

文章编号: 1001-2486 (2002) 03-0013-05

用动网格法计算理想平板的颤振导数*

祝志文¹, 陈政清¹, 陈伟芳²

(1. 中南大学铁道校区土木建筑学院 湖南 长沙 410075 2. 国防科技大学航天与材料工程学院 湖南 长沙 410073)

摘要: 提出了一种数值模拟振动的理想平板绕流场, 并提取其气动导数的方法。时间相关的不可压 N-S 方程采用 Projection-2 格式解耦, 关于中间速度的动量方程的时间和空间离散采用二阶半隐格式, 压力 Poisson 方程迭代用多层网格法加速收敛。分别计算平板作竖向强迫振动或扭转强迫振动的气动力, 用动网格法考虑平板和气流的耦合作用。由计算得到的气动力用最小二乘法确定 8 个气动导数。计算结果和理想平板的 Theodorsen 理论值有较好的一致性。

关键词: 理想平板; 不可压 N-S 方程; 动网格法; Projection-2 格式; 气动导数

中图分类号: V211.3 **文献标识码:** A

Assessment of Aerodynamic Derivatives of the Ideal Flat Plate Based on the Moving Grid Method

ZHU Zhi-wen¹, CHEN Zheng-qing¹, CHEN Wei-fang²

(1. College of Civil and Architectural Engineering, Central South Univ., Changsha 410075, China;

2. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Numerical simulation of the flow field around the oscillating ideal flat plate is presented to assess the aerodynamic derivatives. The time-dependent incompressible Navier-Stokes equations are decoupled using Projection-2 method. The second order semi-implicit scheme is employed in temporal and spatial discretization for the momentum equations of intermediate velocities, while the Poisson's equation for pressure is solved efficiently by using the multigrids method. Unsteady aerodynamic force on the heaving or pitching oscillated flat plate are computed and the motion of the plate is accounted by the moving grid method. The aerodynamic derivatives are extracted with the Least Square Method. The computed aerodynamic derivatives are in better agreement with Theodorsen's theoretic solutions.

Key words: flat plate; incompressible N-S equation; moving grids method; Projection-2 scheme; aerodynamic derivatives

桥梁断面的气动特性在桥梁抗风设计中有着十分重要的地位, 一般通过节段模型风洞试验来确定其气动力系数和气动导数。Nomura^[1,2]用基于任意拉格朗日—欧拉有限元法计算了圆柱和 H 形柱体的涡致振动, 计算的雷诺数范围分别是 90~130 和 900~3000。Fujiwara 等^[3]用有限差分法计算了弹性支撑的几种桥梁断面在雷诺数为 2100~4000 范围内的竖向振动。Okajima^[4]用有限差分法研究了雷诺数为 1000 时圆柱和宽高比为 1~3 的长方柱做竖向和水平向强迫振动时的气动不稳定性。Tamura 等^[5]用有限差分法研究了宽高比为 5 的长方柱做强迫振动时的压力脉动。Inamuro 等^[6]用离散涡法计算了方柱的流致振动。Walther^[6]用离散涡法求解 N-S 方程计算了主梁断面的气动导数, 为提高计算效率采用了快速自适应多极子方法, 涡的扩散用随机行走算法, 速度边界条件和物面涡分布用边界元法处理。Larsen^[7]给出了用这种方法计算的 5 种代表性桥梁断面的气动导数。离散涡方法不需要划分网格, 消除了网格离散带来的误差, 最大的缺点是边界条件不能直接给定, 难以给出高精度的涡量边界条件。

1 控制方程和求解方法

1.1 控制方程

用 OXY 表示固定参考系下的笛卡尔坐标系, 并用 oxy 表示随平板一起做刚性运动的动参照系下

* 收稿日期: 2002-02-28
基金项目: 国家自然科学基金项目 (59895410)
作者简介: 祝志文 (1968—), 男, 博士生。

的直角坐标系。平板和动参考系相对固定参考系具有相同的运动方式。设平板沿轴 OX 和 OY 轴的运动速度分别 $U_X(t)$ 和 $V_Y(t)$, 绕垂直于 OXY 平面某点的扭转角速度为 $\omega(t) = d\alpha(t)/dt$ 。动参考系下关于原参变量 u 、 v 和 p 的 N-S 方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u_r \frac{\partial u}{\partial x} + v_r \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \omega v \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u_r \frac{\partial v}{\partial x} + v_r \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \omega u \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

式中 u 、 v 是流体沿 ox 和 oy 轴的绝对速度; ρ 和 ν 分别是流体密度和运动粘性系数, u_r 、 v_r 是与流体所在位置有关的沿 ox 和 oy 轴的相对速度, 可表示为

$$u_r = u - U_X \cos \alpha + V_Y \sin \alpha - \omega y \quad (4)$$

$$v_r = v - U_X \sin \alpha - V_Y \cos \alpha + \omega x \quad (5)$$

1.2 求解方法

求解上述动参考系下的非定常 N-S 方程, 困难在于连续方程, 一种很有效的解耦办法是采用 Projection 法^[9]。其中一种处理方法是在求解中间速度的动量方程里舍弃压力梯度项, 然后用求得的中间速度去解压力 Poisson 方程, 再用压力场去修正速度场, 这是一种完全分裂法。另一种处理是先假定一个初始压力场, 在求解中间速度的动量方程保留压力梯度项, 然后用中间速度去求解压力 Poisson 方程或压力修正量的 Poisson 方程, 这是不完全分裂法。根据格式的精度不同, 一阶格式称为 Projection-1, 二阶格式称为 Projection-2。本文采用 Projection-2 格式解耦上述控制方程, 作分裂步得到的时间二阶半离散化方程是:

$$\frac{3\tilde{u}^{k+1} - 4u^k + u^{k-1}}{2\Delta t} + \tilde{u}_r^{k+1} \frac{\partial \tilde{u}^{k+1}}{\partial x} + \tilde{v}_r^{k+1} \frac{\partial \tilde{u}^{k+1}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^k}{\partial x} = \nu \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}^{k+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}^{k+1}}{\partial y^2} \right) - \omega \tilde{u}^{k+1} \quad (6)$$

$$\frac{3\tilde{v}^{k+1} - 4v^k + v^{k-1}}{2\Delta t} + \tilde{u}_r^{k+1} \frac{\partial \tilde{v}^{k+1}}{\partial x} + \tilde{v}_r^{k+1} \frac{\partial \tilde{v}^{k+1}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^k}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \tilde{v}^{k+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{v}^{k+1}}{\partial y^2} \right) + \omega \tilde{v}^{k+1} \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial^2 p^{k+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^{k+1}}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 p^k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^k}{\partial y^2} \right) = \frac{3\rho}{2\Delta t} \left(\frac{\partial \tilde{u}^{k+1}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}^{k+1}}{\partial y} \right) \quad (8)$$

$$u^{k+1} = \tilde{u}^{k+1} - \frac{2\Delta t}{3\rho} \left(\frac{\partial p^{k+1}}{\partial x} - \frac{\partial p^k}{\partial x} \right) \quad (9)$$

$$v^{k+1} = \tilde{v}^{k+1} - \frac{2\Delta t}{3\rho} \left(\frac{\partial p^{k+1}}{\partial y} - \frac{\partial p^k}{\partial y} \right) \quad (10)$$

其中 \tilde{u} 、 \tilde{v} 为中间速度, $k+1$ 是当前时间步。在第一个时间步速度对时间的偏导数采用欧拉后差。

1.3 控制方程的差分离散和边界条件

采用基于交错网格的有限差分法离散式 (6) ~ (10), 速度和压力节点交错布置, 速度定义在网格线的中点, 压力定义在格子的中心。求中间速度的动量方程采用二阶半隐格式, 由于给定的平板平动速度相对来流速度较小, 来流攻角也很小, 平板绕流没有分离, 为避免在每一时间步求解非线性方程组, 粘性项采用 2 阶中心差分格式, 对流项导数采用二阶外插的 Adams - Bashforth 格式, 以 \tilde{u} 方程为例,

$$\frac{\partial \tilde{u}^{k+1}}{\partial x} = \frac{1}{2} \left(3 \frac{\partial u^k}{\partial x} - \frac{\partial u^{k-1}}{\partial x} \right), \quad \frac{\partial \tilde{u}^{k+1}}{\partial y} = \frac{1}{2} \left(3 \frac{\partial u^k}{\partial y} - \frac{\partial u^{k-1}}{\partial y} \right)$$

通过这样处理, 求解中间速度的动量方程变为 Helmholtz 型方程。对压力的二阶偏导数采用中心差分离散, 得到的差分方程均采用 TDMA 算法求解。

设平板可以沿绝对参考系的 OY 轴向平动或绕垂直 OXY 平面的平板中心转动, 运动方式均为小振幅的正弦振动, 由于网格系统和平板一起刚性运动, 则在每一时刻, 网格的运动速度均是已知的, 求解中间速度时, 物面速度采用无滑移条件, 远场来流平行于绝对参考系的 OX 轴, 分别投影到动参考系坐标方向成为速度的上游边界条件。对 Projection 法, 基于显式渐进分析证明^[10], 在求解区域边界

提压力的 Dirichlet 边界条件，不仅使近似压力场的精度降低，而且也降低了整个速度场的精度，因而强烈要求采用 Neumann 边界条件。本文对压力提 Neumann 边界条件。

由于压力 Poisson 方程的收敛极其缓慢，成为数值计算的主要费时之处，特别是当全场网格点数较大时。为此，本文采用多层网格法之 V 循环快速求解压力方程，多层网格层数是 4。

由于理想平板无厚度，计算采用结构化的直角网格，如图 1 所示（粗线示意平板位置）。计算区域的外边界为矩形，上下游、二侧距平板均大于 $20b$ (b 为半弦长)，离开物面的第一条网格线到物面的距离取 $0.01b$ ，从物面往上下两个方向，逐渐增大网格间距，在平板宽度范围内，垂直平板网格线均匀分布，离开前、后缘网格间距逐渐增大。全场网格数为 82×82 ，物面网格点数为 60，基于平板宽度的雷诺数在 $300 \sim 600$ 范围内。

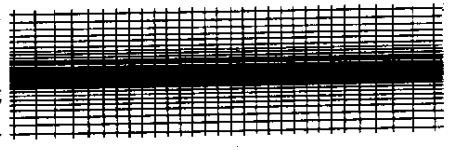


图 1 绕理想平板的网格

Fig.1 Mesh around the ideal plate

1.4 非定常气动力表达式及气动导数的计算

采用类似 Scanlan 和 Tomko^[11] 给出的用气动导数表达的 2 自由度振动桥面气动力公式，用 8 个气动导数表达的振动平板非定常气动力表达式是

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 (2b) \left(kH_1^* \frac{h}{U} + kH_2^* \frac{b\alpha}{U} + k^2 H_3^* \alpha + k^2 H_4^* \frac{h}{b} \right) \quad (11)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho U^2 (2b^2) \left(kA_1^* \frac{h}{U} + kA_2^* \frac{b\alpha}{U} + k^2 A_3^* \alpha + k^2 A_4^* \frac{h}{b} \right) \quad (12)$$

式中 U 为来流速度， $k = \omega b / U$ 为折算频率， ω 是振动的圆频率， h 、 α 分别是平板的竖向平动和扭转自由度， H_i^* ($i = 1, 4$)、 A_i^* ($i = 1, 4$) 是气动导数。理想平板气动导数只与折算频率 k 或折算速度 $v_r = u / fb$ 有关， $f = \omega / 2\pi$ 是振动频率。

采用自由度解耦的方法，让平板分别单独作竖向正弦振动或扭转正弦振动，竖向运动的振幅取 $0.05b$ ，扭转运动的幅值角为 3° ，将物面压力值和板面摩阻对物面积分，可得到在绝对坐标系的气动升力和弯矩。然后由得到的气动力和式 (11) ~ (12) 中对应的气动导数之系数，根据最小二乘法，即可得到相应的气动导数。在桥梁截面模型作正弦运动时，由式 (11) ~ (12) 表示的气动力在整数倍周期内的时间平均值应为零。当模型处于正弦振动的平衡位置而来流攻角不为零，计算得到的气动力包含静力分量，因此在计算气动导数前应将气动力进行零均值化处理。为提高颤振导数的识别精度，气动力的采样时间跨度应为模型振动周期的整数倍。

2 计算结果

设平板平动初始位移方向向下，升力以向下为正，转角、弯矩以平板迎风抬头为正。图 2、图 3 是折算风速为 4 平板分别作竖向平动和纯扭转时，气动力系数随无量纲时间的变化，气动力数据在 1.25 个周期后开始采集。从图可知，无论平板作平动还是纯扭转，升力系数和弯矩系数均表现为对无量纲时间的零均值的稳态正弦关系，一次谐波性很好，反映出升力、弯矩对位移的良好的线性关系，同时说明流场在一个周期后就同平板一起进入谐振动状态，流场没有不稳定出现。图 4 分别是作竖向平动、扭转运动的平板在 $T/4$ 时刻的流线图，两种情况共同的特征是，平板好像是在作上下拍打，尾

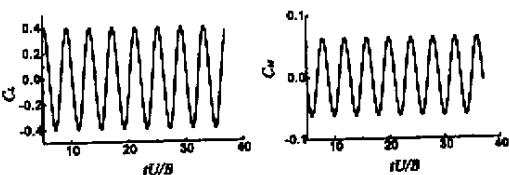


图 2 纯平动运动气动力系数时程

Fig.2 History of aerodynamic coefficients of heaving movement

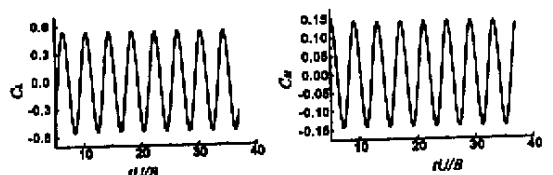


图 3 纯扭转运动气动力系数时程

Fig.3 History of aerodynamic coefficients of pitching movement

迹的流线好像一个个的波，从后缘向下游传播，而强度逐渐衰减。图5和图6分别是平动和扭转时，平行平板和垂直平板的速度等高线，垂直平板的速度等高线显示，在尾迹区垂直平板速度在交替改变着方向，其幅值却在减小。图7是平板分别作平动和扭转运动完成整周期运动时刻的流场压力等高线。与给定的平板位移模式相比，平动的升力系数曲线滞后位移的相位角稍大于 180° ；弯矩系数曲线滞后位移曲线一个稍小于 90° 的相位角，而此时扭转运动的升力系数曲线滞后位移相位角大于 90° 而小于 180° ；弯矩系数曲线滞后位移曲线一个很小的相位角。因此可以说，无论平动还是扭转，气动力都滞后于位移。



图4 绕理想平板的流线

Fig.4 Streamlines around the ideal plate

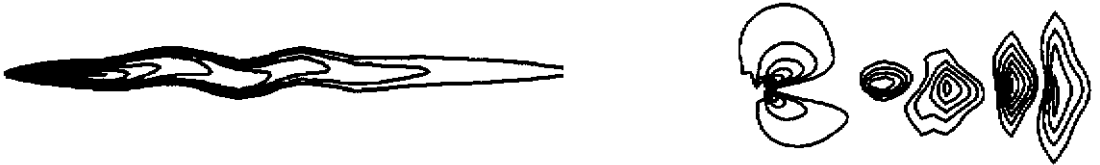


图5 绕平动运动平板的速度等高线

Fig.5 Velocities contours around the heaving plate



图6 绕扭转运动平板的速度等高线

Fig.6 Velocities contours around the pitching plate

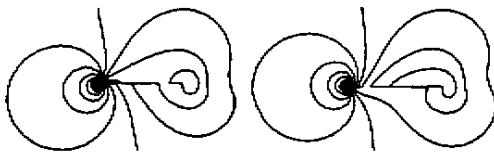


图7 绕平板压力等高线

Fig.7 Pressure contours around the plate

在不同的折算风速下，分别计算平板做平动运动、扭转运动的气动力，当气动力的变化趋势变得平稳时，开始采集气动力数据，并用最小二乘法提取气动导数。计算得到的气动导数数据和理想平板 Theodorsen 理论解作了比较，见图8，从图中各颤振导数值的比较来看，当折算风速较小时，各导数值吻合很好，随着折算风速增大，各导数值稍微偏离理论值，其中 A_4^* 和 H_2^* 的误差相对大些，但均与 Theodorsen^[12]理论值有合理的一致性，说明本文所采用的模型运动的控制方程、不可压流的计算方法是正确的，采用的有限差分离散格式在模拟运动物体绕流上是成功的。

从数值模拟的计算量来看，基于正交直角网格系统的多层网格法对加速压力 Poisson 方程的收敛性最好，且时间、空间离散得到的差分表达式简洁，所采用的半隐格式能提供较大的时间步长，使每周期的计算量相对较小。以折算风速等于4为例，完成图2~图3的9.25个周期计算量大约只需10个小时。

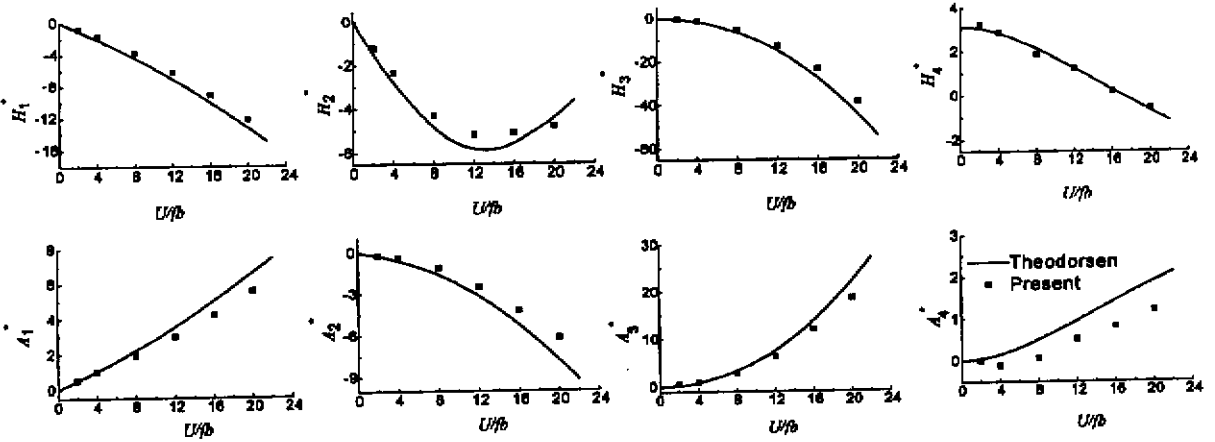


图 8 理想平板的气动导数

Fig.8 The aerodynamic derivatives of the ideal flat plate

3 结论

用动网格法考虑平板和空气的耦合运动，借助 Projection-2 格式和多层网格法求解 N-S 方程，用最小二乘法识别理想平板的气动导数，方法是成功的。采用的时间和空间离散格式，其精度和稳定性很好。气动导数值上存在的误差，可能是由于 Theodorsen 理论解是基于不可压势流理论给出的，而本文采用的控制方程是粘性不可压 N-S 方程。同时，当折算风速较大时，受计算量的限制，数值模拟的气动力曲线时间跨度不够大，不能完整地反映气动力的幅值和相位随时间的变化。

参考文献：

- [1] Nomura T. Finite Element Analysis of Vortex-induced Vibrations of Bluff Cylinders [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics , 46&47 , 1993 : 587-594.
- [2] Nomura T. A Numerical Study on Vortex-excited Oscillations of Bluff Cylinders [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics [J] , 50 , 1993 : 75-84.
- [3] Fujiwara A , Kataoka H , Ito M. Numerical Simulation of Flow Field around an Oscillating Bridge Using Finite Difference Method [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics , 46&47 , 1993 : 567-575.
- [4] Okajima A , Kitajima K. Numerical Study on Aeroelastic Instability of Cylinders with a Circular and Rectanglar Cross-section [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics , 46&47 , 1993 : 541-550.
- [5] Tamuro T , Itoh Y , Wada A , et al. Numerical Study of Pressure Fluctuations on a Rectangular Cylinders in Aerodynamic Oscillations [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics , 54&55 , 1993 : 239-250.
- [6] Inamuro T , Adachiand T , Sakata H. Simulation of Aerodynamic Instability of Bluff Body [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics , 46&47 , 1993 : 611-618.
- [7] Walther J H. Discrete Vortex Method for Two-dimensional Flow Past Bodies of Arbitrary Shape Undergoing Prescribed Rotary and Translation Motion [D]. Department of Fluid Mechanic , Technical University of Denmark , 1994.
- [8] Larsen A , Walther J H. Aeroelastic Analysis of Bridge Grider Sections Based on Discrete Vortex Simulations [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics , 67&68 , 1997 : 253-265.
- [9] Chorin A J. Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations [J]. Math. Comp. , 22 , 1968 : 745-762.
- [10] Weinan E , Liu J G. Projection Method I : Convergence and Numerical Boundary Layers [J]. SIAM , J. Numer. Anal. , 32 (4) , 1995 : 1017-1057.
- [11] Scanlan R H , Tomko J J. Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives [J]. J. Eng. Mech. , ASCE , 97 (6) , 1971 : 1171-11737.
- [12] Theodorsen T. General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter [R]. NACA Report 496 , U.S. Nat. Advisory Committee for Aeronautics , Langley , Va , 1935.

