避免轨道表示误差引起滤波异常。

3 仿真结果

将时间段分成 $[0, 20]$ 和 $[20, 40]$ 两段, 每一段用一三阶多项式表示, 加上随机产生的干扰量, 根据站址坐标产生带测量噪声的 8 个距离变化率测量数据, 运用本文滤波算法得到计算结果如图 1。其中式 v_k, ω_k 的定义同文中式(4),(7), $\sigma^i = 0.3 (i = 1, 2, \dots, 8), q^i = \alpha (i = 1, 2, \dots, 6)$ 。

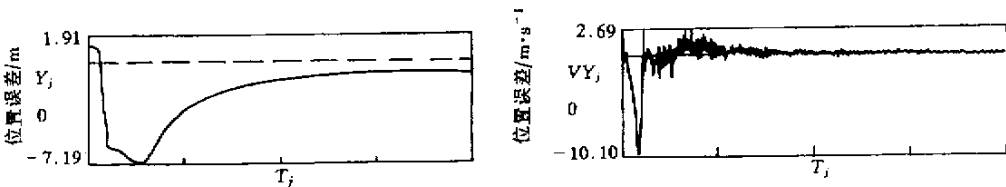


图 1 位置和速度的滤波误差

Fig.1 The filter error of position and velocity

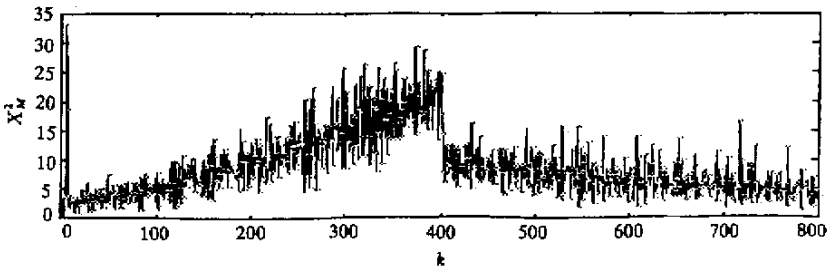
图2 $\chi_M^2(k)$ 曲线Fig.2 The curve of $\chi_M^2(k)$

图2表明,当飞行器轨道由 $[0, 20]$ 进入 $[20, 40]$ 时,从 $\chi_M^2(k)$ 曲线可以看出滤波异常,此时状态方程可以自适应进行修正。图1表明本文的滤波算法有很好的收敛性和稳定性。

参考文献：

- [1] 王正明, 易东云, 周海银等. 弹道跟踪数据的校准与评估 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999, 3, 283~286.
- [2] 张金槐. 远程火箭精度分析与评估 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995, 5, 369~373.
- [3] Wang Z M, Zhou H Y. Mathematical processing of range and range rate tracking data [R]. AD-A310796, June, 1996.
- [4] Wang Z M, Zhu J B. Reduced parameter model on trajectory tracking data with application [J]. Science in China (Series E) 1999 (2).
- [5] 易东云, 朱炬波等. 测速定轨的原理与方法 [J]. 中国空间科学技术, 1998 (5).
- [6] 王正明, 易东云. 测量数据建模与参数估计 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996, 7, 262~270.

