文章编号: 1001-2486 (2002) 01-0094-06

灰色可靠性设计模型及其在机械工程应用*

罗佑新, 郭惠昕, 张龙庭, 蔡安辉, 桂乃磐
(常德师范学院机械工程系, 湖南 常德 415003)

摘要: 将灰色系统推广到概率统计理论, 阐述了灰色概率公理化体系, 研究了灰色概率密度函数与灰色可靠度计算方法, 建立了应力—强度干涉灰色可靠度计算模型及其白化求解方法, 编制了 matlab5.3 语言程序。给出了工程应用实例, 并对结果与常规可靠性设计进行了对比分析, 显示了本模型的正确性与可行性。它可用于设计参数变动对可靠度的灵敏度分析及其稳健性可靠性设计, 有效地控制设计参数。

关键词: 灰色系统; 可靠性设计; 机械工程; 模型; 稳健性
中图分类号: O159; O21; TP202 文献标识码: A

Grey Reliability Design Model and its Application to Mechanical Engineering

LUO You-xin, GUO Hui-xin, ZHANG long-ting, CAI An-hui, Gui Nai-pan
(Department of Mechanical Engineering, Changde teachers University, Changde 415003, China)

Abstract: Grey system is extended to probability stat. theory. Grey probability axiom system is expounded. grey probability density function and Grey reliability calculating method are studied. Then, stress-strength interference grey reliability calculating model and its whitening solution method are established. The program is worked out with Matlab5.3.1 language. Some examples are given, balance analysis is made for the general reliability design method and it displays that this model is accurate & feasible, and can be used to implement sensitive analysis and robust reliability design when their parameters are changed to effectively control design parameters.

Key words: Grey system; reliability design; mechanical engineering; model; robust

概率理论是一种应用统计手段研究系统发展规律的理论, 从某种意义上讲是一种应用已有部分白色信息的统计规律推知灰色系统未来发展的理论, 它要求随机样本为全白的信息。但在现实情况下随机样本不全为白或不全白的事例并不少见。由于观察、量测、计算及其它影响因素的作用, 我们得到的随机样本不能表示为白数, 而是以具有上、下确界的灰数表示更符合实际。当随机样本为灰时, 应用灰色随机样本研究系统的统计规律, 涉及到“灰色概率”和“灰色数理统计”问题。本文在文献[1]的基础上, 研究了灰色概率密度函数与灰色可靠性模型, 建立了应力—强度干涉灰色可靠度计算模型及其白化求解方法, 给出了工程应用实例。

1 灰色概率[1]

1.1 基本概念

定义 1 设论域 Ω 是一个基本空间, 称 $D(\otimes)$ 为该论域中的一个灰色子集, $A(\otimes)$ 为一灰事件, 并且将必然事件记为 U, 不可能事件记为 V。

定义 2 如果 $A(\otimes)$ 与 $B(\otimes)$ 为论域中的两个灰事件, 则 $A(\otimes)\cup B(\otimes)$, $A(\otimes)\cap B(\otimes)$ 分别表示灰事件 $A(\otimes)$ 与 $B(\otimes)$ 的和事件与积事件, $A(\otimes)-B(\otimes)$ 为差事件, 而 $\overline{A(\otimes)}$ 为灰事件 $A(\otimes)$ 的逆事件。

* 收稿日期: 2001-08-12
基金项目: 湖南省自然科学基金资助 (00JJY2050); 湖南省教育厅高校科研项目资助 (00C294)
作者简介: 罗佑新 (1966—), 男, 副教授。

定义 3　如果有 $A(\nsim) \subseteq B(\nsim)$，则称 $A(\nsim)$ 为 $B(\nsim)$ 的事件。

定义 4　如果 $A(\nsim) \cap B(\nsim) = V$，则称 $A(\nsim)$ 与 $B(\nsim)$ 互斥；如果一组事件 $A_1(\nsim)$、$A_2(\nsim)$、…、$A_n(\nsim)$ 中任意两个事件互斥，则称这组灰色事件两两互斥。

定义 5　如果两个灰事件 $A(\nsim)$，$B(\nsim)$ 满足：$A(\nsim) \cup B(\nsim) = U$，$A(\nsim) \cap B(\nsim) = V$，则称灰事件 $A(\nsim)$ 与灰事件 $B(\nsim)$ 互逆，其中一个灰事件为另一个灰事件的逆事件。

由于灰数本身无法作一般概率统计意义下的处理，因此，概率空间的一些公理有不满足的可能，另外这样得出的概率也为灰数，不利于信息的利用，为了不失一般性，且又能满足概率空间的公理，本文作以下灰色概率的定义。

定义 6　设有一组灰数随机样本 $\nsim_i \in [\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i]$ $(i = 1, 2, …, n)$，将 $[\underline{\alpha}^*, \overline{\alpha}^*]$ 组成的区间平均分成 m 个子区间 $\Delta\nsim_j$ $(j = 1, 2, …, m)$，其中：$\underline{\alpha}^* = \min\underline{\alpha}_i$，$\overline{a}^* = \max\overline{\alpha}_i$ $(i = 1, 2, …, n)$。由于灰数实质上是一确定值的可能取值范围，即某一确定值 a 将在区间 $[\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$ 中出现，但是由于某种原因，我们不知道该值在哪一点出现。对于某一随机样本 $\nsim_i[\underline{a}_i, \overline{a}_i]$，确定值 a_i 将落在灰子区间 $\Delta\nsim_j$ 的概率（或可能性）可记为：

$$K_i(\Delta\nsim_j) = \frac{\Delta\nsim}{\overline{\alpha}_i - \underline{\alpha}_i} \qquad \backslash \qquad (\Delta\nsim \leqslant \Delta\nsim_j,\ \Delta\nsim 为一区间灰数)$$

其中：$\overline{\alpha}_i = \sup \nsim_i$，$\underline{\alpha}_i = \inf \nsim_i$。

这就是说在某一随机样本中，某确定值出现在灰区间内任一点的可能性是相等的。确定值 a 落在灰色子区间的 $\Delta\nsim_j$ 的可能性可用 $\Delta\nsim_j$ 与样本的灰区间长度之比来表示。可见对于某一灰样本，确定值 a_i 将落在 $\nsim_i[\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i]$ 的可能性为 1，在 n 个灰色随机样本中，$\Delta\nsim_j$ 出现的频率可记为：

$$f(\Delta\nsim_j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_i(\Delta\nsim_j) \qquad (i = 1, 2, …, n, j = 1, 2, …, m)$$

其中：

$$K_i(\Delta\nsim_j) = \begin{cases} \dfrac{\Delta\nsim}{\overline{\alpha}_i - \underline{\alpha}_i} & (\Delta\nsim \leqslant \Delta\nsim_j,\ \Delta\nsim_j \subset \nsim_i \in [\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i]) \\ 0 & (\Delta\nsim_j \not\subset \nsim_i \in [\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i]) \end{cases}$$

如果将所拥有的灰色随机序列看作灰色随机过程的简单随机子样，样本数又足够多，那么灰色子区间 $\Delta\nsim_j$ 越小（即 m、n 足够大），灰色子集 $\Delta\nsim_j$ 出现的频率就越接近其出现的概率 $P(\Delta\nsim_j)$：

$$P(\Delta\nsim_j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_i(\Delta\nsim_j)$$

由以上分析可知，虽然灰色概率是以白数的形式出现的，但它是灰色随机子样统计的结果，即以“灰色子区间”$\Delta\nsim$ 代表古典概率计算中“点”的统计结果。这种灰色概率是对灰色随机系统运动规律的一种白化或估计。

当随机样本为白数时，有：

$$K_i(\Delta\nsim_j) = \frac{\Delta\nsim}{\overline{\alpha}_i - \underline{\alpha}_i} = 1 \quad (\Delta\nsim \to 0,\ \underline{\alpha}_i \to \overline{\alpha}_i,\ \Delta\nsim \leqslant \Delta\nsim_j)$$

从而灰色概率计算式变为一般概率计算式。

以上所定义的灰色概率，满足以下公理：

设 $A(\nsim)$ 为灰色随机事件，有：

$$A(\nsim) = \bigcup_{j=1}^{k} \Delta\nsim_j, \quad P[A(\nsim)] = \sum_{j=1}^{k} P(\Delta\nsim_j)$$

则 $P[A(\nsim)]$ 为一实数，且具有以下性质：

(1) $0 \leqslant P[A(\nsim)] \leqslant 1$；

(2) 如果记 Ω 为灰色样本构成的基本空间，则 $P(\Omega) = 1$ $(\forall \Delta\nsim \in \Omega)$；

(3) 对于不相容事件 $A_1(\otimes), A_2(\otimes), \cdots$, 如果有:

$$A_1(\otimes)=\bigcup_{l=1}^{k_1}\Delta\otimes_l,\ A_2(\otimes)=\bigcup_{l=1}^{k_2}\Delta\otimes_l,\ \cdots,$$

则有: $P[\sum_{i=1}^{\infty}A_i(\otimes)]=P(\bigcup_{j=1}^{\infty}\Delta\otimes_j)=\sum_{l=1}^{k_1}P(\Delta\otimes_l)+\sum_{l=1}^{k_2}P(\Delta\otimes_l)+\cdots$

$$=P[A_1(\otimes)]+P[A_2(\otimes)]+\cdots=\sum_{i=1}^{\infty}P[A_i(\otimes)]$$

1.2 灰色概率的性质与灰色统计量的定义

灰色概率具有以下运算性质:

(1) 对于任何灰事件 $A(\otimes), A(\otimes)=\bigcup_{j=1}^{k}\Delta\otimes_j$, 有 $P\,\overline{[A(\otimes)]}=1-P[A(\otimes)]$;

(2) 不可能事件的概率为 0, 即 $P(V)=0$;

(3) 对于 $A(\otimes), B(\otimes)$ 两事件: $A(\otimes)=\bigcup_{j=1}^{k_1}\Delta\otimes_j,\ B(\otimes)=\bigcup_{j=1}^{k_2}\Delta\otimes_j$, 如果有 $A(\otimes)\supset B(\otimes)$, 则 $P[A(\otimes)-B(\otimes)]=P[A(\otimes)]-P[B(\otimes)]\geqslant 0$;

(4) 对于任意两事件 $A(\otimes), B(\otimes)$, 有:

$P[A(\otimes)+B(\otimes)]=P[A(\otimes)]+P[B(\otimes)]-P[A(\otimes)B(\otimes)]$。

需要说明的是灰色概率统计的计算将涉及到灰数的一些运算法则。

如果 $\otimes_i\in[\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i]\ (i=1, 2, \cdots, n)$ 是一个简单随机子样, 则称统计量

$$\overline{\otimes}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\otimes_i=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i]=[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\underline{\alpha}_i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overline{\alpha}_i]$$

为灰随机子样均值, 它仍然是灰数, 当 $\underline{\alpha}_i=\overline{\alpha}_i$ 时, 子样的均值变为: $\overline{\alpha}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a_i$。

定义统计量

$$\sigma^2(\otimes)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[\otimes_i-\overline{\otimes}_i]^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[(\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i)-(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\underline{\alpha}_i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overline{\alpha}_i)]^2$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[(\underline{\alpha}_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overline{\alpha}_i), (\overline{\alpha}_i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\underline{\alpha}_i)]^2$$

为灰色随机子样的方差。当 $\otimes_i$ 为白化数 α_i 时, 上式变为: $\sigma^2(\alpha_i)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i-\overline{\alpha})^2$。

定义统计量

$$B_V(\otimes)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[\otimes_i-\overline{\otimes}_i]^v=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[(\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i)-(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\underline{\alpha}_i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overline{\alpha}_i)]^V$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[\underline{\alpha}_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overline{\alpha}_i), (\overline{\alpha}_i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\underline{\alpha}_i)]^V$$

为随机子样的 V 阶中心矩, 当 $\otimes_i$ 为白化数 α_i 时, 上式变为: $B_V(\alpha_i)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i-\overline{\alpha})^V$。

以上统计量是灰色随机子样的统计量, 这些灰色统计量反映了灰色随机子样的离散程度和统计特性。但是从灰色信息利用的角度来考虑, 这部分统计量灰色信息在实际问题中是难以利用的。因此, 在实际计算时需要对这些信息进行白化处理。

2 灰色概率密度与可靠度模型

由于正态分布是应用最为广泛的随机分布, 因此以灰色正态分布为例说明灰色概率密度与分布函

数的特点。

如果随机子样服从正态分布, 则灰色正态分布具有概率密度函数

$$P\left[A\left(\otimes\right)\right]=\frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma\left(\otimes\right)}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{A\left(\otimes\right)-\overline{\otimes}}{\sigma\left(\otimes\right)}\right)^{2}\right]\qquad\left(-\infty<A\left(\otimes\right)<\infty\right)\tag{1}$$

式中, $A\left(\otimes\right)=\bigcup_{l=1}^{k}\Delta\otimes_{l}$, $P\left[A\left(\otimes\right)\right]$ 表示灰色随机事件 $A\left(\otimes\right)$ 的概率, $\overline{\otimes}$, $\sigma^{2}\left(\otimes\right)$ 分别表示灰色随机过程的均值和方差。由于均值和方差都为灰数, 因此 (1) 式计算的灰色概率分布是一组曲线族。这种结果不仅是计算量增大, 而且更为重要的是难以为实际应用提供较为准确的信息, 因此需要对灰参数 $\overline{\otimes}$, $\sigma^{2}\left(\otimes\right)$ 进行白化处理, 白化处理的方法如下[4]:

$$\overline{\otimes}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\underline{\alpha}_{i}+4m_{i}+\overline{\alpha}_{i}}{6},\quad\sigma^{2}\left(\otimes\right)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\overline{\alpha}_{i}-\underline{\alpha}_{i}}{6}\right)^{2}\tag{2}$$

式中, $\underline{\alpha}_{i}=\inf\otimes_{i}$, $\overline{\alpha}_{i}=\sup\otimes_{i}$; m_{i} 为 $\otimes_{i}$ 最可能出现的值 $(i=1, 2, \cdots, n)$, 实践证明, 这样的白化处理在工程中可获得可信的使用结果。当灰数样本构成一灰区间时, 可作以下近似:

$$\overline{\otimes}=\frac{\underline{\alpha}^{*}+4m^{*}+\overline{\alpha}^{*}}{6},\qquad\sigma^{2}\left(\otimes\right)=\left(\frac{\overline{\alpha}^{*}-\underline{\alpha}^{*}}{6}\right)^{2}\tag{3}$$

式中, $\underline{\alpha}^{*}=\inf\otimes_{i}$, $\overline{\alpha}^{*}=\sup\otimes_{i}$; m^{*} 为 $\otimes_{i}$ 最可能出现的值 $(i=1, 2, \cdots, n)$。

根据概率密度分布函数的计算式, 可得灰色可靠度的计算式为:

$$R\left[A\left(\otimes\right)\right]=\int_{A_{S}}^{\infty}P\left[A\left(\otimes\right)\right]\mathrm{d}\otimes=\int_{A_{S}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\left(\otimes\right)}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{A_{s}-\overline{\otimes}}{\sigma\left(\otimes\right)}\right)^{2}\right]\mathrm{d}\otimes\qquad\left(A\left(\otimes\right)\geqslant A_{S}\right)\tag{4}$$

灰色失效率为: $F\left[A\left(\otimes\right)\right]=1-R\left[A\otimes\right)\right]$ (5)

3 应力—强度干涉模型与灰色可靠度计算公式

从应力和强度分布的干涉理论出发, 按照经典可靠度设计理论, 用 r 表示广义强度, s 表示广义应力, 设应力和强度都是相互独立的随机变量, 且它们的概率密度函数分别用 $f\left(r\right)$、$f\left(s\right)$ 表示, 则可靠度为:

$$R=P\left(r>s\right)=\int_{-\infty}^{\infty}f\left(r\right)\left[\int_{-\infty}^{r}f\left(s\right)\mathrm{d}s\right]\mathrm{d}r\tag{6}$$

这是按变量为白数的情况考虑的, 当变量为灰数时, 式 (6) 变为:

$$R(\otimes)=P(r(\otimes))>s(\otimes)=\int_{-\infty}^{\infty}f[r(\otimes)]\{\int_{-\infty}^{r}[f(s(\otimes)]\mathrm{d}s(\otimes)\}\mathrm{d}r(\otimes)\tag{7}$$

然而在确定强度的分布时有许多方法, 常用正态分布函数, 当用其分布函数时, 采用模拟的方法或等效正态化方法计算可靠度。因此以灰色正态分布为例说明灰色可靠度计算。

对于正态分布, 设强度与应力的均值和标准差分别为: $\overline{\otimes}_{r}$, $\sigma_{r}^{2}\left(\otimes\right)$、$\overline{\otimes}_{s}$, $\sigma_{s}^{2}\left(\otimes\right)$。由于区间灰数的运算不满足扩展性, 为此采用模拟方法进行计算、进行白化处理, 对于 $\otimes\in[\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$, 设 $\otimes$ 服从 $[\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$ 上的均匀随机分布, 则 matlab5.3 语言编程产生随机数的方法如下:

u = rand (1); $a=\underline{\alpha}+(\overline{\alpha}-\underline{\alpha})^{*}u$; % rand (1) 产生 [0, 1] 的均匀区间分布。

对于均值和方差都随机模拟后则将式 (7) 白化, 进而求得可靠度的最大值和最小值, 即灰色可靠度。

对于分布函数为其它分布时, 也可用同样的方法模拟, 再代入相应的灰色概率密度函数由式 (7) 求出灰色可靠度。

4 应用实例

例 1 有 1000 个零件, 假设其失效时间分布为灰色正态分布, 参数分布范围为 [380, 620] 小时,

即$\underline{\alpha}^* = \inf \nsim_i = 380$，$\overline{\alpha}^* = \sup \nsim_i = 620$，求$t = 400$小时的灰色可靠度和灰色失效概率?

解 (1) 如果最可能出现的值$m^* = 500$，按式(3)计算方差$\sigma^2(\nsim) = \left(\frac{\overline{\alpha}^* - \underline{\alpha}^*}{6}\right)^2 = (40)^2$，$\overline{\nsim} = \frac{\underline{\alpha}^* + 4m^* + \overline{\alpha}^*}{6} = 500$，按式(4)计算得灰色可靠度为：$R(A(\nsim)) = 0.99379$，按式(5)得其灰色失效率为：$F(A(\nsim)) = 0.00621$。

(2) 如果最可能出现的值$m^* = 480$，按式(3)计算方差$\sigma^2(\nsim) = \left(\frac{\overline{\alpha}^* - \underline{\alpha}^*}{6}\right)^2 = (40)^2$，$\overline{\nsim} = \frac{\underline{\alpha}^* + 4m^* + \overline{\alpha}^*}{6} = 486.67$，按式(4)计算得灰色可靠度为：$R(A(\nsim)) = 0.98487$，按式(5)得其灰色失效率为：$F(A(\nsim)) = 0.01513$。

(3) 如果最可能出现的值$m^* = 450$，按式(3)计算方差$\sigma^2(\nsim) = \left(\frac{\overline{\alpha}^* - \underline{\alpha}^*}{6}\right)^2 = (40)^2$，$\overline{\nsim} = \frac{\underline{\alpha}^* + 4m^* + \overline{\alpha}^*}{6} = 466.67$，按式(4)计算得灰色可靠度为：$R(A(\nsim)) = 0.9521$，按式(5)得其灰色失效率为：$F(A(\nsim)) = 0.04873$。

上例表明当最可能出现的值发生变化时，其灰色可靠度也随机变化，利用这种变化可以研究可靠性的稳健性，有效地控制工程参数。在许多工程中，实验结果的均值和方差是在一定范围内变化的，这时不同的参数变化对其灰色可靠度的影响是不同的，研究各参数变化对可靠度的影响，使可靠性设计达到稳健可靠。

例**2** 已知某零件的应力和强度都服从正态分布，其分布函数为$\overline{s} = 379$MPa，$\overline{\sigma}_s = 41.4$MPa，$\overline{r} = [500, 534]$MPa，试求其可靠度。

解 因对于强度的标准差常常缺乏数据和经验，国外通常取$\overline{\sigma}_r = (0.04\sim0.08)\overline{r}$甚至更高，考虑目前我国的材质情况建议取得高一些。至于应力分布的均值和方差，则由于环境和条件的差异，出入较大，应当以经验加以确定。

(1) 根据经验和假设，按常规可靠度计算[2]，取$\overline{\sigma}_r = 24.1$MPa，$\overline{r} = 517$MPa，得$R = 0.99802$;

(2) 现在取$\overline{r} = 517$MPa，取$\overline{\sigma}_r = (0.04\sim0.08)\overline{r}$，$\overline{\sigma}_r = [20.68, 41.36]$，按灰色应力—强度干涉模型，模拟1000次得$R(\nsim) = [0.99082, 0.99857]$;

(3) 现在取$\overline{r} = [500, 534]$MPa，取$\overline{\sigma}_r = (0.04\sim0.08)\overline{r}$，按灰色应力—强度干涉模型，模拟1000次得$R(\nsim) = [0.98067, 0.999547]$。

例**3** 已知某零件的应力和强度都服从正态分布，其分布函数为$\overline{s} = 420$MPa，$\overline{\sigma}_s = 41.4$MPa，$\overline{r} = [500, 534]$ MPa，试求其可靠度。

解 (1) 按常规可靠度计算[2]，取$\overline{\sigma}_r = 31$MPa，$\overline{r} = 517$ MPa，$R = 0.969607$;

(2) 现在取$\overline{r} = [500, 534]$MPa，取$\overline{\sigma}_r = (0.04\sim0.08)\overline{r}$，按灰色应力—强度干涉模型，模拟1000次得$R(\nsim) = [0.925086, 0.992510]$。如果取$\overline{\sigma}_r = (0.04\sim0.12)\overline{r}$，模拟1000次得$R(\nsim) = [0.866744, 0.992333]$。

5 结 论

基于概率理论的可靠性设计是一种应用统计手段研究系统发展规律的理论，从某种意义上讲是一种应用已有部分白色信息的统计规律推知灰色系统未来发展的理论，它要求随机样本为全白的信息。但在现实情况下随机样本不全为白或不全白的事例并不少见。由于观察、量测、计算及其它影响因素

的作用, 我们得到的随机样本不能表示为白数, 而是以具有上、下确界的灰数表示更符合实际。本文研究了灰色概率密度函数与灰色可靠性模型, 建立了应力—强度干涉灰色可靠度计算模型, 是基于概率理论的可靠性设计的进一步的推广, 但其计算量大而研究其白化求解方法, 给出了工程应用实例, 研究了相应的 matlab5.3 程序。灰色可靠性设计包括传统的可靠性, 应用所建立的模型不仅可用于设计参数变动对可靠度的灵敏度分析, 而且可以运用该模型进行稳健性可靠性设计, 有效地控制设计参数。

参考文献:

[1] 罗荣高. 灰色概率与统计问题及其应用[J]. 华中理工大学学报, 1988, 16 (4): 135-140.

[2] 牟致忠. 机械可靠性设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1988.

[3] 罗佑新, 张龙庭. 灰色系统理论及其在机械工程中的应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2001.

[4] 华罗庚. 统筹方法和补充[M]. 北京: 中国工业出版社, 1965.

(上接第 84 页)

3 结 论

在采用 QFT 控制系统的设计方法设计的控制器的基础上, 引入了速度前馈和积分环节, 使控制系统在被控对象存在较大的变化时达到了数十纳米的跟踪精度, 达到了超精密加工的要求。之所以在引入速度前馈和积分环节之后能够达到如此高的控制精度, 在于 QFT 方法提供了良好的鲁棒性能。

参考文献:

[1] Oded Yaniv. Quantitative Feedback Design of Linear and Non-linear Control system [M]. Kluwer Academic Publishers, 1999.

[2] Craig Borghesani, Yossi Chait, Oded Yaniv. The QFT Frequency Domain Control Design Toolbox user guide [M]. The MathWorks, Inc., USA. 1994.

[3] Myoung Soo Park, Yossi Chait, Maarten Steinbuch. Inversion-free Design Algorithms for Multivariable Quantitative Feedback theory: An Application to Robust control of a CD-ROM [J]. Submitted to Automatica, 1996.

[4] Jiro Otsuka. Nanometer Level Positioning Using three Kinds of Lead Screws [J]. Nanotechnology, N.3, 1992.