

文章编号: 1001-2486 (2001) 06-0054-04

## SPH 数值模拟中固壁边界的一种处理方法\*

汤文辉

毛益明

(国防科技大学理学院, 湖南长沙 410073) (解放军理工大学理学院, 江苏南京 211101)

摘要: 在光滑粒子流体动力学 (SPH) 数值模拟中尝试了一种处理固壁边界的边界力方法, 给出了一种新的边界力形式。利用 SPH 方法及边界力方法对水坝坍塌和涌波进入静止水塘这两个自由表面流动问题作了数值模拟。数值模拟结果表明, 在 SPH 计算中使用本文所给边界力处理固壁是行之有效的。

关键词: 光滑粒子流体动力学; 固壁边界; 自由表面流动

中图分类号: O35 文献标识码: A

## A Method of Processing Rigid Boundary Condition in SPH Simulation

TANG Wen-hui

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

MAO Yi-ming

(Institute of Sciences, PLA Univ. of Science and Technology, Nanjing 211101, China)

**Abstract:** A method of boundary force is used to process rigid boundary condition in smoothed particle hydrodynamics (SPH) simulation, and a new boundary force is given. Both problems of the free surface flows: bursting dam and bore, are simulated by using the SPH method via the boundary force. The numerical results show that the method of boundary force can be successfully used to process the rigid boundary condition.

**Key words:** smoothed particle hydrodynamics; rigid boundary condition; the free surface flows.

光滑粒子流体动力学 (SPH) 方法产生于 20 世纪 70 年代, 近年来得到各国学者的高度重视<sup>[1]</sup>。该方法的主要优点是不需要使用网格, 所以理论上可以处理任意的变形问题。但是从目前情况看, SPH 方法关于界面的处理比较困难<sup>[2]</sup>。近年来, 作者对 SPH 方法进行了一些研究<sup>[3]</sup>。

## 1 SPH 方程

SPH 方法是一种新的纯 Lagrange 方法, 它通过一个称为“核函数”的积分核进行“核函数估值”近似, 将流体力学基本方程组转换成计算用的公式。整个流场被离散成一系列“粒子”, 所有力学量由这些“粒子”负载。

SPH 方程如下<sup>[4]</sup>:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \rho_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (u_i - u_j) \nabla W_{ij} \quad (1)$$

$$\frac{du_i}{dt} = - \sum_j m_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{ij} \quad (2)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = \frac{P_i}{\rho_i^2} \sum_j m_j (u_i - u_j) \nabla W_{ij} \quad (3)$$

式中  $\rho$  为密度,  $m$  为粒子质量,  $p$  为压力,  $u$  为速度,  $E$  为单位质量物质的内能。  $W$  为核函数, 计算中可取<sup>[5]</sup>

\* 收稿日期: 2000-09-05

作者简介: 汤文辉 (1964-), 男, 博士, 副教授。

$$W(z, h) = \begin{cases} 1 - 3z^2/2 + 3z^3/4, & 0 \leq z \leq 1 \\ (2 - z)^3/4, & 1 \leq z < 2 \\ 0, & z \geq 2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\nabla W_{ij} = \partial W(x_i - x_j) / \partial x_i = - \partial W(x_i - x_j) / \partial x_j \quad (5)$$

式中  $z = |x_i - x_j| / h$   $h$  是具有长度量纲的特征尺度, 表示  $W$  不显著为 0 时  $|x_i - x_j|$  的取值范围。通常设定当  $|x_i - x_j| > 2h$  时  $W = 0$ 。

## 2 固壁处理方法

固壁是流体运动中常见的一种边界条件。在 SPH 数值模拟中, 将固壁边界离散成为“边界粒子”, 并假定边界粒子对靠近它的流体粒子施加一个大小适当的中心排斥力作用, 以阻止流体粒子穿越固壁边界。同时还应注意到, 排斥力只在近距离上起作用。Monaghan<sup>[6]</sup>认为, 边界力可取描述分子间相互作用的 Lennard-Jones 力形式:

$$f(r) = D[(r_0/r)^n - (r_0/r)^m]r/r^2 \quad (6)$$

其中  $D, n, m$  为可调参数。

尝试一种新的边界力形式, 如下式所示:

$$f(r) = A[(r_0/r)^n - 1]r/r \quad (7)$$

式中  $r_0$  为粒子初始间距,  $r$  为当前时刻边界粒子和流体粒子的间距, 当  $r > r_0$  时置  $f(r) = 0$ 。 $A, n$  为可调常数, 在本文算例中的取值分别为 600 和 4。与 (6) 式相比, (7) 式不但形式简单, 而且还少了一个可调参数。数值实验表明, 这种形式的边界力简单适用。边界力仅当流体粒子的近邻含边界粒子时才使用, 这时动量方程改为

$$\frac{du_i}{dt} = - \sum_{j_1} m_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_{j_1}}{\rho_{j_1}^2} \right) \nabla W_{ij_1} + \sum_{j_2} f_{ij_2} \quad (8)$$

上式中指标  $j_1$  表示  $i$  粒子的第  $j_1$  个近邻粒子为流体粒子, 涉及该指标的求和范围为  $i$  粒子的所有流体近邻粒子。指标  $j_2$  表示  $i$  粒子的第  $j_2$  个近邻粒子为边界粒子, 涉及该指标的求和范围为  $i$  粒子的所有边界近邻粒子。

## 3 算例

利用 SPH 方法及 FORTRAN 语言编写程序, 对水的两种自由表面流动问题进行了数值计算。虽然在这种问题中水是不可压的, 但在 SPH 方法中用到了压强, 因此可当作弱可压流体处理, 其物态方程可取任意形式, 例如:

$$p = \rho_0 c_0^2 (\rho / \rho_0 - 1) \quad (9)$$

式中  $\rho_0$  为常态密度,  $c_0$  为常态声速。

### 3.1 水坝坍塌问题

在  $t=0$  时刻, 假设垂直于水平面的水坝突然坍塌, 水柱将在重力的作用下沿地面向外流动。这是一个典型的可移动自由表面流动问题。图 1 是用 SPH 方法模拟、用 (7) 式处理边界条件得到的不同时刻的水柱运动、及冲撞下游障碍物的粒子图像。计算中, 水的初始宽度和高度均为 0.5m, 障碍物是直角边长为 0.05m 的等腰直角三角形, 距水柱的距离为 0.5m, 共设置粒子 2766 个, 其中 266 个为边界粒子。计算结果与文 [7] 中利用 MAC 方法的模拟结果非常相似。

### 3.2 涌波问题

用 SPH 方法模拟、用 (7) 式处理边界条件, 得到打开水闸后涌波进入静止水塘的运动和发展图像如图 2 所示。水闸内水的高度为 1m, 宽度为 0.4m, 水塘中水的高度为 0.1m, 宽度为 1.6m。计算中共设置了 6155 个粒子, 其中 565 个为边界粒子。在所给条件下, 涌波的高度约 0.28m, 接近水闸两侧水位差的 1/3, 涌波速度约 4.1m/s。模拟结果与文 [8] 介绍的 MAC 方法的模拟结果相符。

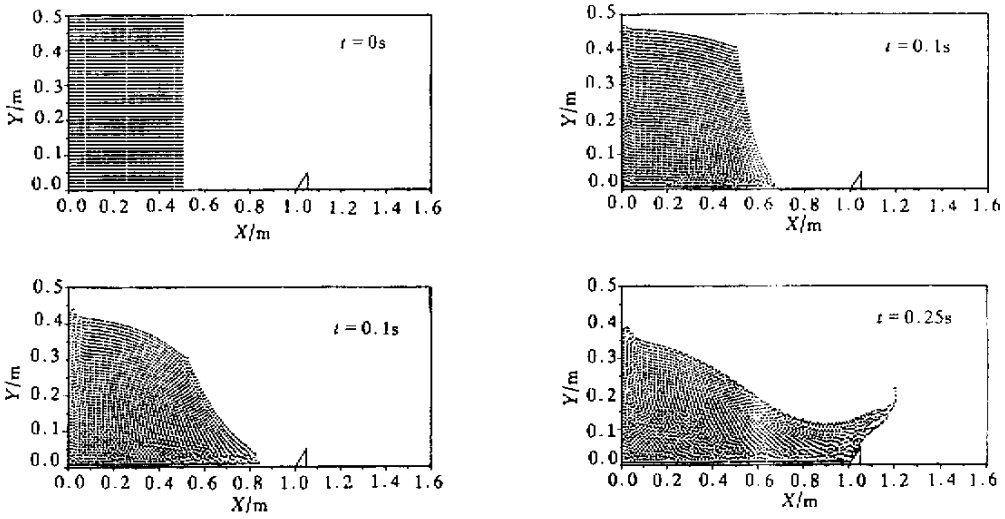


图1 水坝坍塌后不同时刻的粒子图象

Fig.1 Particle configurations for the bursting dam at different times

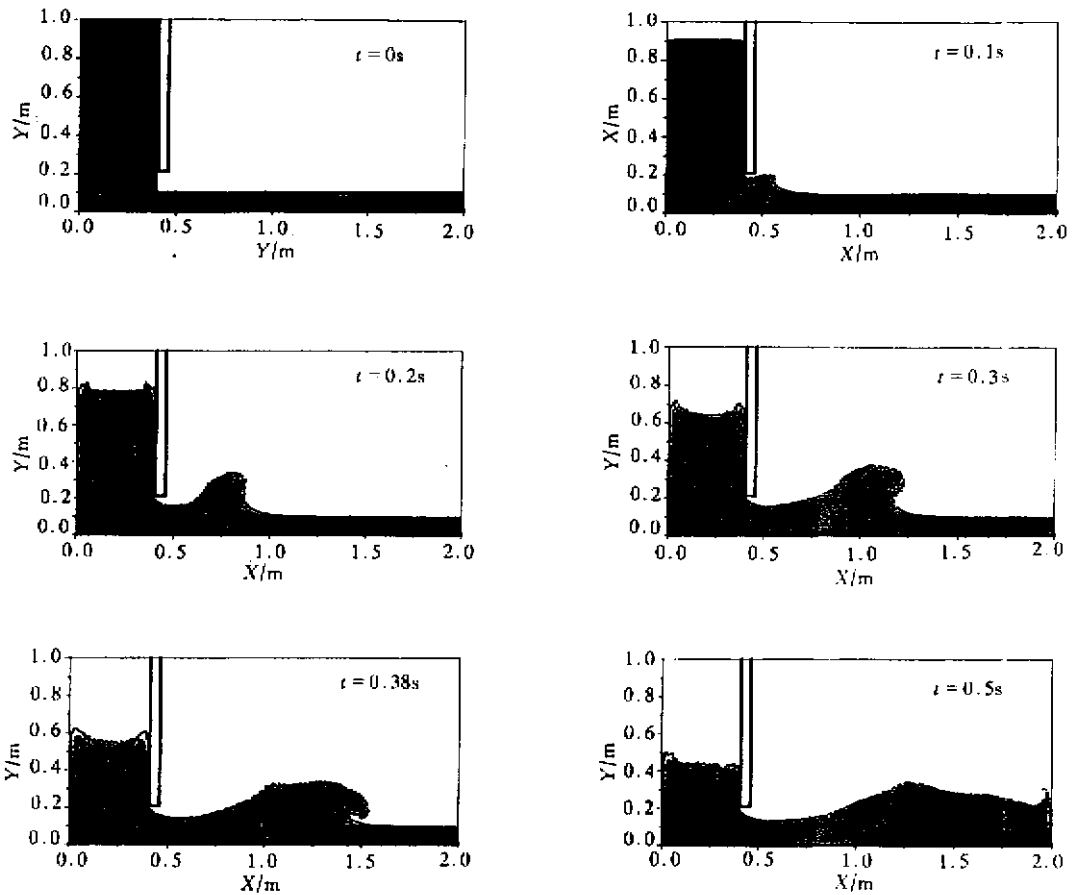


图2 不同时刻的涌波图象

Fig.2 Bore configurations at different times

## 4 结束语

假定边界粒子与流体粒子之间存在由(7)式描述的中心排斥力,对SPH数值计算中固壁边界进行了处理。数值结果表明,在SPH方法中,采取这种边界力处理固壁边界条件是行之有效的。可以预期,只要能给出固壁边界的数学表示形式,这种方法对于任意形状的固壁边界都是适用的。

## 参考文献:

- [1] Wingate C A, Dilts G A, Mandell D A, Crotzer L A, Knapp C E. Progress in smooth particle hydrodynamics [C]. In: Cameron I G ed., New Models and Numerical Codes for Shock Wave Processes in Condensed Media Proceedings, 1997, Oxford: AWE Hunting press. pp491~504.
- [2] Monaghan J J. An introduction to SPH [J]. Computer Physics Communications, 1988, 48: 89~96.
- [3] 汤文辉, 毛益明, 岳宗五. 光滑粒子流体动力学 (SPH) 方法 [J]. 高压物理学报, 1999, 13 (增刊): 282.
- [4] Libersky L D, Petschek A G, Carney T C, Hipp J R, Allahdadi F A. High strain lagrangian hydrodynamics [J]. J Comp Phys, 1993, 109 (1): 67-75.
- [5] Monaghan J J. Particle methods for hydrodynamics [J]. Computer Physics Report, 1985, 3: 71.
- [6] Monaghan J J. Simulating free surface flows with SPH [J]. J Comp Phys, 1994, 110: 399.
- [7] Harlow F H, Welch J E. Numerical study of large amplitude free surface simulations [J]. Phys Fluids, 1965, 9: 842.
- [8] 李德元等. 二维非定常流体力学数值方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.



