

文章编号: 1001-2486 (2002) 03-0045-04

二维虚拟 ESPRIT 算法的改进*

刘全, 雍玲, 魏急波

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 对二维虚拟 ESPRIT 算法进行了改进, 在保持原算法计算量小这一优点的基础上, 提高了阵元利用率, 或者减小了对阵列结构的要求。

关键词: 波达方向估计; 虚拟阵列; 二维 ESPRIT 算法

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A

Improving 2D Virtual ESPRIT Algorithm

LIU Quan, YONG Ling, WEI Ji-bo

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Modifications of the 2D virtual ESPRIT algorithm are made. The new algorithms make better use of the sensors, or relaxed the requirements of the sensor array at the similar computational cost.

Key words: direction of arrival estimation; virtual array; 2D ESPRIT algorithm

近 20 年来, 基于特征分解的高分辨空间角谱估计方法得到了广泛的重视, 取得了很大进展。开始时研究主要集中在—维估计方法上, 随着技术的发展, 二维估计方法开始成为研究的重点。在二维估计方法中, 二维虚拟 ESPRIT 算法^[1]是一种较好的方法, 其计算量很小, 对阵列结构的要求不高, 但由于要用到 3 个相同的线性子阵列, 使得阵元的利用率比较低, 对子阵列结构的限制较大。针对这两个不足之处, 提出两种改进方法: 第一种方法是对其阵列结构进行修改, 提出了一种有较高阵元利用率的虚拟 ESPRIT 算法, 它只需两个几乎相同的子阵列, 因而阵元利用率得到提高; 第二种方法为任意子阵列结构的虚拟 ESPRIT 算法, 它放松了对阵列结构的要求, 使得阵列校准容易, 配置阵元时具有很强的灵活性。

本文先介绍二维虚拟 ESPRIT 算法, 然后分别介绍两种改进方法, 最后是仿真结果和结论。

在本文中, 均假设信号源为窄带远场平面波, 信号源数为 P , 和 X 、 Y 轴的夹角 (在本文中不严格地分别被称为方位角和俯仰角) 分别为 (α_i, β_i) , $i = 1, 2, \dots, P$ 。噪声为时域和空域上的高斯白噪声, 且统计独立于各信号源。

1 二维虚拟 ESPRIT 算法

在二维虚拟 ESPRIT 算法中, 采用了如图 1 所示的阵列。阵列由 3 个子线性阵列 Y_0 , Y_1 和 Y_2 组成, 每个子阵列有 M 个阵元, 子阵列相互平行, 且完全相同, Y_1 和 Y_2 对称于 X 轴, 和 X 轴的距离为 d_y , 其第一个阵元和 Y 轴的距离为 d_x , 每个子阵列中的第 i 个阵元到其第 1 个阵元的距离为 d_i 。设 $y_{m,k}$ ($m = 0, 1, 2$; $k = 1, 2, \dots, M$) 代表阵列



图 1 三线性平行子阵列

Fig.1 Sensor array composed of 3 parallel linear subarrays

* 收稿日期: 2001-03-01

作者简介: 刘全 (1971—), 男, 讲师, 博士。

Y_m 的第 k 个阵元上的接收信号, $n_{m,k}$ ($m=0, 1, 2; k=1, 2, \dots, M$) 代表阵列 Y_m 的第 k 个阵元上的噪声, 则各子阵列的接收信号可写为下述向量形式:

$$Y_0 = As + n_0$$

$$Y_1 = A\Phi_1 s + n_1$$

$$Y_2 = A\Phi_2 s + n_2$$

其中

$$Y_m = [y_{m,1}(t) \ y_{m,2}(t) \ \dots \ y_{m,M}(t)]^T, \ m=0, 1, 2$$

$$n_m = [n_{m,1}(t) \ n_{m,2}(t) \ \dots \ n_{m,M}(t)]^T, \ m=0, 1, 2$$

$$A = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_p]$$

$$a_i = [\exp(ju_{1,i}) \ \exp(ju_{2,i}) \ \dots \ \exp(ju_{M,i})]^T$$

$$\Phi_1 = \text{diag}[\exp(j(u_{0,1} + v_1)) \ \exp(j(u_{0,2} + v_2)) \ \dots \ \exp(j(u_{0,p} + v_p))]$$

$$\Phi_2 = \text{diag}[\exp(j(u_{0,1} - v_1)) \ \exp(j(u_{0,2} - v_2)) \ \dots \ \exp(j(u_{0,p} - v_p))]$$

$$u_{0,k} = 2\pi d \cos \alpha_k / \lambda$$

$$v_k = 2\pi d_y \cos \beta_k / \lambda$$

$$u_k = 2\pi d_x \cos \alpha_k / \lambda$$

从上面的式子可以看出, Φ_1 和 Φ_2 中包含了信号源的方位和俯仰信息, 但由于同时存在于相位中, 难以有效分开, 因而不能直接从中求出信号的方位和俯仰角。但如果我们令

$$Y = (Y_1 + Y_2) / \sqrt{2}$$

除以 $\sqrt{2}$ 是为了使 Y 和 Y_0 中的噪声功率相等, 则有

$$Y = A\Phi \cdot s + (n_1 + n_2) / \sqrt{2}$$

其中

$$\Phi = \text{diag}[\cos v_1 \exp(ju_{0,1}) \ \cos v_2 \exp(ju_{0,2}) \ \dots \ \cos v_p \exp(ju_{0,p})] \times \sqrt{2}$$

可以看出, Φ 中仍包含有方位和俯仰信息, 并且分别位于模和相位中, 能够有效利用, 而 Φ 可以用和一维 ESPRIT 同样的方法求得。由于 Φ 是由两个子阵列合成而得, 因此称为二维虚拟 ESPRIT 算法。显然, 二维虚拟 ESPRIT 算法的计算量很小, 其计算量和一维 ESPRIT 相当。

2 改进方法

2.1 阵元利用率的虚拟 ESPRIT 方法

二维虚拟 ESPRIT 算法用到了 3 个相同的子阵列, 因此阵元利用率低。为了提高阵元利用率, 应该采用阵元复用的方法。考虑图 2 所示的阵列, 它是一个只有两行的阵列, 每行都是一个均匀线阵, x 轴上线阵的阵元数为 $M+1$, 另一线阵阵元数为 M , 阵元间距均为 d_x 。为了构成一个虚拟子阵列,

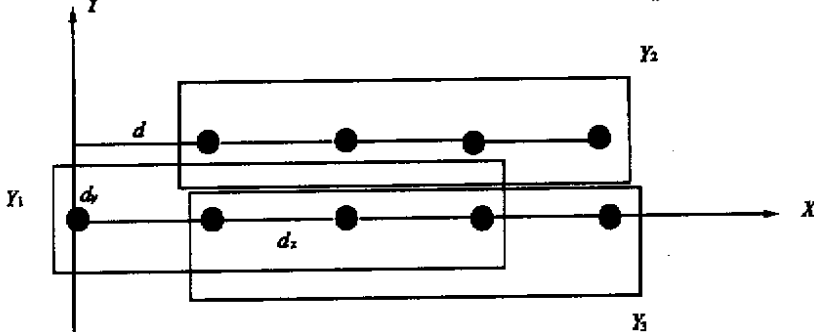


图 2 2 线阵结构

Fig.2 Sensor array composed of 2 linear subarrays

同样需要两个成一定关系分布的子阵列，因此将整个阵列如图分为 3 个相同的相互平移的子阵列 Y_1 ， Y_2 和 Y_3 ，可以写出每个子阵列的接收信号为：

$$Y_1 = As + n_1 \tag{1}$$

$$Y_2 = A\Phi_1 s + n_2 \tag{2}$$

$$Y_3 = A\Phi_2 s + n_3 \tag{3}$$

其中

$$\Phi_1 = \text{diag}[\exp(ju_1) \quad \exp(ju_2) \quad \dots \quad \exp(ju_p)]$$

$$\Phi_2 = \text{diag}[\exp(j(u_{01}v_1)) \quad \exp(j(u_{02}v_2)) \quad \dots \quad \exp(j(u_{0p}v_p))]$$

和前面一样，令

$$Y = (Y_2 + Y_3)\sqrt{2}$$

则有

$$Y = A\Phi s + (n_2 + n_3)\sqrt{2}$$

其中

$$\Phi = \text{diag}[\exp(j(u_1 + u_{01}v_1)) \quad \exp(j(u_2 + u_{02}v_2)) \quad \dots \quad \exp(j(u_p + u_{0p}v_p))]\sqrt{2}$$

这时可以用和前面一样的方法求出 Φ 来，下面讨论怎样从 Φ 中求出方向角来。从 Φ 中很难看出怎样能直接求出方向角来，为了使计算比较简单，必须做些假设。首先，假设 $d = d_x$ ，这时有 $u_i = u_{0i}$ ，则 Φ 的元素 $\phi_i = \exp(ju_i) \sqrt{1 + \exp(jv_i)}$ ，它的幅值为 $\sqrt{1 + \cos(v_i)}$ 。因为俯仰角 β 取值范围一般为 $[0, \pi]$ ，当 $d_y = \lambda/2$ 时， v_i 的取值范围为 $[-\pi, \pi]$ ，由 $\cos(v_i)$ 可以求出两个俯仰角，在实际应用时我们经常有一定的先验信息，可以消除这种相位模糊。另外，我们也可以把这些估计值代入 MUSIC 之类的方法以唯一地求出俯仰角。求出俯仰角后，则 $\exp(ju_i) = \sqrt{2} \cdot \phi_i / (1 + \exp(jv_i))$ ，当 $d = \lambda/2$ 时，可由相位求出方位角来。

从上面可以看出，修改的虚拟 ESPRIT 算法基于的阵列虽然只有两行，实际上仍然分成了 3 个相同的子阵列。显然，因为阵元重复利用，阵元的利用率提高了。

当信号中有相干源时，可以采用空域平滑预处理技术，具体方法可参见文献 [2]，这里不再详细介绍。当信号源有方位角兼并现象时， A 不再满秩，算法将失效。解决办法和原算法一样，即使得子阵列的行数大于 1，如图 3 所示的均匀矩形阵列。这时 A 由两个方向角共同决定，不会再因方位角发生兼并而奇异。

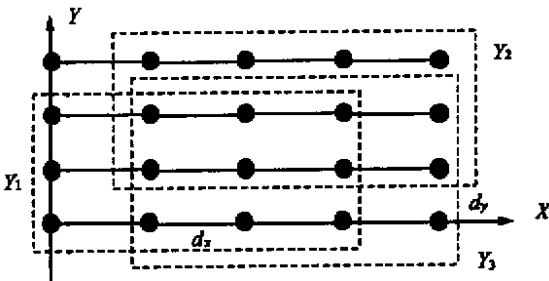


图 3 子阵列行数大于 1 的均匀矩形阵列

Fig.3 Uniform rectangular arrays with more than 1 row

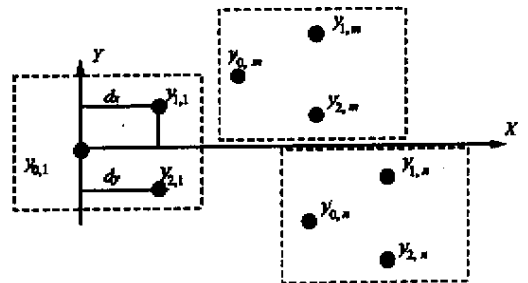


图 4 三阵元组成的阵列

Fig.4 Sensor array composed of triplets

2.2 任意子阵列结构的虚拟 ESPRIT 方法

在二维虚拟 ESPRIT 算法中，3 个子阵列都是线性阵列或矩形阵列，仍然限制了子阵列的结构，但如果我们仔细考虑，就会发现可以进一步放松对子阵列的结构要求。

考虑图 4 所示的阵列， $y_{m,k}$ ($m = 0, 1, 2; k = 1, 2, \dots, M$) 表示第 m 个子阵列的第 k 个阵元，3 个子阵

列完全相同 相互之间具有特别的平移关系但子阵列的结构是任意的。可以发现 除了矩阵 A 的形式有所不同外 其接收信号仍然满足(1)(2)(3)式, 因此仍然可以采用相同的方法。由于此时矩阵 A 同时依赖于方位角和俯仰角, 因此可以直接适用于方位角兼并的情况。由于子阵列结构是任意的, 因此具有校准简单、配置灵活的优点, 并且可以适当增加阵列孔径以获得所需的估计精度。

3 仿真结果

本节提供了两个仿真实验结果, 证明了改进方法的有效性。每个实验都由 100 次独立试验组成, 每次试验的快拍数为 100。噪声为时域和空域上的高斯白噪声。

例 1 改进方法一的实验结果

设 X 轴上的阵元数为 6, 有两个不相关的信号源, 入射角分别为 $(45^\circ, 40^\circ), (50^\circ, 50^\circ)$, 实验结果见图 5。可以看出, 信号源的两个方向角都得到了正确的估计。

例 2 改进方法二的实验结果

设每个子阵列的阵元数为 4, 其坐标分别为 $(0, 0) (1, 1) (3, 0.5) (5, 4.3)$, 单位为半波长。有两个不相关的信号源, 入射角分别为 $(45^\circ, 40^\circ), (45^\circ, 50^\circ)$, 实验结果见图 6。可以看出, 虽然信号源有方位角兼并现象, 但两个方向角都得到了精确的估计。

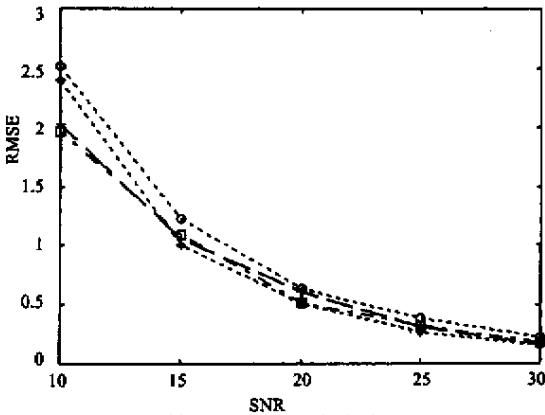


图 5 基于两线阵的估计结果

(“O”: 信号 1 方位角 “+”: 信号 1 俯仰角
“*”: 信号 2 方位角 “□”: 信号 2 俯仰角)

Fig.5 Simulation result based on 2 linear subarrays

(“O”: signal 1, azimuth “+”: signal 1, elevation
“*”: signal 2, azimuth “□”: signal 2, elevation)

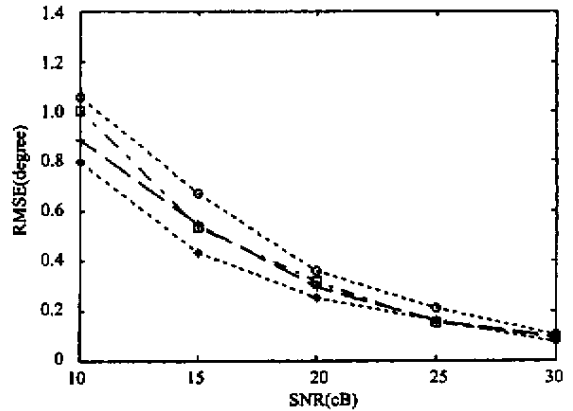


图 6 基于任意子阵列的估计结果

(“O”: 信号 1 方位角 “+”: 信号 1 俯仰角
“*”: 信号 2 方位角 “□”: 信号 2 俯仰角)

Fig.6 Simulation result based on arbitrary subarrays

(“O”: signal 1, azimuth “+”: signal 1, elevation
“*”: signal 2, azimuth “□”: signal 2, elevation)

参考文献:

[1] 刘全等. 二维虚拟 ESPRIT 算法 [J]. 国防科技大学学报, 1999, 21 (4): 63-66.
 [2] Shan T, Wax M, Kailath T. On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals [J]. IEEE Trans. on ASSP, 1985, 33 (4): 806-811.
 [3] Schmidt R. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation [J], IEEE Trans. AP, 1986, 34 (3): 276-280.

