

文章编号 :1001-2486(2001)06-0090-05

磁悬挂天平校准关系的非线性拟合*

谢海斌,谢红卫,龙志强

(国防科技大学机电工程与自动化学院,湖南长沙 410073)

摘要 :以磁悬挂天平系统的校准为研究背景,介绍了传统的校准关系的线性建模方案,针对其存在的缺陷,并结合校准实验数据的特点,提出了非线性拟合的改进方案,该方案借鉴了主成份分析法的合理成分,采用三次样条拟合方法建立校准关系,获得了令人满意的实际效果,最后,还定量比较了校准拟合的改进方案和传统的线性建模方案。

关键词 :磁悬挂天平系统;主成份分析法;非线性拟合;校准关系

中图分类号 :TP211+.53;O241.5 **文献标识码** :A

Nonlinear Fitness of Calibration Model of Magnetic Suspension and Balance System

XIE Hai-bin, XIE Hong-wei, LONG Zhi-qiang

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract :The research background is the calibration of the magnetic suspension and balance system developed in China. The paper introduces the traditional linear calibration modeling methods, discusses how to overcome its limitation after examining the calibration test data carefully. An improved method of nonlinear fitness to construct the calibration model is proposed. The proposed method uses the rational components of the concept of principal component analysis, and adopts the ideas of cubic spline fitting. Finally, We compare the results of the improved method and traditional methods, and prove the effect of the proposed one.

Key words :magnetic suspension and balance system; principal component analysis; nonlinear fitness; calibration relationship

磁悬挂天平系统(Magnetic Suspension and Balance System, MSBS)就是通过对多组电磁线圈电流进行实时控制,使磁性飞行器模型所受的电磁力、重力、空气动力以及其它干扰力达到力平衡状态而稳定悬浮于风洞实验段中,通过检测模型的位置与姿态信号和电磁线圈的控制电流信号实现精密测力的装置^[6,7]。

研制 MSBS 的最终目的是准确获取飞行器模型的气动力参数。MSBS 的校准与气动力测量就是要准确获取系统运行数据并利用所取得的数据计算飞行器模型在风洞吹风试验中的气动力参数。MSBS 校准的基本原理是,通过校准装置对稳定悬挂于风洞实验段中的飞行器模型施加已知的外力和力矩,同时测量出电磁线圈相应的电量,并利用实验数据处理方法得到力和电量之间的函数关系;气动力测量过程的基本原理是,在进行风洞吹风实验时,通过采集磁悬挂天平的有关电量,再根据校准获得的函数关系确定力和力矩的大小。因此,气动力准确测量的关键就是要精确地建立力(力矩)与电量之间的关系。由于磁场分布的复杂性,上述关系的理论建模难以达到较高精度,因此,对于 MSBS,采用实验校准的方法来确定力(力矩)与电量之间的关系。

1 校准关系的线性建模方案

传统的 MSBS 校准方案借鉴了常规天平的校准方法,将力(力矩)与电量之间的校准关系假定为线性关系,通过校准实验获取校准实验数据后,依据最小二乘法获得校准关系。下面简要介绍磁悬挂天平

* 收稿日期:2001-06-11
基金项目:国家部委预研基金资助
作者简介:谢海斌(1977-),男,硕士生。

校准关系的线性模型。

悬浮于 MSBS 中的飞行器模型受到 F_{z1} (前悬)、 F_{z2} (后悬)、 F_{y1} (前侧)、 F_{y2} (后侧) 和 F_x (轴向) 5 个主动控制的电磁力约束,其滚动自由度由模型内部的永久磁铁棒两端的导磁片被动约束。从模型测力的角度看,只能测到气动力的 5 个组合分量。例如,在零攻角状态下,可以测到的组合力为:阻力 $F_x = F_x$,偏航力 $F_y = F_{y1} + F_{y2}$,升力 $F_z = F_{z1} + F_{z2}$,俯仰力矩 $M_y = \frac{L_1}{2}(F_{z1} - F_{z2})$,偏航力矩 $M_z = \frac{L_1}{2}(F_{y1} - F_{y2})$,其中 L_1 为 F_{z1} 与 F_{z2} (F_{y1} 与 F_{y2}) 的作用臂长(假定校准中心与模型几何中心重合)。所用的坐标系则定义为:阻力方向为 x 轴,升力方向为 z 轴, y 轴与 x 、 z 轴成右手系。

用砝码加载模型,模拟模型所受的阻力 F_x 、偏航力 F_y 、升力 F_z 、俯仰力矩 M_y 和偏航力矩 M_z ,并将它们依次设为 F_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$)。测量元件上的输出量分别为:前悬电流 I_1 、后悬电流 I_2 、前侧电流 I_3 、后侧电流 I_4 和轴向电流 I_5 。依次与 5 个气动力分量对应的电量 N_i 分别为: $N_1 = I_5$, $N_2 = I_3 + I_4$, $N_3 = I_1 + I_2$, $N_4 = I_1 - I_2$, $N_5 = I_3 - I_4$,它们称为对应气动力的电流主分量。MSBS 校准的目的就是要确定 N_i 和 F_i 之间准确的函数关系。一般地,它们的关系可以用天平校准公式表示为:

$$F_i = F_i(N_1, N_2, \dots, N_5) = F_i(N) \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \quad (1)$$

传统校准方案假定天平所受气动力与电磁线圈的控制电流具有良好的线性关系,因此,可以用线性模型来建立校准关系,常用的线性模型有主分量模型和带有一阶干扰的线性模型。

当假定气动力 F_i 和其主分量 N_i 之间有简单的线性关系,并忽略其它分量的气动力干扰时,采用主分量模型,此时校准公式(1)变为:

$$F_i = K_i N_i \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \quad (2)$$

由于吹风实验中,各个气动力分量相互干扰,而该模型丢掉了其它电流分量蕴含的重要信息,因此难以真实地反映系统的运行状态。

为了克服主分量模型数据利用率低的缺陷,可以考虑各个分量间的彼此干扰,用带有一阶干扰的线性模型来建立 N_i 和 F_i 的函数关系,并同时考虑系统误差项和随机误差项。在此情况下,天平校准公式(1)可表示为:

$$F_i = K_i N_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^5 K_{ij} N_j + \Delta_i + e_i \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \quad (3)$$

其中, K_i 叫作天平第 i 个测量分量的校准主系数; K_{ij} 叫作天平第 j 个气动力分量对第 i 个测量分量的一阶干扰系数,它的大小表示天平受到其它分量线性干扰的大小; Δ_i 为第 i 个分量的系统误差; e_i 为第 i 个分量的随机观测误差,并假定它为零均值白噪声。(3)式的求解是一个典型的线性模型参数估计问题,最常用的方法是最小二乘法。然而通过对获取的 MSBS 校准实验数据的分析发现,5 路电流信号存在着很强的线性关系,说明设计矩阵严重病态,因而采用最小二乘法,其估值可信度很低。进一步研究表明,即使采用岭估计方法也不能显著改善估计结果,所以在实际的 MSBS 校准工作中,采用传统的线性建模方法难以达到令人满意的精度。

2 基于第一主成份的非线性拟合方案

针对 MSBS 校准实验数据的特点,需要考虑如何克服设计矩阵的复共线性问题和建立更为准确的力(力矩)与电量之间关系的数学模型的问题。

针对电流信号线性相关性很强的特点,笔者采用主成份分析法来克服设计矩阵的复共线性问题^{2,31}。但通过对获取的校准实验数据进行分析发现,五个通道的实验数据都满足下述关系:

$$\lambda_{i\max} / \sum_{j=1}^5 \lambda_{ij} \times 100\% \geq 98\%$$

其中, $\lambda_{i\max} = \max_{j=1, 2, \dots, 5} (\lambda_{ij})$, $i = (1, 2, \dots, 5)$, λ_{ij} 为第 i 个通道单元校准实验数据构成的特征矩阵 $N_i^T N_i$ 的第 j 个特征值。由此可见,第一主成份(与最大特征值对应的主成份)的方差在全部主成份的总方差中

占有支配性的地位。因此剔除其它主成份,只保留第一主成份参与数据拟合是合理的。为了克服线性拟合存在较大的拟合残差的缺陷,笔者采用第一主成份跟与之对应的力(或力矩)进行三次样条拟合的方法建立力(力矩)与电量之间的校准关系^{4,5]}。

改进方法采用第一主成份参与拟合既能够充分利用原始数据的信息,又可以抑制对拟合精度贡献不大的主成份的作用,因而比主分量模型建立的校准关系更为合理;采用三次样条拟合的非线性方法以阶次不高的多项式(三次)进行分段拟合,所拟合的曲线通过所有的数据点,并且在断点上具有2阶精度,所以比线性拟合的精度高,且不存在拟合残差。该算法的具体步骤如下:

(1) 数据预处理:对在 $F_k(k=1, 2, \dots, 5)$ 的单元校准实验中获取的电流数据进行预处理,包括剔除坏点、由电流数据转换为与气动力对应的电量数据、求取增量数据并剔除重复点(主要是零载荷点),构造拟合所需的设计矩阵 $N_k = (N_{k1}, N_{k2}, N_{k3}, N_{k4}, N_{k5})$ 和载荷向量 F_k , 其中 $N_{ki} = (N_{ki}^1, N_{ki}^2, \dots, N_{ki}^m)^T$, m 为加载次数;

(2) 求取矩阵 $N_k^T N_k$ 的特征值 $\lambda_{ki}(i=1, 2, \dots, 5)$ 和标准化特征向量 $P_{ki}(i=1, 2, \dots, 5)$, 特征向量构成的矩阵记为 $P_k = (P_{k1}, P_{k2}, P_{k3}, P_{k4}, P_{k5})$;

(3) 设 $\lambda_{kl} = \max_{i=1, 2, \dots, 5} (\lambda_{ki})$ 则与 λ_{kl} 对应的标准化特征向量为 P_{kl} , 构造第一主成份 $Z_k = N_k P_{kl}$;

(4) 用第一主成份 Z_k 与载荷向量 F_k 进行三次样条拟合,得到的样条多项式 $P_k(Z_k)$ 和构造第一主成份的变换向量 P_{kl} 即为描述 F_k 与电量之间校准关系所需的结果。

与传统方法用矩阵描述校准关系的线性模型不同,改进方法获得的校准关系由样条多项式和变换向量表示,对应于每一个气动力都分别由1个样条多项式和1个变换向量来描述它与电量之间的校准关系。在对吹风实验中获取的电流数据进行与校准算法步骤(1)相同的预处理后,计算主成份 $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_5) = NP$, 其中 N 为预处理后的电量数据构成的设计矩阵, P 为由原始数据构造第一主成份的变换矩阵,即 $P = (P_{1l}, P_{2l}, \dots, P_{5l})$, Z 的第 i 列为与 F_i 对应的第一主成份,将 Z_i 带入到样条多项式 $P_i(Z)$ 中即可计算出相应的 F_i 。

3 结果比较

在对 F_z 校准过程中,对应于每1次加载,每个电流通道都分别采样100个数据,经过数据预处理后,取其平均值与加载值对应,预处理后的校准实验数据见表1。

表1 预处理后的校准实验数据

Tab.1 Calibration test data after pretreatment

序号	$F_z(g)$	$N_1(A)$	$N_2(A)$	$N_3(A)$	$N_4(A)$	$N_5(A)$
1	14	0.0025	-0.0043	-0.1848	-0.0000	0.0082
2	36.4	0.0190	-0.0019	-0.4682	0.0065	0.0169
3	100	0.0201	-0.0140	-1.3200	0.0440	0.0391
4	200	0.0183	-0.0232	-2.6563	0.1322	0.0686
5	0	0	0	0	0	0
6	-100	-0.0115	0.0094	1.1057	0.0001	0.0001
7	-136.4	-0.0095	0.0077	1.5151	0.0020	-0.0015
8	-200	-0.0126	0.0054	2.1865	0.0424	-0.0000

从表中的数据可以计算出设计矩阵的条件数为677.8461,表明原始设计矩阵存在严重的病态,用最小二乘法求解线性模型会严重偏离真实值。利用主成份法来克服原始设计矩阵存在的复共线性问题,故求出设计矩阵对应的特征矩阵的特征值分别为0.0000、0.0001、0.0006、0.0183、17.3619,分析特征值的计算结果可知,第一主成份的方差占总方差的99.89%,因此,完全可以剔除其它主成份,用第一主成份与升力校准载荷进行三次样条拟合来建立升力与电量之间的校准关系。构造第一主成份的变换向量是与最大特征值对应的标准化特征向量,即 $P_1 = [0.0080, -0.0067, -0.9997, 0.0183,$

0.0142 J^T。

图 1、图 2 分别是用第一主成份与升力校准载荷进行线性拟合和进行三次样条拟合所得的结果。

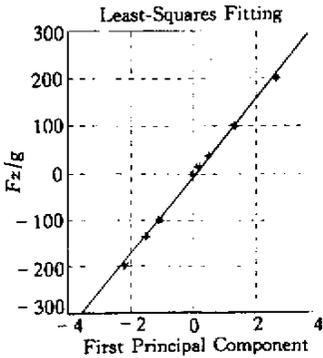


图 1 用第一主成份进行线性拟合

Fig.1 Linear fitness using first brincipal component

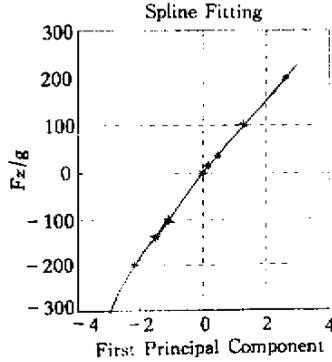


图 2 用第一主成份进行三次样条拟合

Fig.2 Cubic spline fitness using first brincipal component

比较图 1 和图 2 可以发现,三次样条拟合不存在拟合残差,并且可以准确地反映出系统在大载荷条件下呈现的非线性特征。

通过准度分析的结果来说明基于第一主成份的三次样条拟合建立的校准关系比用传统方法得到的校准关系更为精确。准度分析是对校准后的系统施加一组已知的检验载荷,用获得的电量数据按校准实验中建立的校准关系计算得到的载荷值与实际载荷值进行比较,平均相对误差越小,说明校准关系准度越高。经过预处理后的准度分析实验数据见表 2。

表 2 预处理后的准度分析实验数据

Tab.2 Test data of degree of accuracy analysis after pretreatment

序号	$F_z(g)$	$N_1(A)$	$N_2(A)$	$N_3(A)$	$N_4(A)$	$N_5(A)$
1	100	-0.0868	-0.0054	-1.3165	0.0805	0.0246
2	200	-0.1624	-0.0053	-2.6476	0.1709	0.0481
3	-100	-0.0133	-0.0001	1.1020	-0.0047	0.0010
4	-200	-0.0214	0.0030	2.1817	0.0006	0.0025

表 3 为列举了六种拟合方案的准度分析结果。

表 3 准度分析结果

Tab.3 Result of degree of accuracy analysis

绝对误差 检验载荷	拟合方法	主分量	最小二乘	主成份法	第一主成份	主分量	第一主成份
		线性拟合	拟合	拟合	线性拟合	样条拟合	样条拟合
100		-0.0342	7.7371	-0.1076	0.0111	0.2548	0.2871
200		-10.1903	13.8292	-10.4210	-10.1841	0.7176	0.8105
-100		0.1061	-0.2112	0.2216	0.1257	-0.3312	-0.3290
-200		-10.5491	-1.5481	-10.4013	-10.5928	-0.5123	-0.4304
平均相对误差(%)		2.63	3.91	2.69	2.63	0.30	0.31

由准度分析结果可以看出,由于原始设计矩阵存在复共线性问题,因此用最小二乘法求解的带有一阶干扰的线性模型参数可信度不高,用于测力时,准度较低;主成份法可以克服设计矩阵存在的复共线性问题,结果有所改善,但不明显;用主分量或第一主成份进行线性拟合时,准度相当,但第一主成份充分利用了电流信息,在进行多元准度分析时,会达到更高的准度;用主分量和第一主成份进行样条拟合

时,准度明显提高,由线性拟合的3%提高到0.3%。同样地,主成份拟合具有数据利用率高的优点。从表中还可以看出,四种校准关系的线性建模方案都不能真实地反映在大载荷条件下电流数据呈现出的非线性特征。因此,当检验载荷为200和-200时,预测值与实际值有很大的误差,而两种非线性方案能够克服线性方案的不足,在大载荷条件下仍然具有较高的预测精度。

4 结论

针对我国自行研制的磁悬挂天平的校准实验数据的特点和传统的校准关系的线性建模方案存在的缺陷,以提高校准精度与准度为目标,提出了基于主成份分析法的校准关系的非线性拟合方案。该方案借鉴了主成份分析法的合理成份,采用三次样条拟合方法建立校准关系,克服了主分量模型由于忽略各通道的相互干扰而造成数据利用率低的缺陷,解决了带有一阶干扰的线性模型由于用实际实验数据构造设计矩阵存在的复共线性问题。该改进方案不一定适用于所有的MSBS的校准,但通过实际应用的检验发现,它可以将我国研制的这套MSBS的校准准度由传统线性建模方法的3%提高到0.3%。

参考文献:

- [1] 邓勃. 分析测试数据的统计处理方法[M]. 北京:清华大学出版社, 1995.
- [2] 张金槐. 线性模型参数估计及其改进[M]. 长沙:国防科技大学出版社, 1999. 126-143.
- [3] 王学仁,王松桂. 实用多元统计分析[M]. 上海:上海科学技术出版社, 1990. 270-296.
- [4] 熊洪允,增绍标,毛云应. 应用数学基础[M]. 天津:天津大学出版社, 1998. 24-35.
- [5] 李人厚,张平安. 精通MATLAB——综合辅导与指南[M]. 西安:西安交通大学出版社, 1998.
- [6] 尹力明,余龙华. 15cmX15cm磁悬挂天平技术研究[C]. 空气动力学研究文集, 1997.
- [7] Sawada, H. The 10cmX10cm Magnetic Suspension and Balance System at the National Aerospace Laboratory[R]. AIAA 91-0397, 1991.

