

文章编号: 1001-2486 (2002) 02-077-04

一种从二维照片反求三维 CAD 模型的稳健方法*

王兴波¹, 邓 华¹, 钟志华²

(1. 国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073;

2. 湖南大学机械与汽车工程学院, 湖南 长沙 410081)

摘 要: 研究了从物体二维照片重构其三维 CAD 模型的算法。通过物体在不同方位的一组照片, 选取一定数量的配准点, 该算法能够计算出照相机的运动参数, 进而得到物体表面的 3D 几何信息及 CAD 模型。算法充分考虑到了 CAD 建模的可制造性约束, 具有精确、稳健的特点, 在逆向工程建模、计算机视觉、机器人领域有应用前景。

关键词: CAD/CAM; 逆向工程; 计算机视觉; 算法

中图分类号: TP391. 7 **文献标识码:** A

A Robust Method to Reconstruct 3-dimensional CAD Model from 2-dimensional Photos

WANG Xing-bo¹, DENG Hua¹, ZHONG Zhi-hua²

(1. College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China; 2. College of Mechanical and Automotive Engineering, Hunan University, Changsha 410081, China)

Abstract: This paper makes an investigation on the algorithm of reconstructing a 3-dimensional CAD model from 2-dimensional photos. By a set of points picked on an object's 2-dimensional photos taken in different direction and position, the movement parameters of the camera and the 3-dimensional geometric information and CAD model of the object can be calculated with the algorithm. The algorithm makes sufficient considerations on the constraints of manufacturability in CAD modelling, is accurate and robust, and will be useful in the fields of reverse engineering, computer vision and robots.

Key words: CAD/CAM; reverse engineering; computer vision; algorithm

逆向工程技术是 20 世纪 80 年代后期出现在先进制造领域里的新技术^[1]。与传统的“产品概念设计→产品 CAD 模型→产品(物理模型)”的正向工程相反, 逆向工程首先对产品(物理模型或原型)进行数字化, 然后利用 CAD 系统得到产品的 CAD 模型, 再根据设计与制造的具体约束, 最后再(派)生出模型所定义的产品或新的产品。逆向工程一般包括三个基本环节: 物理模型数据的获取、CAD 模型的建立、CAM 制件成型。由此可知, 快速获取物理模型数据是快速逆向工程的基础。当前比较流行的方法有激光扫描法、坐标测量法等, 然而, 他们均有许多不尽人之处, 例如: 受被测量对象的定位、尺寸、障碍处理、表面物理属性的影响, 测量时间长等^[2-3]。因此各国的研究者都致力于更加先进、快捷的测量方法和手段的研究。1995 年 6 月, Pascal Fua 提出了基于立体图像的曲面重构技术, 并已经将思想和方法系统化^[4-7]; 有关文献在 Internet 报道了利用立体照片实现人的面部重构的全部流程的结果^[8-11]; Gaich 等人也发布了研究结果^[12]; Cooper 甚至发布了基于录像的曲面重构技术^[14-15]。

与激光扫描、坐标测量方法相比较, 利用物体的二维图像来获取其表面三维数据的方法无疑是一种快捷的方法。然而在先进制造领域里, 这种方法还没有得到全面应用, 即使是目前被誉为逆向工程技术中最快捷的 RP 技术^[14-15], 也是通过立体光造型(SLA: Stereolithography Apparatus)来获取物体

* 收稿日期: 2001-11-10

基金项目: 国家杰出青年基金(59725511), 国家自然科学基金(50175106)和湖南省自然科学基金(99YJJ20051)资助项目
作者简介: 王兴波(1963-), 男, 副教授, 博士。

三维原型数据的。另一方面,在可制造性条件的约束下,产品的CAD模型与3D图像模型之间存在差异,图像处理的2D-3D建模方法不能直接移植到逆向工程的建模中。因此,在逆向工程领域里,开展从2D图像到3D模型的转换工作,在理论和实践上,尤其在军事领域,有重要的意义。

1 2D照片到3D模型转换的数学原理

2D照片到3D模型的转换工作就是对三维景物的完整理解。主要任务是根据一幅或多幅二维投影图像计算出观察点的目标物体的距离及表面物理特性。体视法、灰度法以及光度立体法是常用的方法。笔者采用的是体视法。以下简单说明其原理与方法。

照相机小孔成像模型是体视法描述物体表面特征与其照片之间关系基本模型。设照相机焦距为 f ,如果以光心为世界坐标系的原点 O ,光轴为 Z 轴,按照右手法则建立世界坐标系($OXYZ$),在 $(0,0,f)$ 处建立视平面坐标系(oxy),使 ox 与 OX 同向, oy 与 OY 同向。那么由小孔成像模型得到视平面(照片)上的点 $p(x,y)$ 与空间中对应点 $P(X,Y,Z)$ 之间有如下几何关系:

$$Z \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (1)$$

若点 $P(X,Y,Z)$ 到视点的距离为 $r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$,对应的 N 矢量为 m ,则(1)可变为

$$rm = (X, Y, Z)^T \quad (2)$$

根据双目视觉原理,人们需要在不同的方位拍摄物体的照片才能准确获取物体表面的深度信息。若以光心为参照点,则照相机的位置变换表现为物体的相对运动。设点 $P(X,Y,Z)$ 的 N 矢量为 m ,距光心距离 r ,变换位置之后对应的点、 N 矢量、光心距离为 $P'(X',Y',Z')$ 、 m' 、 r' ,则

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} \quad (3)$$

记 $h = (A \ B \ C)^T$, R 为旋转运动的 3×3 矩阵,则上式可写为:

$$rm = r'Rm' + h \quad (4)$$

或者

$$(m, -Rm') \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix} = h \quad (5)$$

记 $A = (m, -Rm')$, $r = (r, r')^T$,则上式又可写为:

$$Ar = h \quad (6)$$

若照相机只做平动时,利用双目视觉原理可得到点 $P(X,Y,Z)$ 在两幅照片上对应点 $p(x,y)$ 、 $p'(x',y')$ 的数学关系:

$$Z \begin{pmatrix} x - x' \\ y - y' \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} - C \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (7)$$

若相机既作平动又绕光心转动,则根据线性代数知识知,(6)式中 r 的最小二乘近似解为方程 $A^T Ar = A^T h$ 的解,且当 $A^T A$ 可逆时:

$$r = (A^T A)^{-1} A^T h \quad (8)$$

因此,物体表面点的三维坐标可以通过(2)及(8)式求出。

2 2D照片到3D模型转换的算法设计

由前面的讨论可知,只要能够求出照相机运动参数 R 、 h ,就能够实现2D照片到3D模型的转换。因此重建的核心工作就是通过不同照片上若干组配准点的 N 矢量求得照相机的运动参数。

运动参数配准定理 若 N 矢量为 m 的点和 N 矢量为 m' 的点相匹配,则运动参数为 R 、 h ($h \neq 0$)满足 $(m, Gm') = 0$, $|h, m, Gm'| \geq 0$ 。这里 $G = (h \times r_1 \ h \times r_2 \ h \times r_3)$, r_1, r_2, r_3 为 R 的第1,2,3列的列向量。

设同一个物体的两幅对应照片中有 n 组匹配点，它们的 N 矢量分别为 m_1, m_2, \dots, m_n 和 m'_1, m'_2, \dots, m'_n ，考虑匹配点可能出现的噪声因素，那么按照下面的方法可以求得照相机的运动参数的近似值。

2.1 利用最小二乘法求 G 的近似结果 \hat{G}

将 N 组对应点的 N 矢量写成分量的形式有：

$$m_a = (m_{a(1)} \ m_{a(2)} \ m_{a(3)})^T, \ m'_a = (m'_{a(1)} \ m'_{a(2)} \ m'_{a(3)})^T, \ a = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{i=1}^N (m_i, \hat{G}m'_i)^2 \rightarrow \min \text{ 可以写成 } \min_{\hat{G}} \left\{ \sum_{a=1}^N \left[\sum_{i,j=1}^3 m_{a(i)}m'_{a(j)}\hat{G}_{ij} \right]^2 \right\}, \text{ 展开后得}$$

$$\min_{\hat{G}} \left\{ \sum_{i,j,k,l=1}^3 \left[\hat{G}_{ij}\hat{G}_{kl} \sum_{a=1}^N m_{a(i)}m'_{a(j)}m_{a(k)}m'_{a(l)} \right] \right\} \quad (9)$$

将矩阵 \hat{G} 展开成矢量的形式，记 $\tilde{G}_{(i-1)+j} = \hat{G}_{ij}$ ，定义矩阵 $\tilde{M}_{9 \times 9}$ ，其中 $\tilde{M}_{(i-1)+j, (k-1)+l} =$

$$\sum_{a=1}^N m_{a(i)}m'_{a(j)}m_{a(k)}m'_{a(l)}, \text{ 于是 (9) 式等价于 } \min_{\hat{G}} \{ (\tilde{G}, \tilde{M}\tilde{G}) \}.$$

根据正交矩阵特征值与特征向量关系，易证 \hat{G} 等于 $\tilde{M}_{9 \times 9}$ 最小特征值对应单位特征向量的 $\sqrt{2}$ 倍。

2.2 求对平移矢量 h 的近似结果 \hat{h}

将 \hat{G} 的列向量分别记为 $\hat{g}_i (i = 1, 2, 3)$ ，于是

$$\sum_{i=1}^3 (\hat{g}_i, \hat{h})^2 = \sum_{i=1}^3 \left[\sum_{j=1}^3 \hat{G}_{ji}\hat{h}_j \right]^2 = \sum_{i,j,k=1}^3 \hat{G}_{j,i}\hat{G}_{k,j}\hat{h}_j\hat{h}_k = (\hat{h}, \hat{G}\hat{G}^T\hat{h})$$

同样， \hat{h} 等于 $\hat{G}\hat{G}^T$ 的最小特征值对应单位特征向量， \hat{h} 的符号由 $\sum_{i=1}^N |\hat{h}, m_i, \hat{G}m'_i| > 0$ 确定。

2.3 求对旋转矩阵的近似结果 \hat{R}

将式 $\sum_{i=1}^3 \|\hat{h} \times r_i - \hat{g}_i\|^2 \rightarrow \min$ 展开有

$$\min_{\hat{r}_i} \left\{ \sum_{i=1}^3 \left[\|\hat{h} \times r_i\|^2 - 2(\hat{h} \times r_i, \hat{g}_i) + \|\hat{g}_i\|^2 \right] \right\}$$

考虑 \hat{h} 和 \hat{r}_i 均是单位向量，于是

$$\sum_{i=1}^3 [\|\hat{h} \times r_i\|^2] = \sum_{i=1}^3 [1 - (\hat{h}, \hat{r}_i)^2] = 3 - \sum_{i=1}^3 (\hat{h}, \hat{r}_i)^2$$

由于 $(\hat{r}_1 \ \hat{r}_2 \ \hat{r}_3)$ 构成单位正交系，于是 $\sum_{i=1}^3 (\hat{h}, \hat{r}_i)^2 = \|\hat{h}\|^2 = 1$ 。因此， R 的近似值就是满足

$$\max_{\hat{r}_i} \left\{ \sum_{i=1}^3 (\hat{h} \times r_i, \hat{g}_i) \right\} = \max_{\hat{r}_i} \left\{ \sum_{i=1}^3 (\hat{g}_i \times \hat{h}, r_i) \right\} \text{ 的矩阵 } \hat{R}.$$

$$\text{令 } \hat{K} = (\hat{g}_1 \times \hat{h} \ \hat{g}_2 \times \hat{h} \ \hat{g}_3 \times \hat{h}), \text{ 则 } \max_{\hat{r}_i} \left\{ \sum_{i=1}^3 (\hat{g}_i \times \hat{h}, r_i) \right\} = \max_{\hat{r}_i} \{ \text{tr}[\hat{R}^T \hat{K}] \}$$

由矩阵的特征值分解可知，若 P 为特征向量组成的矩阵， D 为由 \hat{K} 的特征值组成的对角阵，则 $\hat{K} = PDP^{-1}$ ，故 $\text{tr}[\hat{R}^T \hat{K}] = \text{tr}[\hat{R}^T PDP^{-1}] \leq \text{tr}[D]$ 当 $R = P$ 时取等号，即此时

$\max_{\hat{r}_i} \left\{ \sum_{i=1}^3 (\hat{g}_i \times \hat{h}, \hat{r}_i) \right\} = \text{tr} [D]$ 因此 R 可以通过对 K 的特征值分解得到。

2.4 照相机的运动参数

令 $R = \hat{R}$, $h = \hat{h}$, 即得到照相机的运动参数 R 、 h 。

需要说明的是, 虽然在一些文献上^[16-18]也能看到上述利用体视法以及双目视觉原理进行 2D 照片到 3D 模型重建的方法和过程, 但本文的算法与这些经典基于图像处理的方法有不同之处。本文算法中旋转矩阵 R 的计算以及物体点 $P(X, Y, Z)$ 的回演过程比传统方法简单、精确。

3 结语

在可制造性条件的约束下, 从物体二维照片到三维 CAD 模型的重构技术与经典从二维图像到三维图像的重构有一定的差别, 需要结合图像处理与 CAD 建模的特点进行处理。实验证明, 本文给出的方法是行之有效的。

参考文献:

- [1] Varady T, Martin R R, Cox J. Reverse engineering of geometric models - an introduction [J]. CAD, 1997, 29(4): 255-268.
- [2] Churless B L. New Methods for surface reconstruction from range images[D]. Ph. D. Thesis, Department of Electric Engineering, Stanford University, 1997.
- [3] Hoppe H. Surface Reconstruction from Unorganized Points[D]. Ph. D. Thesis, Computer Science and Engineering, University of Washington, 1994.
- [4] Fua P. Reconstructing Complex Surfaces from Multiple Stereo Views [C]. In International Conference on Computer Vision, Cambridge, MA, June 1995.
- [5] Fua P, Leclerc Y G. Object-Centered Surface Reconstruction: Combining Multi-Image Stereo and Shading[J]. International Journal of Computer Vision, 1995, 16(9): 35-56.
- [6] Fua P, Leclerc Y G. Taking Advantage of Image-Based and Geometry-Based Constraints to Recover 3-D Surfaces[J]. Computer Vision and Image Understanding, 1996, 64(1): 111-127.
- [7] Fua P. From Multiple Stereo Views to Multiple 3-D Surfaces [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 24(1): 19-35.
- [8] GRASP Laboratory. Accurate 3-D Reconstruction from Polynocular Stereo. Department of Computer Science, University of Pennsylvania. <http://cmp.felk.cvut.cz/~sara/Stereo/home.htm>.
- [9] GRASP Laboratory. Precision of 3-D Points Reconstructed from Stereo. Department of Computer Science, University of Pennsylvania. <http://www.cis.upenn.edu/~kamberov/doc/papers.html>.
- [10] Sara R. 3-D Reconstruction from Polynocular Stereo. <http://cmp.felk.cvut.cz/~sara/Stereo/abstrace.html>, 1997.
- [11] Sara R. Algorithm for 3-D from Stereo. <http://cmp.felk.cvut.cz/~sara/Stereo/algorithm.html>, 1997.
- [12] Gaich A, Merger G, Gruber M. Surface Reconstruction from Multiple Stereo Images. <http://www.icg.tu-graz.ac.at/gaich98b>, 1998.
- [13] Cooper. Surface Reconstruction from Video, <http://www.lems.brown.edu/vision/researchAreas/VideoRec/>, 1998.
- [14] 黄树槐等. 快速成型技术的展望 [J]. 中国机械工程, 2000, 11(1): 195-200.
- [15] 荣烈润. 面向 21 世纪的激光快速成型技术 [J]. 机电一体化, 2001, 17(4): 9-12.
- [16] 高文, 陈熙霖. 计算机视觉——算法与系统原理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 南宁: 广西科学技术出版社, 1998.
- [17] 马颂德, 张正友. 计算机视觉——计算理论与算法基础 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [18] 章毓晋. 图像理解与计算机视觉 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.

