

文章编号: 1001-2486 (2002) 02-0023-04

一种新的非线性/非高斯滤波方法*

郭春, 罗鹏飞

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 自主滤波方法是一种递归式贝叶斯估计方法, 该方法采用一组抽样值来近似目标状态的概率密度函数, 可用于非线性系统模型和观测模型、非高斯观测噪声条件下的滤波。将该算法与扩展卡尔曼滤波方法进行了比较, 仿真结果表明, 该算法性能优于扩展卡尔曼滤波方法。

关键词: 目标跟踪; 贝叶斯估计; 自主滤波

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A

Study of a Novel Nonlinear/Non-Gaussian Filtering Algorithm

GUO Chun, LUO Peng-fei

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Bootstrap filtering algorithm is a recursive Bayesian estimation algorithm. Since in this algorithm the probability density function of the state to be estimated is approximated by a series of samples, it can be applied to the circumstance of nonlinear system model and observation model, even non-Gaussian noise. The bootstrap filter is compared with the Extended Kalman Filter (EKF), the simulation results have shown that the performance of the bootstrap filter is better than that of EKF.

Keywords: target tracking; Bayesian estimation; Bootstrap filtering

卡尔曼 (Kalman) 滤波是对目标进行跟踪滤波时常用的方法, 它要求建立目标的运动模型和观测模型, 当系统模型与观测模型都是线性的, 且具有加性高斯分布的系统噪声和观测噪声时, 卡尔曼滤波可以给出最优解。当目标作匀速或匀加速直线运动时, 运动方程在直角坐标系下是线性的, 而目标的观测模型在球坐标系下是线性的, 坐标变换可能导致某个模型非线性, 这时须将其线性化, 即采用扩展卡尔曼滤波方法进行滤波。由于非线性模型线性化的过程中存在误差, 因而, 扩展卡尔曼滤波方法效果不太理想。

1 递归式贝叶斯 (Bayes) 估计

贝叶斯估计是根据目标状态和噪声的先验信息来构造目标状态的概率密度函数。通常我们关心的是离散系统的状态估计问题, 假设某一系统的状态方程和观测方程分别为:

$$\begin{cases} X(k+1) = f[X(k), W(k), k] \\ Z(k) = h[X(k), V(k), k] \end{cases}$$

其中 $X(k)$ 是状态变量, $W(k)$ 和 $V(k)$ 是相互独立且统计特性已知的白噪声, f 和 h 是已知确定函数。

贝叶斯准则下目标的状态估计是条件均值, 即 $\hat{X}(k) = E[X(k) | Z^k] = \int X(k) P[X(k) | Z^k] dX(k)$, 其关键是计算目标状态的后验概率分布 $P[X(k) | Z^k]$ 。假设已知 $k-1$ 时刻的概率分布表达式 $P[X(k-1) | Z^{k-1}]$, 利用已知信息, 可以给出下一时刻的后验分布 $P[X(k) | Z^k]$, 其递归计算过程如下:

① 计算状态预测值的概率分布 $P[X(k) | Z^{k-1}]$

$$P[X(k) | Z^{k-1}] = \int P[X(k) | X(k-1)] P[X(k-1) | Z^{k-1}] h[X(k-1)]$$

* 收稿日期: 2001-07-13

作者简介: 郭春 (1976—), 女, 硕士生。

其中 $P[X(k)|X(k-1)] = \int P[X(k)|X(k-1), W(k-1)] P[W(k-1)|X(k-1)] dW(k-1)$
 $= \int [\alpha(X(k)) - \beta(X(k-1), W(k-1), k-1)] P[W(k-1)] dW(k-1)$

②根据获得的观测值, 计算修正值的概率分布 $P[X(k)|Z^k]$

$$P[X(k)|Z^k] = \frac{P[Z(k)|X(k)] P[X(k)|Z^{k-1}]}{P[Z(k)|Z^{k-1}]}$$

其中 $P[Z(k)|X(k)] = \int [\alpha(Z(k)) - h(X(k-1), V(k-1), k-1)] P[V(k-1)] dV(k-1)$

$P[Z(k+1)|Z^k] = \int P[Z(k+1)|X(k+1)] P[X(k+1)|Z^k] dX(k+1)$

2 自主滤波算法

递归式贝叶斯估计要求给出 $P[X(k)|Z^k]$ 的严密的表达式, 而这在很多实际情况中是难以实现的。自主滤波方法是根据概率论的基本理论, 用一组抽样值来描述概率分布, 由于抽样值与产生抽样值的概率密度函数之间的关系, 可以认为抽样值的统计特性近似于概率密度函数的统计特性。

假设在 k 时刻我们具有一组描述 $P[X(k)|Z^k]$ 的抽样点, 记为 $\{x(k, i), i=1, \dots, N\}$, 现要以此为基础, 利用目标状态方程和观测方程寻找一组抽样点 $\{x(k+1, i), i=1, \dots, N\}$, 使其近似于 $P[X(k+1)|Z^{k+1}]$, 计算过程如下:

①构造采样点集合 $\{x^*(k+1, i), i=1, \dots, N_s\}$

其中 $x^*(k+1, i) = f(x(k, i), u(k, i), k)$, $\{u(k, i)\}$ 是系统扰动噪声 $W(k)$ 的采样点集合。显然 $\{x^*(k+1, i), i=1, \dots, N_s\}$ 近似于分布 $P[X(k+1)|Z^k]$

②对 $\{x^*(k+1, i), i=1, \dots, N_s\}$ 中的值重新进行抽样, 构造集合 $\{x(k+1, i), i=1, \dots, N\}$, 使它近似于分布 $P[X(k+1)|Z^{k+1}]$

首先根据观测值, 对集合 $\{x^*(k+1, i), i=1, \dots, N_s\}$ 中的每个采样点计算似然概率, 并计算归一化权值:

$$weight(i) = \frac{P[Z(k+1)|x^*(k+1, i)]}{\sum_{j=1}^{N_s} P[Z(k+1)|x^*(k+1, j)]}$$

然后根据归一化权值进行抽样, 设 μ 是一个在 $(0, 1]$ 上服从均匀分布的随机数, 若 M 满足 $\sum_{j=1}^{M-1} weight(j) < \mu \leq \sum_{j=1}^M weight(j)$, 我们就认为 $x^*(k+1, M)$ 是集合 $\{x(k+1, i), i=1, \dots, N\}$ 的一个抽样。

③从抽样值计算目标状态的近似估计 $\hat{X}(k+1|k+1)$

这里可以用两种方法来实现: 一种是将集合 $\{x(k+1, i), i=1, \dots, N\}$ 确定的空间分割成 L 个子空间, 计算落入每个子空间的抽样点的数目, 将具有最多抽样点的子空间的中心作为 $X(k+1)$ 的估计。另一种方法是计算集合中的所有点的加权和, 第 i 个采样点 $x(k+1, i)$ 的权值为 $weight(i)$, 即

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \sum_{i=1}^N x(k+1, i) weight(i)$$

3 仿真结果及分析

3.1 非高斯观测噪声

考虑一个非线性系统, 系统模型和观测模型分别为:

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k)/2 + 25x(k)/1 + x^2(k) + 8\cos(1.2k) + u(k) \\ y(k) = x^2(k)/20 + v(k) \end{cases}$$

其中 $u(k)$ 是均值为 0 方差为 1 的高斯随机噪声, $v(k)$ 是在 $(-5, +5)$ 内均匀分布的随机观测噪声, 目标的初始状态 $x(0)$ 服从均值为 0, 方差为 2 的高斯分布。利用自主滤波方法对目标进行滤波, 仿真结果如图 1、图 2 所示。

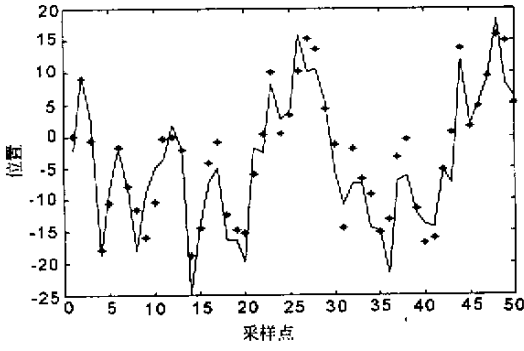


图1 目标的真实位置和自主滤波轨迹

Fig.1 The true position of target and output of bootstrap filtering

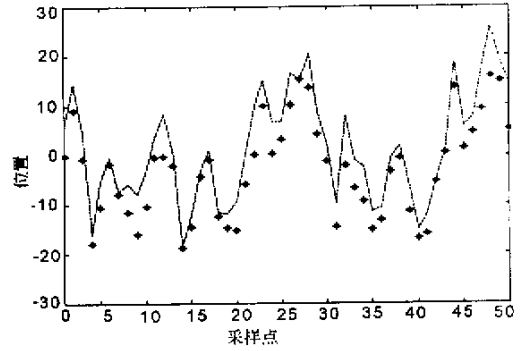


图2 自主滤波方法获得的后验概率均值

Fig.2 Mean of post probability obtained from bootstrap filtering

3.2 非线性观测

设某目标在 $x-y$ 平面内运动, 初始速度为 $v_x = 0\text{km/s}$, $v_y = -0.015\text{km/s}$, 目标作匀速直线运动, 在 $t = 400 \sim 600\text{s}$ 和 $t = 610 \sim 660\text{s}$ 两个时间段作匀加速直线运动, 加速度分别为 $a_x = a_y = 0.075 \text{ m/s}^2$ 和 $a_x = a_y = -0.3\text{m/s}^2$; 选取系统模型为常速度 (CV) 模型, 状态变量为 $X(k) = [x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y}]^T$; 假定系统扰动噪声为加性高斯白噪声, 协方差矩阵为 $Q = q * I_{2*2}$, $q = 0.0144$; 对目标的距离和方位角进行

观测, 观测方程为 $Z(k) = \begin{bmatrix} r(k) \\ \alpha(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x^2(k) + y^2(k)} \\ \arctg\left(\frac{y(k)}{x(k)}\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_r(k) \\ \nu_\alpha(k) \end{bmatrix}$, 其中 $\nu_r(k)$ 和 $\nu_\alpha(k)$ 是相互独立的高斯白噪声, 方差分别为 10000 和 0.005; 采用蒙特-卡罗仿真, 仿真次数为 50 次。仿真结果如图 3 ~ 7 所示。

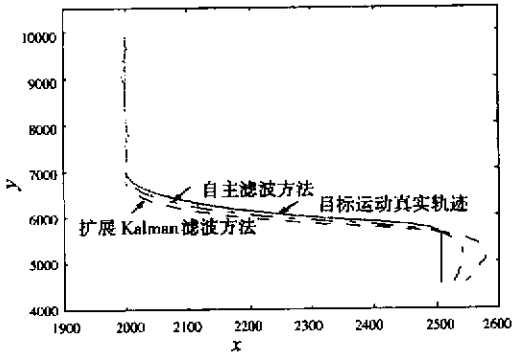
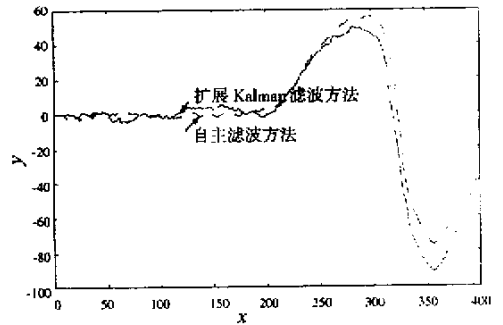
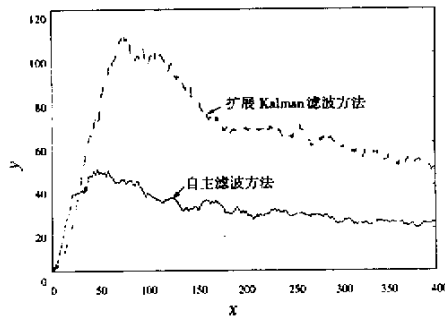


图3 目标轨迹与滤波轨迹

Fig.3 Trace of target and the output of 2 filters

图4 x 方向位置估计误差均值Fig.4 Mean of position estimation error in the x direction图5 x 方向位置估计误差标准差Fig.5 Std.error of position estimation error in the x direction

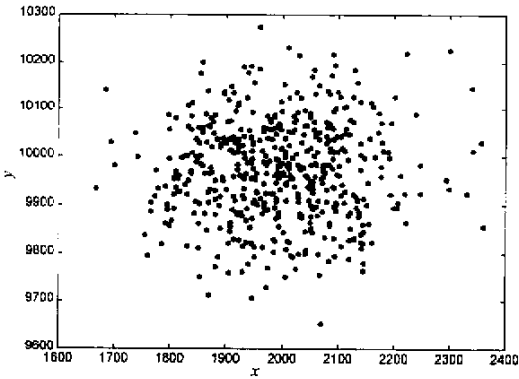


图6 $k=3$ 时刻后验概率密度的抽样点集合

Fig.6 the samples of post pdf at $k=3$

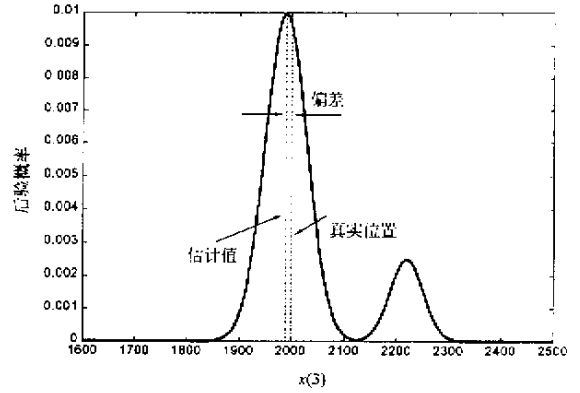


图7 $k=3$ 时刻状态估计的后验概率密度

Fig.7 the pdf of stete estimation at $k=3$

3.3 仿真结果分析

图3~图7对扩展卡尔曼滤波方法与自主滤波方法进行了比较,从图中可以看出:在给定的情景下,这两种方法都能有效地进行滤波,但自主滤波方法对噪声的抑制能力更强,滤波精度更高。图6给出了 $k=3$ 时刻目标的真实位置和用自主滤波方法获得的采样点集合,可以看出,采样点分布在真实位置的周围,从图7可以更直接地看出,后验概率密度函数在目标真实值的附近出现一个峰值,依据概率确定的滤波结果就是该峰值,它与目标真实位置的偏差就形成滤波误差。图1和图2是非高斯观测噪声条件下的仿真结果。其中*号表示目标的真实位置,图2给出了后验概率为95%的区域,从图中可以看出,目标的真实位置都落在该区域内,这表明,该算法滤波误差较小,小于5%。

4 结论

自主滤波方法是一种递推贝叶斯估计。该方法不要求模型是线性,且对任意分布的噪声都适用,算法简单,易于编程实现。和扩展卡尔曼滤波方法比较,该算法滤波效果更好,适用范围更广。

参考文献:

- [1] Alspach D L, Sorenson H W. Nonlinear Bayesian estimation using Gaussian sum approximation [J]. IEEE, Trans. Auto. Control, 1972, 17: 439-477.
- [2] Masreliezc J Approximate non-Gaussian filtering with linear state and observation relations [J]. IEEE Trans. Auto. Control, 1975, 20: 107-110.
- [3] 刘福声, 罗鹏飞. 统计信号处理 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999.
- [4] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪 [M], 北京: 国防工业出版社, 1991.

(上接第18页)

参考文献:

- [1] Mottern J. Am. Chem. Soc. 56, 1934: 2107.
- [2] Hoffmann-La Roche. Chem. Zentr. 127, 1934.

