

文章编号: 1001-2486 (2001) 06-0070-04

## 空时分组编码的译码算法\*

李广森, 胡延平, 周良柱

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 空时分组编码是最近提出的使用多个天线应用于瑞利衰落信道的编码技术。利用传输矩阵的正交性推导出其译码算法的一般表达式。

**关键词:** 空时分组编码; 分集; 无线通信

**中图分类号:** TN911.22      **文献标识码:** A

## Decoding Algorithm of Space-Time Block Codes

LI Guang-sen, HU Yan-ping, ZHOU Liang-zhu

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defence Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Space-time block codes are code technologies which provide a new paradigm for transmit over Rayleigh fading channels using multiple antennas. The general decoding algorithm of Space-time block codes is deduced.

**Key words:** space-time block codes; diversity; wireless communication

当前的蜂窝标准支持 9.6 kbps 的数据和传真服务, 与目前的标准相比, 下一代的无线通信系统将提供更好(有线通信)的话音质量, 更快的数据传输率。但是, 时变的多径传输环境、有限的带宽资源以及用户对服务的需求使上述要求实现起来非常困难。解决这些问题的一个有效方法是采用分集技术。在许多情况下, 无线信道既不是显著时变的也不是高度频率选择性的, 这就迫使系统设计者考虑在接收端和发射端使用多天线来获取空间分集。

最近 Tarokh<sup>[1]</sup>提出的空时编码(Space-Time Codes)将多个发射天线的编码技术和接收端的信号处理结合在一起, 能够得到很高的增益。为降低译码的复杂度, Alamouti<sup>[2]</sup>提出了一种使用两个发射天线的方案, 可以采用简单的最大似然算法进行译码。Tarokh<sup>[4,5]</sup>将其推广, 提出了空时分组编码(space-time block code, STBC), 可使用任意数目的发射天线获得完全分集, 并且译码算法仍然采用最大似然算法。但是 Tarokh 只是利用一个简单的例子得到了译码结果, 并没有给出统一的表达式。

## 1 STBC 的编码

## 1.1 信号模型

考虑一个无线通信系统, 其基站有  $n$  个天线, 用户端有  $m$  个天线, 在每一个时间片  $t$ , 信号  $c_i^j$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 从  $n$  个天线同时发射出去。假定信道为慢衰落信道,  $\alpha_{i,j}$  为从发射天线  $i$  到接收天线  $j$  的路径增益, 它是各自独立的复高斯随机变量, 在每个实维度上的方差为 0.5。信道是被假定为缓慢变化的, 因此在一帧(长度为  $l$ )范围内, 路径增益是常数, 到下一帧时发生变化。从每个天线发射的码元平均能量被归一化为 1, 接收机  $j$  收到的信号  $r_j^i$  为:

$$r_j^i = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} c_i^j \sqrt{E_s} + \eta_j^i \quad (1)$$

其中噪声  $\eta_j^i$  是各自独立的零均值复高斯随机变量, 在每一个复维度的方差为  $n/(2\text{SNR})$ , SNR 代表信噪比。采用矩阵方式可表示为: 定义  $C_l$  为时刻  $l$  发射的信号矢量,  $C = [c_1(l) \ c_2(l) \ \dots \ c_n(l)] \cdot H$

\* 收稿日期: 2001-04-01

作者简介: 李广森(1973-), 男, 博士生。

为信道矩阵  $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{mn} \end{bmatrix}$  接收端收到的信号矢量为  $\mathbf{R}(l)$ ,

$$\mathbf{R}(l) = \mathbf{H}\mathbf{C}_l + \mathbf{r}(l) \quad (2)$$

假设信道状态信息已知,接收机计算的判决式为  $\sum_{t=1}^l \sum_{j=1}^m \left| r_t^j - \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} c_t^i \right|^2$ ,该判决计算所有的码字  $c_1^1 c_1^2 \dots c_1^n c_2^1 c_2^2 \dots c_l^1 c_l^2 \dots c_l^n$ 。

## 1.2 编码算法

STBC 是通过一个  $k \times n$  的正交的传输矩阵  $\mathbf{G}$  来定义的,系统框图如图 1 所示。通常使用发射天线的数目  $n$  来区分不同的编码。例如  $\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix}$  表示使用两个发射天线的空时编码, $\mathbf{G}_3$  表示使用三个发射天线的空时编码。其中  $x_i^*$  为  $x_i$  的共轭。

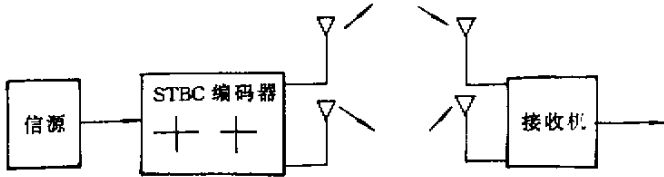


图 1 STBC 的系统结构框图

Fig.1 STBC system block diagram

假设发送端在基带使用的是有  $2^b$  元素的信号集,在时刻 1,有  $p$  bits 到达编码器,选择信号集中  $p$  个符号  $s_1 \dots s_p$ ,令  $x_i = s_i, i = 1, 2, \dots, p$ ,可由矩阵  $\mathbf{G}$  得到矩阵  $\mathbf{C}$ ,其中的每个元素是  $x_i$  及其共轭的线性组合, $c_i^j$  表示矩阵  $\mathbf{C}$  中第  $i$  列、第  $t$  行的元素,在时刻  $t (t = 1, 2, \dots, k), c_i^j (i = 1, 2, \dots, k)$  被  $n$  个发射天线同时发射出去。因此,矩阵  $\mathbf{C}$  的第  $i$  列代表由第  $i$  个发射天线发送出去的符号,第  $t$  行代表在时刻  $t$  所有天线发射传送出去的符号,采用上述方法可得到  $nm$  的最大分集。由于在时间  $k$  内发送了  $p$  个符号,定义空时分组编码的码率为  $R = p/k$ 。下面给出了另外两种传输矩阵的结构,可以看出  $\mathbf{G}_2$  的码率为 1, $\mathbf{G}_3$  的码率为  $1/2$ , $\mathbf{H}_3$  的码率为  $3/4$ 。

$$\mathbf{G}_3 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_2 & x_1 & -x_4 \\ -x_3 & x_4 & x_1 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 \\ x_1^* & x_2^* & x_3^* \\ -x_2^* & x_1^* & -x_4^* \\ -x_3^* & x_4^* & x_1^* \\ -x_4^* & -x_3^* & x_2^* \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_3 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ -x_2^* & x_1^* & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_1 - x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(x_2 + x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} \end{bmatrix}$$

## 2 译码算法

假设接收机在  $k$  时刻内接收到的数据为  $r_t^j (t = 1, 2, \dots, k)$ ,则计算的判决式为:

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^k \sum_{j=1}^m \left| r_t^j - \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} g_{t,i} \right|^2 \\ & = \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^k \left( r_t^j (r_t^j)^* - \sum_{i=1}^n r_t^j (\alpha_{ij} g_{t,i})^* - \sum_{i=1}^n (r_t^j)^* \alpha_{ij} g_{t,i} + \sum_{i=1}^n \sum_{i'=1}^n \alpha_{ij} g_{t,i} (\alpha_{i'j} g_{t,i'})^* \right) \quad (3) \end{aligned}$$

由于  $r_t^j (r_t^j)^*$  是一个常数, 计算判决时可以将其去掉。(3)式转化为下式:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^k \left( - \sum_{i=1}^n r_t^j (\alpha_{i,j} g_{t,i})^* - \sum_{i=1}^n (r_t^j)^* \alpha_{i,j} g_{t,i} + \sum_{i=1}^n |\alpha_{i,j}|^2 |g_{t,i}|^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{i'=1 \\ i' \neq i}}^n \alpha_{i,j} g_{t,i} (\alpha_{i',j} g_{t,i'})^* \right) \\ &= \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^k \left( - \sum_{i=1}^n r_t^j (\alpha_{i,j} g_{t,i})^* - \sum_{i=1}^n (r_t^j)^* \alpha_{i,j} g_{t,i} + \sum_{i=1}^n |\alpha_{i,j}|^2 |g_{t,i}|^2 \right) \\ &+ \sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{i'=1 \\ i' \neq i}}^n \alpha_{i,j} (\alpha_{i',j})^* \sum_{t=1}^k g_{t,i} (g_{t,i'})^* \right) \end{aligned} \quad (4)$$

上式右边第二项中的  $\sum_{i=1}^k g_{t,i} (g_{t,i})^*$  实际上是矩阵  $G$  的不同的两列的点积, 由于矩阵  $G$  是一个正交矩阵, 所以得到  $\sum_{t=1}^k g_{t,i} (g_{t,i})^* = 0$ 。则上式可转化为:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^k \left( - \sum_{i=1}^n r_t^j (\alpha_{i,j} g_{t,i})^* - \sum_{i=1}^n (r_t^j)^* \alpha_{i,j} g_{t,i} + \sum_{i=1}^n |\alpha_{i,j}|^2 |g_{t,i}|^2 \right) \\ &= \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^k \left( - \sum_{i=1}^n r_t^j (\alpha_{i,j} g_{t,i})^* - \sum_{i=1}^n (r_t^j)^* \alpha_{i,j} g_{t,i} \right) + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |\alpha_{i,j}|^2 \sum_{t=1}^k |g_{t,i}|^2 \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $\sum_{t=1}^k |g_{t,i}|^2$  是矩阵  $G^* G$  中对角线的第  $i$  个元素。由于  $G^* G = A(|s_1|^2 + \dots + |s_k|^2)I$ , 所以可得:

$$\sum_{t=1}^k |g_{t,i}|^2 = A(|s_1|^2 + \dots + |s_k|^2) \quad (6)$$

式中  $g_{t,i}$  是矩阵  $G$  的一个元素, 它是变量  $s_1 \dots s_k$  与其共轭的线性组合, 可表示为:

$$g_{t,i} = \sum_{i'=1}^n (p_{t,i,i'}(s_{i'}) + q_{t,i,i'}(s_{i'})^*) \quad (7)$$

其中  $p_{t,i,i'}$  表示矩阵  $G$  第  $t$  行第  $i$  列的元素  $g_{t,i}$  中符号  $s_{i'}$  的系数,  $q_{t,i,i'}$  表示矩阵  $G$  第  $t$  行第  $i$  列的元素  $g_{t,i}$  中符号  $s_{i'}^*$  的系数。将(6)式和(7)式代入(5)式中可得:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^k \left( - r_t^j \sum_{i=1}^n (\alpha_{i,j})^* \left( \sum_{i'=1}^n (p_{t,i,i'}(s_{i'}) + q_{t,i,i'}(s_{i'})^*) \right)^* \right. \\ & \left. - (r_t^j)^* \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} \sum_{i'=1}^n (p_{t,i,i'}(s_{i'}) + q_{t,i,i'}(s_{i'})^*) \right) + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |\alpha_{i,j}|^2 \sum_{i=1}^n |s_i|^2 \end{aligned} \quad (8)$$

在(8)式中没有交叉项  $s_i s_j$ , 因此可以将(8)式分成  $\sum_{i=1}^n S_i$  的形式, 其中  $S_i$  为:

$$\begin{aligned} S_i &= \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^k \left( - r_t^j \sum_{l=1}^n (\alpha_{l,j})^* (p_{t,l,i}(s_l) + q_{t,l,i}(s_l)^*)^* - (r_t^j)^* \sum_{l=1}^n \alpha_{l,j} (p_{t,l,i}(s_l) + q_{t,l,i}(s_l)^*) \right) \\ &+ \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^n |\alpha_{l,j}|^2 |s_l|^2 \end{aligned} \quad (9)$$

对(9)式的最小化等同于对判决式(10)的最小化

$$S_i = \left( \left| \left[ \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^k (r_t^j \sum_{l=1}^n (\alpha_{l,j})^* p_{t,l,i} + (r_t^j)^* \sum_{l=1}^n \alpha_{l,j} q_{t,l,i}) \right] - s_i \right|^2 + \left( -1 + \sum_{l=j}^n |\alpha_{l,j}|^2 \right) |s_i|^2 \right) \quad (10)$$

其中  $S_i$  只依赖于编码码元  $s_i$ 、接收码元  $r_t^j$ 、路径增益  $\alpha_{i,j}$  和正交矩阵  $G$ , 因此可以采用最大似然检测方法。令  $R_i = \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^k (r_t^j \sum_{l=1}^n (\alpha_{l,j})^* p_{t,l,i} + (r_t^j)^* \sum_{l=1}^n \alpha_{l,j} q_{t,l,i})$ , 对  $s_i$  的检测可以在信号集选择一个信号使  $s_i$  最小:

$$s_i = \min_{s \in A} |R_i - s|^2 + \left( -1 + \sum_{l=j}^n |\alpha_{l,j}|^2 \right) |s|^2 \quad (11)$$

### 3 验证

假设空时分组编码采用的传输矩阵为  $G_2$  将  $G_2$  代入到(9)式求信号  $s_1$  的判决式, 可得:

$$S_1 = \left( \left| \left[ \sum_{j=1}^m (r_1^j (\alpha_{1,j})^* + (r_2^j)^* \alpha_{2,j}) \right] - s_1 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\alpha_{i,j}|^2) |s_1|^2 \right) \quad (11)$$

信号  $S_2$  的判决式:

$$S_2 = \left( \left| \left[ \sum_{j=1}^m (r_1^j (\alpha_{2,j})^* - (r_2^j)^* \alpha_{2,j}) \right] - s_2 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\alpha_{i,j}|^2) |s_2|^2 \right)$$

假设空时分组编码采用的传输矩阵为  $H_3$  将  $H_3$  代入到(9)式求信号  $s_1$  的判决式, 可得:

$$S_1 = \left| \left[ \sum_{j=1}^m \left( r_1^j (\alpha_{1,j})^* + (r_2^j)^* \alpha_{2,j} + \frac{(r_4^j - r_3^j) \alpha_{3,j}}{2} - \frac{(r_4^j + r_3^j) \alpha_{3,j}}{2} \right) \right] - s_1 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{i,j}|^2) |s_1|^2 \quad (12)$$

信号  $s_2$  的判决式为:

$$S_2 = \left| \left[ \sum_{j=1}^m \left( r_1^j (\alpha_{1,j})^* - (r_2^j)^* \alpha_{2,j} + \frac{(r_4^j + r_3^j) \alpha_{3,j}}{2} + \frac{(r_4^j - r_3^j) \alpha_{3,j}}{2} \right) \right] - s_2 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{i,j}|^2) |s_2|^2$$

信号  $s_3$  的判决式为:

$$S_3 = \left| \left[ \sum_{j=1}^m \left( \frac{(r_1^j + r_2^j) \alpha_{3,j}}{\sqrt{2}} + \frac{(r_3^j)^* (\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j})}{\sqrt{2}} + \frac{(r_4^j)^* (\alpha_{1,j} - \alpha_{2,j})}{\sqrt{2}} \right) \right] - s_3 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{i,j}|^2) |s_3|^2$$

与文 [4] 中的结果完全一样。

### 4 结论

利用传输矩阵正交性推导出的空时分组编码的译码算法的一般表达式, 可以用来分析 STBC 的性能, 计算 STBC 的接收信噪比。

### 参考文献:

- [1] Tarokh V, et al. Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction [J]. IEEE Trans. on Inform. Theory, 1998, 44: 744~765.
- [2] Alamouti S M, A simple transmitter diversity scheme for wireless communications [J]. IEEE J. Select. Areas Com., 1998, 16: 1451~1458.
- [3] 李广森, 无线通信中的空时编码 [J], 通信技术, 2000, 4: 23~26.
- [4] Tarokh V, et al. Space-time block coding for wireless communication: performance results [J]. IEEE J. on Select. Areas Com., 1999, 17: 451~460.
- [5] Tarokh V, et al. Space-time block codes from orthogonal designs [J]. IEEE Trans. on Inform. Theory, 1999, 45: 1456~1467.
- [6] Naguib A F, et al. A space-time coding modem for high-data-rate wireless communications [J]. IEEE J. Select. Areas Com., 1998, 16: 1459~1478.
- [7] Couch II L W, Digital and analog communication systems [M]. 5th ed., New Jersey: Prentice Hall, 1997.

