

文章编号: 1001-2486 (2002) 03-0055-05

受符号调制的 m 序列旁瓣特性研究*

王 涛, 王飞雪

(国防科技大学 ATR 重点实验室, 湖南 长沙 410073)

摘 要: m 序列因其优良的二值自相关特性而广泛应用于雷达和通信系统中。存在符号调制时, m 序列匹配接收的旁瓣特性不再具有二值性。研究表明: 对于生成多项式相同的 m 序列, 当移位寄存器的初始状态不同时, 其符号调制下的旁瓣特性存在明显差异。选择合适的初始状态, 可以得到较高的主旁瓣比。采用旁瓣抑制滤波器可以进一步显著提升主旁瓣比。

关键词: 旁瓣抑制; m 序列; 匹配滤波; 符号调制; 失配滤波

中图分类号: TN911 文献标识码: A

The Characters of Sidelobes of M-sequences Modulated by Symbols

WANG Tao, WANG Fei-xue

(ATR National Lab, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The m -sequences are popularly used in radar and communication systems because of its character of uniform auto-correlation sidelobes. The sidelobes of the m -sequences are not bilevel any more when the m -sequences are modulated by the symbols. Researches reveal that the sidelobes of the m -sequences can be greatly different given the same generator polynomial but different initial phase modulation. The ratio of mainlobes to sidelobes can be increased by choosing special initial phase modulation and even more increased when the mismatched filter is adopted. The features of the matched and mismatched filters are discussed when the inputting m -sequences are modulated by the symbols.

Key words: sidelobe suppression; m -sequences; matched filter; symbol modulation; mismatched filter

m 序列具有近乎理想的自相关特性, 它的自相关输出具有二值性。周期为 N 的 m 序列的自相关主瓣为 N , 自相关旁瓣为 -1 (为了方便对比主旁瓣比, 以下所有的旁瓣幅度都取绝对值)。受符号调制后, m 序列的周期性被破坏, 匹配接收的输出不再保持二值性, 其旁瓣与 m 序列的初始状态有关。为了方便作图对比性能, 我们把移位寄存器初始状态所对应的十进制数称为移位寄存器的初相。以周期为 15、特征多项式为“23 (八进制)”的 m 序列为例, 如表 1 所示, 当移位寄存器的初始状态为“0101”时, 我们称其初相为“5”。在该初始状态下进行符号调制, 如表 2 所示, 自相关旁瓣幅度最大达到 9, 比无符号调制时的旁瓣提高了 9 倍, 如图 1 所示。因此设计合适的滤波器进来提高主旁瓣比具有很大的实际意义。

表 1 无符号调制的 m 序列Tab.1 The m -sequence not been modulated

	A (一个周期)	A (一个周期)	A (一个周期)	A (一个周期)	
.....	010111100010011	010111100010011	010111100010011	010111100010011

* 收稿日期: 2001-12-07
基金项目: 国家部委基金资助 (D99-21)
作者简介: 王涛 (1976—), 男, 博士生。

表 2 受符号调制的 m 序列 (调制符号为 1, 0, 0, 0)

Tab.2 The m-sequence modulated by symbols (The m-sequence is modulated by the 1, 0, 0, 0)

A (一个周期)	\bar{A} (一个周期)	\bar{A} (一个周期)	\bar{A} (一个周期)
010111100010011	101000011101100	101000011101100	101000011101100

文献 [1] 讨论了无符号调制时周期序列的旁瓣抑制问题, 文献 [2] 研究了逐个周期反号的周期序列的旁瓣抑制问题。传统的教科书^[3,4]在讨论 m 序列、Gold 序列以及 Kasami 等周期序列的旁瓣特性时, 通常只分析无符号调制时的旁瓣特性。对于随机调制的周期序列的旁瓣抑制问题, 尚无发现文章进行详细阐述。我们通过对 m 序列的研究发现, 选择合适的调制初相 (即移位寄存器初始状态), 匹配滤波可得到较高主旁瓣比; 采用失配滤波器可以进一步地提升主旁瓣比。本文以 m 序列为例, 讨论了两类最优失配滤波器: 最优积累旁瓣滤波器^[6]和最优峰值旁瓣滤波器^[6], 它们能够很好地提高主旁瓣比。调制初相对失配滤波器的输出旁瓣也有影响, 选择适当的调制初相, 可以进一步提高失配滤波器的旁瓣抑制能力。本文的结论可以扩展到其他的周期序列中。

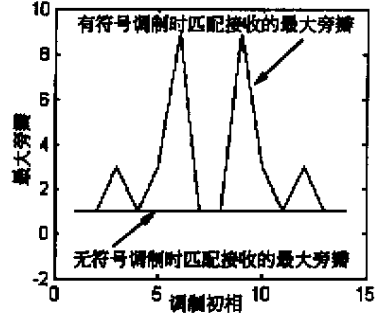


图 1 受符号调制和无符号调制的 m 序列匹配接收的旁瓣比较图中 m 序列的寄存器级数为 4, 特征多项式为“23 (八进制)”
Fig.1 The comparison of the max-sidelobes of m-sequences modulated & nonmodulated by symbols adopting match-filters

1 m 序列的旁瓣特性描述以及滤波器设计

衡量旁瓣的影响通常采用峰值旁瓣电平^[6] (PSL: Peak Sidelobe Level) 和积累旁瓣电平^[6] (ISL: Integrated Sidelobe Level) 这两个指标, 它们定义如下:

$$\text{峰值旁瓣电平 (PSL)} = \frac{\text{最大旁瓣功率}}{\text{峰值功率}} \quad (1)$$

$$\text{积累旁瓣电平 (ISL)} = \frac{\text{旁瓣总功率}}{\text{峰值功率}} \quad (2)$$

对于无符号调制时的 m 序列, 设滤波器为 $W = (u(0), u(1), \dots, u(N-1))^T$ 则滤波器的输出为:

$$y_n = \sum_{i=0}^{N-1} u(i) c_{(n+i) \bmod N} \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

上式可用向量表示为: $Y = AW$ (4)

其中: $Y = (y_0, y_1, \dots, y_{N-1})^T$ (5)

$$A = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{N-1} \\ c_1 & c_2 & \dots & c_0 \\ & & \ddots & \\ c_{N-1} & c_0 & \dots & c_{N-2} \end{pmatrix} \quad (6)$$

矩阵 A 称为序列的观测矩阵, 它的行向量为滤波器所有可能的输入向量的集合。设定滤波器输出峰值位置为 y_0 , 记矩阵 A 的第一个行向量为 B, 则 y_0 可表示为:

$$y_0 = BW \quad (7)$$

根据式 (1) 和式 (2) 的定义可得:

$$ISL = (Y^T Y - y_0^2) / y_0^2 = W^T A^T A W / y_0^2 - 1 \quad (8)$$

$$PSL = (\max_{i \neq 0} y_i^2) / y_0^2 \quad (9)$$

当存在符号调制时, 滤波器输入不再是周期序列, 它的输入包含两种形式: 相邻符号相同和相反。在相邻符号相同时, 滤波器的输入为式 (6) 中各行向量; 相邻符号相反时, 输入向量为 (10)

式的行向量。

$$A_1 = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & \cdots & c_{N-1} \\ c_1 & c_2 & \cdots & -c_0 \\ & & \ddots & \\ c_{N-1} & -c_0 & \cdots & -c_{N-2} \end{pmatrix} \quad (10)$$

当调制信号完全随机时，相邻符号相同的概率与相邻符号相反的概率相等，矩阵 A 和 A_1 可以合并起来组成一个新的矩阵，即：

$$A_m = \begin{pmatrix} A \\ A_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & \cdots & c_{N-1} \\ c_1 & c_2 & \cdots & c_0 \\ & & \ddots & \\ c_{N-1} & c_0 & \cdots & c_{N-2} \\ c_0 & c_1 & \cdots & c_{N-1} \\ c_1 & c_2 & \cdots & -c_0 \\ & & \ddots & \\ c_{N-1} & -c_0 & \cdots & -c_{N-2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

当矩阵 A_m 的行向量经过滤波器时，系统的输出序列中有两个主瓣：分别对应于第 1 个和第 $N+1$ 个行向量的输出，由式 (1) 和式 (2) 的原始定义可以得到有符号调制时的积累旁瓣电平为：

$$ISL = (Y^T Y - 2y_0^2) / 2y_0^2 = (W^T A_m^T A_m W / 2y_0^2) - 1 \quad (12)$$

峰值旁瓣电平为：

$$PSL = \left(\max_{i \neq 0, N} y_i^2 \right) / y_0^2 \quad (13)$$

不难看出，编码—滤波器对的积累旁瓣电平 (ISL) 和峰值旁瓣电平 (PSL) 都是二相编码 C 和旁瓣抑制滤波器 W 的函数，因此 (12) 式和 (13) 式可以改写为：

$$ISL(C, W) = (W^T A_m^T A_m W / 2y_0^2) - 1 \quad (14)$$

$$PSL(C, W) = \left(\max_{i \neq 0, N} y_i^2 \right) / y_0^2 \quad (15)$$

为了较好抑制旁瓣，本文从实际应用背景出发设计两类最优旁瓣抑制滤波器：最优 ISL 滤波器和最优 PSL 滤波器。前者在设定主瓣能量时，使得旁瓣总能量最小；后者要求主瓣给定后，最大旁瓣的能量达到最小。这两类失配滤波器同匹配滤波器相比主旁瓣比有明显提高，代价是付出一定的信噪比损耗。这种由于采用失配滤波器而造成的信噪比损耗称为处理增益损耗 (LPG : Loss in Process Gain)，它可以表示为：

$$LPG = \text{匹配滤波的信噪比} / \text{失配滤波的信噪比} \quad (16)$$

由于 m 序列的观测矩阵的秩为 N ，所以对任意给定的编码 C ，采用拉格朗日乘数法可以求得最佳 ISL 滤波器为 (证明见附录)：

$$W(C) = k_1 \frac{(A_m^T A_m)^{-1} B^T}{B (A_m^T A_m)^{-1} B^T} \quad (17)$$

其中 k_1 为实常数。用 $W(C)$ 替换 (14) 式中的 W ，所得即为编码 C 的最低积累旁瓣电平：

$$ISL_{\min}(C) = ISL(C, W(C)) = \frac{1}{2B (A_m^T A_m)^{-1} B^T} - 1 \quad (18)$$

编码 C 对应的最佳 PSL 滤波器 $W_P(C)$ 需采用如下线性规划的方法求解：

$$\max_w y_0 = \begin{cases} y_i \leq 1, & i = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1 \\ -y_i \leq 1, & i = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1 \end{cases} \quad (19)$$

$$(20)$$

我们记所得的解为 $W_P(C)$ ，将 $W_P(C)$ 代入 (15) 式可得编码 C 的最低峰值旁瓣电平：

$$PSL_{\min}(C) = PSL(C, W_P(C)) = 1 / \{ [W_P(C)]^T B^T B W_P(C) \} \quad (21)$$

2 仿真结果及分析

2.1 匹配滤波器旁瓣特性与调制初相的关系

首先研究匹配接收时 m 序列的初相与旁瓣特性的关系。以寄存器级数为 6, 特征多项式为“103”(八进制表示)为例, 序列的初相表示为移位寄存器中的二进制序列所对应的十进制数字。由于定义观测矩阵的第一列为主瓣输入, 所以匹配滤波器为观测矩阵的第一个行向量的转置, 即 $W = (c_0, c_1, \dots, c_{N-1})^T$ 。根据式 (12) 和 (13) 可以得到匹配滤波器输出的 ISL 和 PSL , 如图 2 所示。

由图 2 可以看出, 初相不同引起的 ISL 和 PSL 有较大的差别, 最大的 ISL 比最小 ISL 的旁瓣抑制比要大 3.3dB; 最大 PSL 比最小 PSL 值大了 5.5dB。 PSL 比较大的初相, 对应的 ISL 也比较大。进行信号调制时, 适当的选择信号的初相, 可以提高系统的主旁瓣比, 而滤波器的复杂度没有任何增加。这在高数据率、长伪码周期以及其他要求滤波器系数不能太复杂的情况下非常实用。

表 3 给出移位寄存器级数从 3 到 11 时, ISL 及 PSL 的最大值和最小值的关系。从表中可以看到, 当产生 m

序列的移位寄存器级数大于 6 后, 随着寄存器级数的增加, PSL_{max}/PSL_{min} 以及 ISL_{max}/ISL_{min} 的值逐渐减小, 这说明随着 m 序列周期的增加, 匹配接收机输出信号的旁瓣特性受初相的影响减小。

表 3 寄存器级数不同时匹配滤波的旁瓣特性与调制初相的关系

Tab.3 The sidelobe-characters when modulated by different initial phase adopting match-filter

寄存器级数	3	4	5	6	7	8	9	10	11
最大 PSL (dB)	16.9	9.5	12.9	15.1	17.5	20.1	21.9	23.9	27.4
最小 PSL (dB)	2.9	4.4	9.0	9.5	14.1	16.7	20.0	21.2	25.5
最大 ISL (dB)	9.1	6.2	6.7	6.6	6.2	2.5	5.3	2.3	2.1
最小 ISL (dB)	1.1	2.0	2.9	3.3	3.6	1.1	4.3	1.4	1.5

其中 3、4、5、6、7、8、9、10 和 11 阶 m 序列的特征多项式分别为:

“13(八进制, 下同)”、“23”、“45”、“103”、“211”、“435”、“1021”、“2011”和“4005”

2.2 有符号调制时 m 序列的最优 ISL 滤波器特性

同样以寄存器级数为 6, 特征多项式为“103”(八进制表示)的 m 序列为例, 设定观测矩阵的第一个行向量为 主瓣所对应的输入向量, 根据式 (17) 和 (18) 可以得到最优 ISL 滤波器和对应的最大 ISL 值, 然后根据式 (15) 和 (16) 得到与最优 ISL 滤波器所对应 PSL 和 LPG 值。图 3 对比了匹配滤波器和最优 ISL 滤波器的旁瓣特性, 从中可以看到最优 ISL 滤波器在牺牲 1dB 的处理增益的情况下, 可以得到 3dB 左右的 ISL 提升, 同时 PSL 提高了 3dB 到 7dB 左右。这说明最优 ISL 滤波器明显的提高了输出信号的主旁瓣比。

从图 3 中还可以看到, 在不同的调制初相下, 滤波器的最大 ISL 幅度差和最大 PSL 幅度差分别达到了 3dB 和 6dB, 这说明调制初相对滤波器的主旁瓣比有明显的影 响。在系统增益裕量比较大的情况下, 如果干扰比较强, 可以采取最优 ISL 滤波器并选择适当的调制初相来提高系统的抗干扰门限。

2.3 有符号调制时 m 序列的最优 PSL 滤波器特性

解线性规划方程组 (19) 和 (20), 可以得到最优 PSL 滤波器以及最大 PSL 值, 然后根据式 (14) 可以求得与最优 PSL 滤波器相对应的 ISL 值。以寄存器级数为 6, 特征多项式为“103”的 m 序列为

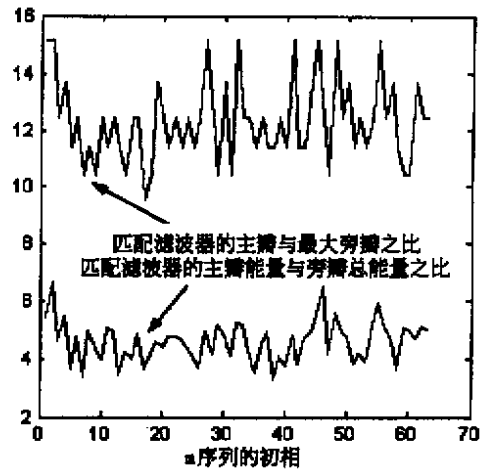


图 2 有符号调制时 m 序列匹配滤波的旁瓣特性
Fig.2 The sidelobes of m -sequences modulated by symbols adopting match-filter

例，图4对比了最优 PSL 滤波器和匹配滤波器的旁瓣特性。从中可以看到最优 PSL 滤波器在牺牲大约 1.5dB 处理增益的情况下，使得 PSL 提高了 6.5dB 到 11dB，对应的 ISL 值也稍有改善。从图中还可以看到：在调制初相不同时，输出信号的 PSL 差最大达到了 3dB。这说明可以选择合适的调制初相来进一步提高输出的主旁瓣比。

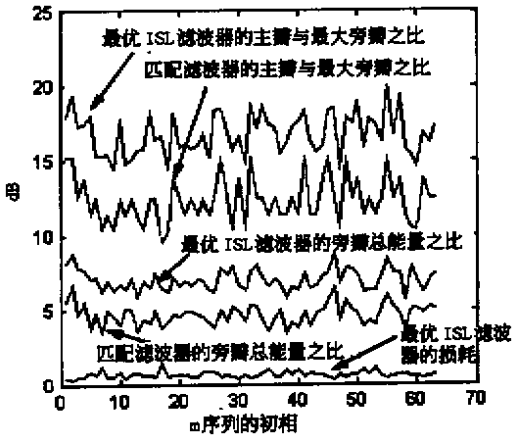


图3 有符号调制时 m 序列的最优 ISL 滤波旁瓣特性

Fig.3 The sidelobe-characters of the m -sequence modulated by symbols adopting ISL filter

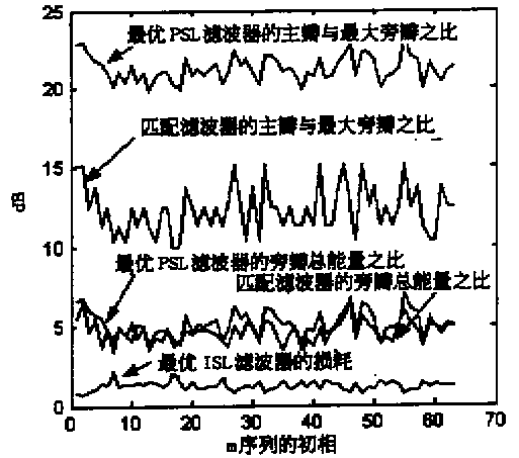


图4 有符号调制时 m 序列的最优 PSL 滤波旁瓣特性

Fig.4 The sidelobe-characters of the m -sequence modulated by symbols adopting PSL filter

从图3和图4还可以看出，采用匹配滤波器时，主旁瓣比较高的调制初相对应的失配滤波器的旁瓣抑制效果也比较好。这一点在设计失配滤波器时很有帮助：可以先寻找匹配滤波器主旁瓣比较高的调制初相，然后再设计对应初相位置的失配滤波器，这样可以节约设计时间。

3 结论

(1) m 序列经过符号调制后，匹配滤波的旁瓣不再全等于 -1 ，并与初相有关；选择适当的初相可以得到较高的主旁瓣比；当周期比较长时，初相对旁瓣特性的影响降低。

(2) 失配接收可以在牺牲较小的处理增益条件下明显提高输出主旁瓣比；选择合适的调制初相，可以进一步获得高的主旁瓣抑制比。

(3) 采用失配滤波器时，旁瓣抑制效果好的初相位置所对应的匹配滤波器的旁瓣抑制性能也比较好。先选择旁瓣抑制效果比较好匹配滤波器的调制初相，然后再设计对应的失配滤波器，这样可以提高设计失配滤波器的效率。

(4) 本文的结论是以 m 序列为例得出的，它可以扩展到其他的伪随机序列。

选定伪随机序列后，利用上述结论，可以在不增加滤波器复杂度的情况下提高系统的旁瓣抑制性能。

参考文献：

- [1] Rohling H, Plagge W. Mismatched-Filter Design for Periodical Binary Phased Signals [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1989, 25 (6), 890-896.
- [2] Luke H D, Busboom A. Mismatched Filtering of Odd-Periodic Binary Sequences [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34 (4), 1345-1350.
- [3] 沈允春编著. 扩谱技术 [M]. 北京：国防工业出版社，1995.
- [4] 祁玉生，邵世祥编著. 现代移动通信系统 [M]. 北京：人民邮电出版社，1999.
- [5] 王飞雪. 直接序列扩频信号的全数字式快速捕获 [D]. 国防科技大学博士学位论文，1998.

