

文章编号: 1001-2486 (2002) 02-0085-06

一般机构的解耦运动*

王宪平, 戴一帆, 李圣怡

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 运动解耦的机构容易控制, 并且可以达到更高的运动精度。然而随着机构学不断发展, 尤其是并联机构的出现, 很多机构不具有运动解耦的性质。对于并联机构, 可以得出结论, 运动不解耦才是其本质特征。因此有必要研究一般机构实现的简单运动, 并定义为解耦运动。解耦运动对机构的运动控制和轨迹规划都有一定意义。使用螺旋理论, 给出了解耦运动的定义、分类, 及机构存在解耦运动的必要条件和充分特例。最后通过一个二自由度转动机构的设计实例, 综合了上述概念和方法。

关键词: 解耦运动; 机构分析; 机构综合; 并联机构

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A

Decoupling Motion of Mechanism

WANG Xian-ping, DAI Yi-fan, LI Sheng-yi

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Decoupled mechanisms are easy to control and apt to reach high accuracy. With the development of mechanism, especially the emergence of parallel mechanism, many ones don't hold this merit. Especially, this merit is not an intrinsic property of parallel mechanisms. It's necessary to study their simple motions and name these motions decoupling motions. This kind of movement links very closely to motion control and pathway planning. By the use of screw theory, the definition, classification of decoupling motion, together with the necessary condition and several sufficient conditions for mechanism to realize this kind of motion are given. Finally a mechanism design example of a 2-DOF rotating mechanism is given as an example. It incarnates our research work on mechanism design and mechanism analysis.

Key words: decoupling motion; mechanism analysis; mechanism design; parallel mechanism

机构的运动解耦特性对于机构的控制及其运动精度是非常重要的。运动解耦的机构容易控制, 并且可以达到更高的运动精度。随着机构学的不断发展, 各种新机构不断出现, 尤其是并联机构。并联机构的运动可达子空间作为一个微分流形 M , 具有内在的“弯曲”性质^[1], 不存在统一的全局坐标系。此时, M 只是局部同胚于欧氏空间, 大范围上不具有 Euclid 空间的优良性质。因此对这样的复杂机构, 运动不解耦是其本质特性。并联机构一般位姿下的各种运动通常需要多个运动副合成, 即使运动解耦并联机构也只是实现了转动和平台的解耦, 而无法实现所有运动自由度的解耦。

目前, 并联机构和串-并联混合机构的应用逐渐广泛, 包括这些复杂机构的一般机构与传统的串联机构不再完全相同。它们不再具有运动解耦这一优良性质, 或者运动解耦性受到了一定局限^[4], 但从实现机械运动和加工的角度考虑, 我们更希望机构可以实现一系列的简单运动。即使这些简单运动不是由单一的运动输入实现的, 即机构不是运动解耦的。直线和圆是简单运动, 是机械加工和机构运动中最常遇到的运动类型。因此本文注重于讨论机构实现的运动的性质, 而不是机构本身的运动解耦性质, 并把符合工程需要的一类简单运动定义为机构的解耦运动。

研究一般机构的解耦运动对机构设计、构型优选、轨迹规划和提高加工质量都有较大的意义。

机构的解耦运动研究包括三个方面的内容: (1) 求机构实现的解耦运动; (2) 求解耦运动的运动输入和各运动副参数; (3) 验证机构是否能够实现某种解耦运动。

* 收稿日期: 2001-11-19

作者简介: 王宪平 (1973—), 男, 讲师, 博士。

有很多学者研究并联机构的工作空间及其轨迹规划^[6-9],但关注的是工作空间内轨迹与加工质量的关系、工件的最优定位问题和验证轨迹是否落在工作空间内等问题,而且主要分析某种或某类并联机构构型,不具有一般意义。Duffy^[4]使用螺旋理论研究了串联机构可能实现的运动,黄真等学者^[5]在此基础上研究了并联机构可能实现的运动,但并没有提出并联机构的解耦运动及其充分条件并使用螺旋理论进行专门研究。

1 解耦运动的定义及分类

使用螺旋理论定义一般机构的解耦运动。首先定义简单旋量为线距只为 $h=0$ 或 $h=\infty$ 的旋量。然后定义旋量的等价:如果两个 $h=\infty$ 的旋量的轴线平行,或两个 $h=0$ 的旋量的轴线相同则称它们是等价的。

机构的解耦运动定义为:机构实现的一定范围内的运动,其对应旋量 $\$$ 为简单旋量,且在此运动过程中 $\$$ 保持等价。

依据解耦运动的范围可以把机构的解耦运动分为三种:点邻域解耦、大范围解耦和全局解耦。设 M 为机构工作空间的微分流形,如果在 M 上某个点 p 的邻域 U 内存在上述 $\$$,则称此机构在点 p 的邻域 U 内存在解耦运动,称点 p 为解耦点。如果一些解耦点构成 M 的连通集,则称此运动是大范围解耦的。大范围解耦运动构成 M 上的一条连通路,即可以用 M 上的流 $\pi: M \times \mathbb{R} \rightarrow M$ 表达这些点。如果大范围解耦运动连通路有至少两个点位于 M 的边界上,则称此运动是全局解耦的。KD-2000 并联机床(图1)绕 Z 轴的旋转就是全局解耦的运动自由度。

机构实现的解耦运动反映了机构的某种运动解耦性质。只有主动副参与形成的解耦运动具有较大的价值。

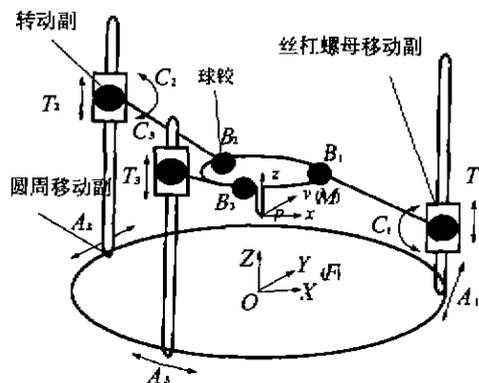


图1 KD-2000 并联机床的机构简图

Fig.1 KD-2000 parallel machine tool

2 解耦运动与正则子流形

堆叠式串联机构的运动可以在欧氏空间 R^n 中表达,固定其某几个自由度,余下自由度的运动形成的空间为 R^n 的子空间。并联机构的位姿空间通常为一般的微分流形 M ,解耦的自由度构成的空间 M' 与 M 的关系类似 R^n 的子空间与 R^n 的关系。

正则子流形的定义^[5]:

设 M' 是 m 维微分流形 M 的子集,它具有子空间的拓扑。 k 是一个固定的整数, $0 \leq k \leq m$ 。如果对每个 $p \in M'$ 都有 M 含 p 的坐标卡 (U, j) ,使得

(1) $\varphi(p)$ 是 R^n 的原点;

(2) $\varphi(U \cap M') = \{(u^1, \dots, u^m) \in \varphi(U) \mid u^{k+1} = \dots = u^m = 0\}$

则称 M' 为 M 的正则子流形。具有上述性质的卡 (U, φ) 称为 M 含 p 的子流形卡。

当并联机构存在解耦的自由度时, 解耦的自由度构成的位姿子空间与其他自由度无关, 从而位姿空间的维数降低了, 并且有映射使其他坐标为 0, 从而构成机构位姿流形的正则子流形。

虽然解耦的自由度构成机构位姿流形的正则子流形, 把求解耦运动的问题转换为正则子流形的存在问题, 但必须结合机构本身才能解决运动解耦问题。此处指出机构的解耦运动与 M 的正则子流形之间的关系是为了在数学上进一步阐述其本质。

3 机构存在解耦运动的必要条件

记机构中所有 n 个运动副对应旋量构成旋量系 D 。各旋量的轴线构成 $6 \times n$ 矩阵 $D = (\$ _1, \$ _2, \dots, \$ _n)$, 其中被动副对应的旋量构成螺旋系 A , 主动副对应的旋量构成螺旋系 B 。 D 的反螺旋系记为 $E = (\$ _1^r, \$ _2^r, \dots, \$ _k^r)$, $k = 6 - r(D)$ 。

机构的解耦运动必可表达成满足如下条件的等价简单旋量 $\$$:

$$\$ = \sum_{i=1}^m \omega_{g_i} \$_{g_i}, \quad \omega_{g_i} \$_{g_i} \in D \quad (1)$$

如果 E 非空, 上式等价于

$$\$^r \circ \$ = 0, \quad \forall \$^r \in E \quad (2)$$

m 个旋量 $\omega_{g_i} \$_{g_i}$ 对应实现解耦运动产生贡献的运动副, ω_{g_i} 为相应旋量的大小。

上述条件的必要性可由下述两个定理和解耦运动的定义得到。

关于旋量、旋量运动存在下面两个定理:

定理 1 Chasles 定理^[3], 任意刚体运动都可以表达成旋量运动;

定理 2 旋量运动与旋量的一一对应性^[2]。

机构全部运动副的瞬时姿态对应螺旋系 D 。机构的瞬时运动可以表达为各运动副旋量运动之和, 由上述两个定理, 机构瞬时运动对应的旋量 $\$$ 可用 D 中旋量的线性组合表达, 即 $\$$ 与 D 相关。与 D 相关的旋量 $\$$ 构成螺旋系 E , E 之外的旋量对应的运动不能被机构实现。受机构和运动副的几何限制与动力学限制, E 并非全是机构可以实现的运动, 它的一个子集对应机构可以实现的运动。对于串联机构, 机构和运动副的几何限制与动力学限制实际上就是上式中对系数的 ω_i 限制。对于并联机构, 还必须考虑各支链间的相互约束。因此式 (1)、式 (2) 为机构实现解耦运动的必要条件。

如果 $\$$ 的大小在运动过程中保持不变, 则构成匀速解耦运动。也可以设计符合某种速度 (角速度) 特性的解耦运动。

4 确定机构解耦运动的方法

式 (1) 和式 (2) 决定了确定机构可能的解耦运动的两类方法。前者组合机构螺旋系 D 中的旋量, 然后使用运动学正解验证此运动能否实现并确定其运动范围。这种方法需计算不同运动输入情况下的旋量和, 主要使用数值搜索方法, 适合计算机自动处理。后者使用 D 的反螺旋系确定被约束的运动, 余下的为机构可能实现的运动, 需要使用运动学反解验证此运动能否实现并确定其运动范围, 这种方法主要使用螺旋理论分析, 有可能统一处理机构末端件不同位姿下的运动求解。我们把这两类方法分别称为综合方法和分析方法。

对不太复杂的机构通常使用后一种方法, 可以解析地分析机构的可能运动。由于并联机构的正解通常比较复杂, 使用后一种方法比较合适。

Duffy^[4]使用第二种方法分析串联运动链末端可能运动的步骤为: 确定机构所有运动副的螺旋系 D , D 的 $6 - r(D)$ 个反螺旋就是加于机构末端的反螺旋, 并由此确定机构可能的运动。黄真等人^[2]把上述步骤在并联机构上做了适当的化简, 先把机构的所有支链都视为一个独立的串联链, 用 Duffy 的方法逐个求出各分支的反螺旋, 然后将所有分支的反螺旋都加到末端平台上, 排除所有这些反螺旋中线性相关的旋量, 余下线性无关的旋量构成了并联机构末端平台的反螺旋系。

5 存在解耦运动的几种充分特例

虽然难以找到一般机构(尤其是并联机构)存在解耦运动的充分必要条件,但对一些特例的充分条件还是存在的。这里不考虑机构对运动速度的动力学限制。

(1) 当 $r(D)=6$ 时,反螺旋系 E 为空,可知这种“机构”实际上是一个自由刚体。

(2) 对于串联机构,如果 B 中某个或某些旋量构成的旋量系 F ,与 $D-F$ 线性不相关。 F 中旋量之和构成的等价简单旋量 $\$$ 为机构的解耦运动。

因为 F 与 $D-F$ 不相关,即 $D-F$ 中的运动副对产生运动 $\$$ 没有贡献, F 中的运动副也不会导致 $D-F$ 中的运动副的状态发生改变。所以可以限定机构中的其它运动副保持不动,形成一个新的机构,其螺旋系 $D'=F$,其反螺旋系为 $D-F+E$ 。由式(1), D' 中旋量之和构成的等价简单旋量 $\$$ 对应机构的解耦运动。

(3) 对于拓扑对称并联机构, B 中的所有旋量与 A 相关(任何形式),若存在简单旋量 $\$$, B 中与 $\$$ 相关的旋量构成旋量系 F , F 中各旋量在运动过程中保持与 $\$$ 大小相等,轴线相同。则 $\$$ 对应机构的解耦运动。这种情况的充分性证明见文献[1]。

KD-2000 并联机床(图2)的三个移动副 T_1, T_2, T_3 同速运动形成的运动就是这种情况。

6 二自由度转动机构的设计

我们综合使用确定解耦运动的综合方法与分析方法设计一个二自由度转动机构(如图2),并研究其运动性质。该机构的下平台通过三个支链与上平台联接。

其中有一个支链固联于下平台圆心处。其它两个支链中的平移副可以使上平台绕 O_1 点转动。设计目标为使上平台实现绕点 O_1 平行于 X 轴、 Y 轴的轴线 X_1, Y_1 的解耦转动。主动副为

$$\$_{p1} = (0 \ 0 \ 0; \ 1 \ 0 \ \beta_1)$$

$$\$_{p2} = (0 \ 0 \ 0; \ c\beta_2 \ c\alpha \ c\beta_2 \ s\alpha \ s\beta_2) \quad (3)$$

需要确定 A_1, A_2, a_1, a_2, O_1 处的运动副类型及夹角 α 。

首先确定可选的运动副类型。暂时把固定杆也看作与其它支链一样。这样,机构的自由度 $M=3$,支链数 $p=3$,独立支链数 $L=2$,每个支链的主动自由度 $f=1$ 。定义第 k 个支链的联接度 C_k 为此支链中所有运动副的自由度之和。可以证明联接度 C_k 与机构的其它参数有如下关系^[1]:

$$\sum_{k=1}^p C_k = \left(\frac{\lambda}{f} + 1\right) M - \lambda = 7 \times 3 - 6 = 15 \quad (4)$$

λ 为机构所处空间的自由度。此机构是空间机构,因此 $\lambda=6$ 。上式得到每个支链的联接度 C_k ,即此支链中所有运动副的自由度之和为5。支链中的移动副已经具有一个自由度。考虑机构的可实现性,供选的对称构型为 PRS、RPS、SPR、SRP、TPT。

这个机构实际上是两个杆系的耦合。为处理此机构,把固定杆 O_1 及点处的运动副都看作约束,固定杆对应三个过 O_1 点的约束力线矢 $\$_{hx}, \$_{hy}, \$_{hz}$,分别沿 X_1, Y_1, Z 方向。它们限制了上平台的任何移动,且余下的三个转动必须通过 O_1 点。这样,当 O_1 点处的运动副为球铰时,视其对应的旋量暂时为0;当 O_1 点处的运动副为虎克铰时,它又对上平台施加了一个约束反螺旋 $\$_{o_1}^r = (0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 1)$ 。 $\$_{hx}, \$_{hy}, \$_{hz}$ 为

$$\begin{cases} \$_{hx} = (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ h \ 0) \\ \$_{hy} = (0 \ 1 \ 0; \ -h \ 0 \ 0) \\ \$_{hz} = (0 \ 0 \ 1; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (5)$$

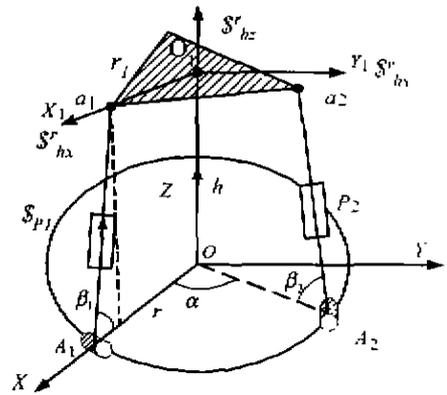


图2 RPS 二自由度机构

Fig.2 2-DOF RPS mechanism

中的 $\$x$ 、 $\$y$ 与 $\$z$ 是对偶的。即 TPT 构型可以实现绕过点 O_1 的 X_1 、 Y_1 轴的转动。且 O_1 处的运动副可以为球铰或虎克铰。

当两个支链都处于第一种情况, 支链产生运动后, $\$z_2$ 与下平台的 Y 轴 (图 3) 不一定平行。因此 $\$z_1$ 也不一定平行于 Y 轴。实际上 $\$p_1$ 位于下平台的 XZ 平面内时, $\$z_1$ 才平行于 Y 轴。由螺旋理论知, 可能的转轴必须 (a) 与 $\$z_1$ 、 $\$z_2$ 同时相交或 (b) 过 $\$z_1$ 、 $\$z_2$ 上一点与 $\$z_2$ 、 $\$z_1$ 平行。对于情况 (a), 因为 $\alpha \neq 0$, $\$z_1 \perp \p_1 , $\$z_2 \perp \p_2 , 且线矢力不能任意平移, 所以 $\$z_1$ 、 $\$z_2$ 都不过 O_1 , 交点不会为 O_1 。此时的转轴为此交点与 O_1 间的连线, 此连线不可能是 X_1 或 Y_1 轴。对于情况 (b), 过 $\$z_1$ 、 $\$z_2$ 上一点与 $\$z_2$ 、 $\$z_1$ 平行的直线在过 O_1 点的特殊情况下才可以作为转轴。

对于两个支链的其它几何情况也可做类似分析^[1]。综合上述分析, 可以看出采用 TPT 支链时, 机构的运动是比较复杂的。其旋转轴线通常都在发生变化, 即它不能实现解耦运动。只有在特殊情况下, 此机构瞬时能够实现要求的运动。因此, 此机构的控制和轨迹规划将是比较复杂的。

7 结 论

(1) 复杂机构不一定是运动解耦的, 研究机构的解耦运动可以分析机构实现轨迹规划的能力。

(2) 确定机构解耦运动的方法可以分为综合方法和分析方法两类, 前者需要使用运动学正解, 后者需要对机构的几何分析。因此结合使用这两类方法是比较有效的。

(3) 本文给出了存在解耦运动的几种充分特例, 也通过二自由度转动机构的设计给出一个不存在解耦运动的例子, 说明解耦运动的概念是客观存在的, 且对机构的控制和轨迹规划都有一定意义。

参考文献:

- [1] 王宪平. 并联机构的机构分析及流形多体系统研究 [D]. 国防科技大学博士学位论文, 2001, 10.
- [2] 黄真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论及控制 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- [3] 理查德·摩雷, 李泽湘等. 机器人操作的数学导论 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.
- [4] Duffy J. Analysis of Mechanisms and Robot Manipulators [M]. New York: John Wiley & Sons, 1980.
- [5] 陈维恒. 微分流形初步 [D]. 北京: 高等教育出版社, 1988.
- [6] Rehsteiner F, Neugebauer R, Spiewak S, Wieland F. Putting Parallel kinematics Machine (PKM) to productive Work [J]. Annals of the CIRP, 1999, 48 (1): 345-35.
- [7] 王启明, 胡明等. 并联式钢坯修磨机器人动力学及轨迹规划研究 [J]. 机器人, 1999, 1: 69-74.
- [8] Liu Xin-Jun, Wang Jinsong, Gao Feng. Performance analysis of the workspace for planar 3-DOF parallel manipulators [J]. Robotica, 2000, 18: 563-568.
- [9] Min Ki Lee, Kun Woo Park. Kinematic and Dynamic Analysis of A Double Parallel Manipulator for Enlarging Workspace and Avoiding Singularities [J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 1999, 15 (6): 1024-1034.