

文章编号: 1001-2486 (2002) 03-0103-04

磁悬挂天平的变结构控制*

刘恒坤, 常文森, 尹力明

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 鉴于磁悬挂天平系统强烈的非线性特性及存在的多种不确定性, 针对非匹配不确定性情况设计了变结构控制器。根据对悬浮时模型受力图的分析及其模型两端电磁力、电流和电压的平衡关系, 并以 Y 轴方向受力为例, 讨论了磁悬挂天平的非线性变结构设计过程。该设计的目的是使镇定误差趋近于 0, 其设计步骤包括期望性能到期望力的传递、满足滑动模态可达条件的控制力到控制电压的传递、控制电压的求解。同时对设计的结果进行了仿真分析, 仿真结果表明磁悬挂天平的变结构控制系统具有良好的动态性能。

关键词: 变结构控制; 磁悬挂天平; 滑动模态

中图分类号: TP212 **文献标识码:** B

Variable Structure Control of Magnetic Suspension and Balance System

LIU Heng-kun, CHANG Wen-sen, YIN Li-ming

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In view of the strong nonlinear feature of the magnetic suspension and balance system, variable structure controller is designed. Taking the Y axis as an example, the procedure of designing nonlinear variable structure controller is discussed. The aim is to keep the error as zero. The design step includes three aspects. The design consequence is emulated at the same time. The result of the emulation shows that the dynamic properties of the system are upstanding.

Key words: variable structure control; magnetic suspension and balance system; gliding mode

所谓 MSBS (磁悬挂天平系统) 就是指用磁力悬挂飞行器模型并能在风洞实验中提供必要的数据以供计算飞行器的某些气动参数的装置。由此可见, MSBS 已经彻底消除了支架带来的干扰, 因此其前景十分乐观。利用经典控制的方法已经实现了磁悬挂天平的稳定悬浮, 但是, 在风洞实验中却有些不如意的地方。这是由于电磁动态系统固有的非线性特性, 使得控制问题较为复杂。大部分控制设计使用的是线性模型和线性控制方法, 也就是通过将系统的非线性模型在平衡点附近线性化得到线性模型, 然后基于这一近似的线性模型进行控制器设计。鉴于磁悬挂天平系统强烈的非线性特性及存在的多种不确定性, 本文针对非匹配不确定性情况设计了变结构控制器, 仿真结果表明磁悬挂天平系统具有良好的动态性能。

1 建立数学模型

以模型的主轴质量中心为原点建立坐标系 $GXYZ$, 定义 θ 和 φ 分别为主轴绕轴 GY 和 GZ 转动的小角度 (注: 模型绕 GX 轴的旋转为被动稳定控制)。模型长度记为 $2l$, 质量为 m , 模型两端受的电磁力分别记为 f_{1i}, f_{2i} ($i=1, 2, 3, 4$)。悬浮时模型的受力图如图 1 所示。

根据刚体运动学, 考虑主轴关于坐标原点 G 的力平衡和转矩平衡得到下面的模型:

* 收稿日期: 2001-12-09

基金项目: 国家“九五”部委项目资助 (9580)

作者简介: 刘恒坤 (1975—), 男, 博士生。

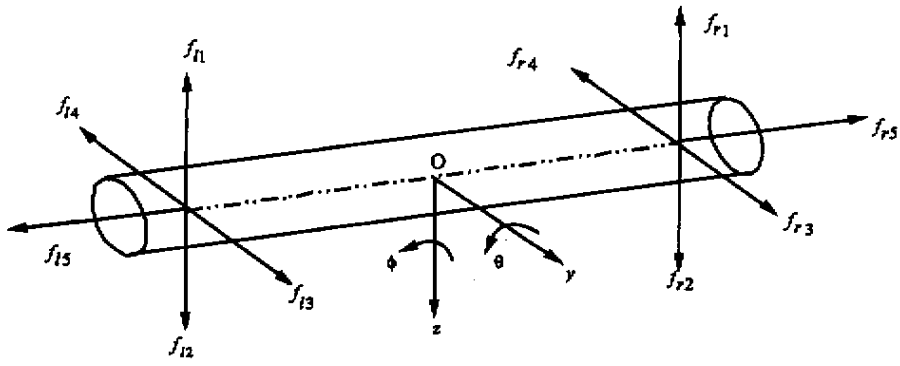


图1 模型受力示意图

Fig.1 The sketch map of force on the model

$$\begin{cases} m\ddot{x} = f_{15} - f_{r5} \\ m\ddot{y} = f_{13} - f_{14} + f_{r3} - f_{r4} \\ m\ddot{z} = mg + f_{12} - f_{11} + f_{r2} - f_{r1} \\ J_y\ddot{\theta} = l \cdot [f_{12} - f_{11} - f_{r1} - f_{r2}] \\ J_z\ddot{\Phi} = l \cdot [f_{14} - f_{13} + f_{r3} - f_{r4}] \end{cases} \quad (1)$$

式中 x , y 和 z 为模型在相应方向的位移; J_y 和 J_z 分别为模型绕 GY 和 GZ 的转动惯量, 假定模型的两个径向转动惯量相等, 即 $J_y = J_z = J$ 。为方便起见, 假设模型的每边气隙相等, 均为 δ_0 , 不失一般性, 设各个电磁铁的吸力系数均为 λ , 则根据电磁学, 电磁力为 $f = \lambda i^2 / (\delta_0 + \tau)^2$, 式中 i 为电磁铁绕组电流, τ 为气隙的改变量。电流满足下面的电压平衡关系

$$i = -\frac{R}{L}i_{jk} + \frac{1}{L}u_{jk} \quad (j = l, r; k = 1, 2, 3, 4)$$

记: $f_{lij} = f_{li} - f_{lj}$, $f_{rij} = f_{ri} - f_{rj}$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5; j = 1, 2, 3, 4, 5$), 则(1)式可写为

$$m\ddot{x} \equiv F_5 \quad (2)$$

$$m\ddot{y} = f_{l34} + f_{r34} \equiv F_{34} \quad (3)$$

$$m\ddot{z} = f_{l21} + f_{r21} + mg \equiv F_{21} + mg \quad (4)$$

$$J\ddot{\theta} = l \cdot [f_{l21} - f_{r21}] \equiv lF'_{21} \quad (5)$$

$$J\ddot{\Phi} = l \cdot [f_{l34} + f_{r34}] \equiv -lF'_{34} \quad (6)$$

2 控制器的设计

以 y 轴方向受力为例说明问题。

定义镇定误差和二次镇定误差如下:

$$e_1 = y, \quad s_1 = \lambda_1 e_1 + \dot{e}_1 \quad (7)$$

$$e_2 = \phi, \quad s_2 = \lambda_2 e_2 + \dot{e}_2 \quad (8)$$

式中 λ_i 为大于零的常数。设计的目的是使镇定误差 $e_i \rightarrow 0$ ($i = 1, 2$)。

2.1 期望性能到期望力的传递

定义李氏函数为 $V_1 = \frac{1}{2}ms_1^2$, 则: $\dot{V}_1 = s_1 \cdot m\dot{s}_1$, 由式(7)及(3)可以得到

$$m\dot{s}_1 = \dot{F}_{34d} - m\dot{y}_d + m\lambda_1 e_1 + \eta_{j34} \quad (9)$$

式中: F_{34d} 为控制力 F_{34} 的期望值, 控制力误差 $\eta_{j34} = F_{34} - F_{34d}$ 。当 $F_{34d} = -k_1 s_1 + m\dot{y}_d - m\lambda_1 e_1$ 时, 可得 $\dot{V}_1 = -k_1 s_1^2 + s_1 \eta_{j34}$, 其中: $k_1 \geq 0$, 若 $F_{34} = F_{34d}$, 则 $\eta_{j34} = 0$, $\dot{V}_1 = -k_1 s_1^2 \leq 0$ 。

同理: 对于式(8)及式(4), 可以设: $V_1' = \frac{1}{2}ms_2^2$, 当取 $F'_{34d} = \frac{1}{l}(-k_2 s_2 + J\dot{\Phi}_d - J\lambda_2 e_2)$ 时,

若 $\dot{F}_{34} = F_{34d}$ ，则 $\dot{\eta}_{f34} = 0$ ， $\dot{V}'_1 = -k_2 s_2^2 \leq 0$ 。

2.2 控制力到控制电压的传递

控制力是靠电磁线圈上的控制电压进行调节的，下面设计关于控制力误差的滑动态。对 η_{f34} 求导

$$\dot{\eta}_{f34} = \dot{F}_{f34} - m \dot{y}_d - (mc + k_1) \dot{y}_d + \frac{1}{m} F_{34} (mc + k_1) + k_1 c \dot{y} \quad (10)$$

$$\text{定义李氏函数 } V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \eta_{f34}^2, \text{ 求导得: } \dot{V}_2 = -k_1 s_1^2 + \eta_{f34} (F_{34} + M + s_1) \quad (11)$$

$$\text{若取: } \dot{F}_{34} = -k_1 \eta_{f34} - M - s_1 - \epsilon_1 \text{sgn}(\eta_{f34}) \quad (\epsilon_1 > 0) \quad (12)$$

$\dot{V}_2 = -k_1 s_1^2 - k_1 \eta_{f34}^2 - \epsilon_1 |\eta_{f34}| \leq 0$ ，仅当 $s_1 = 0$ ， $\eta_{f34} = 0$ 时， $V_2 = 0$ ，同时可以计算出： $\eta_{f34} \dot{\eta}_{f34} = -k_1 \eta_{f34}^2 - \epsilon_1 |\eta_{f34}| - s_1 \eta_{f34}$ ，因 $s_1 \neq 0$ 时，有 $\dot{V}_2 < 0$ ，所以在有限时间一定有 $|s_1| < \epsilon_1$ ，即有 $\eta_{f34} \dot{\eta}_{f34} < -k_1 \eta_{f34}^2 < 0$ ，因此控制力误差满足滑动模态可达条件。

$$\text{记: } \dot{F}_{34} = \Lambda_{34} \quad (13)$$

$$\text{同理: } \dot{F}'_{34} = -k_4 \eta'_{f34} - M' - s_2 l - \epsilon_4 \text{sgn}(\eta'_{f34}), \text{ 同时记: } \dot{F}'_{34} = \Lambda'_{34} \quad (14)$$

2.3 控制电压的求解

上面推导出的控制力导数 \dot{F}_{34} 和 \dot{F}'_{34} 均为四个实际控制电压 u_{jk} 的函数，因此通过代数求解，容易得到控制电压。实际上，结合式 (13) 和式 (14)，

$$\dot{f}_{l34} = \frac{\Lambda_{34} - \Lambda'_{34}}{2} \equiv \Phi_{l34} \quad (15)$$

$$\dot{f}_{r34} = \frac{\Lambda_{34} + \Lambda'_{34}}{2} \equiv \Phi_{r34} \quad (16)$$

利用式 (15) 可计算模型左端水平面内两个电磁铁中控制电压 u_{l3} 和 u_{l4} 的大小，考虑到

$$\dot{f}_{l34} = \Phi'_{l34} + \left(\frac{\partial f_{l3}}{\partial i_{l3}} \frac{1}{L} u_{l3} - \frac{\partial f_{l4}}{\partial i_{l4}} \frac{1}{L} u_{l4} \right) \quad (17)$$

$$\text{式中: } \Phi'_{l34} = \left(\frac{\partial f_{l3}}{\partial y} - \frac{\partial f_{l4}}{\partial y} \right) \dot{y} + \left(\frac{\partial f_{l3}}{\partial \phi} - \frac{\partial f_{l4}}{\partial \phi} \right) \dot{\phi} + \frac{R}{L} \left(\frac{\partial f_{l3}}{\partial i_{l3}} i_{l3} + \frac{\partial f_{l4}}{\partial i_{l4}} i_{l4} \right) \quad (18)$$

$$\text{由式 (15) 式 (17) 可得 } \frac{\partial f_{l3}}{\partial i_{l3}} \frac{1}{L} u_{l3} - \frac{\partial f_{l4}}{\partial i_{l4}} \frac{1}{L} u_{l4} = \Phi_{l34} - \Phi'_{l34} \equiv \bar{\Phi}_{l34}$$

记 $\frac{\partial f_{l3}}{\partial i_{l3}} \frac{1}{L} u_{l3} = \beta_{l3}$ ， $\frac{\partial f_{l4}}{\partial i_{l4}} \frac{1}{L} u_{l4} = \beta_{l4}$ ，对 β_{l3} ， β_{l4} 分别设计如下的辅助函数，

$$\beta_{l3} = \frac{1}{2} [\bar{\Phi}_{l34} + \sqrt{\bar{\Phi}_{l34}^2 + u_0^2}] \quad \beta_{l4} = \frac{1}{2} [\bar{\Phi}_{l34} - \sqrt{\bar{\Phi}_{l34}^2 + u_0^2}]$$

式中： u_0 为任意小的正数，它的物理意义是决定加于线圈上的基准电压，从而可以得到控制电压

$$u_{l3}, u_{l4}, u_{l3} = \beta_{l3} L / \frac{\partial f_{l3}}{\partial i_{l3}}, u_{l4} = \beta_{l4} L / \frac{\partial f_{l4}}{\partial i_{l4}}。$$

同样，利用式 (16) 可计算模型右端水平面内两个电磁铁中控制电压 u_{r3} 和 u_{r4} 的大小。另外四个控制电压的设计可以仿照上面的几个步骤进行。

3 仿真及结果分析

假设模型参数有 25% 的不确定性，进行磁悬浮的仿真研究，初始状态包含有 0.02cm 的偏差。取常数 $c = k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1$ ，仿真结果如图 2~ 图 4 所示。

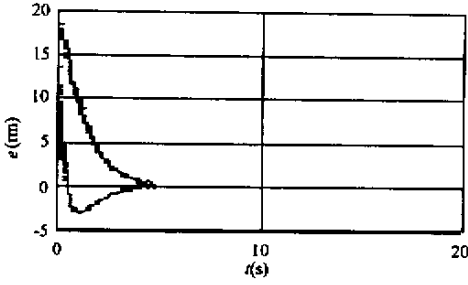
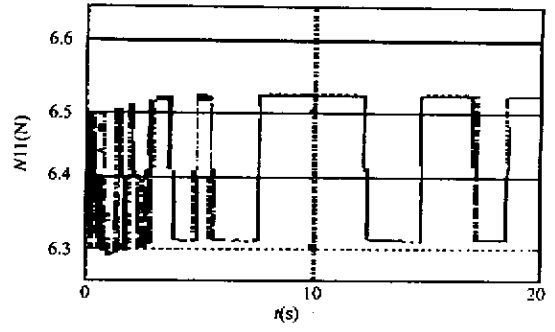
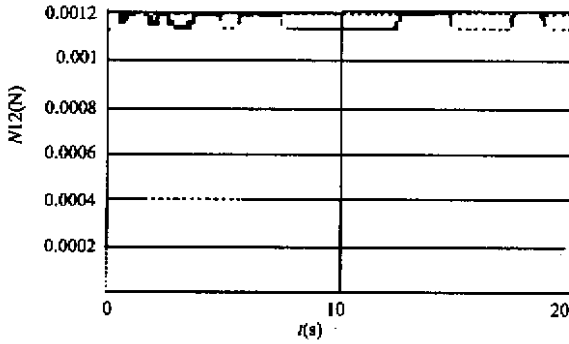


图2 水平和垂直方向的误差

Fig.2 The horizontal and vertical error

图3 控制力 u_{11} Fig.3 The control force of u_{11} 图4 控制力 u_{12} Fig.4 The control force of u_{12}

从仿真曲线可以看出,在 25% 非匹配不确定的条件下,控制器取得满意的结果,闭环系统是稳定的,控制误差收敛,动态特性良好。证明磁悬挂天平的变结构控制设计是成功的。

参考文献:

- [1] Charara A, De Miras J, Caron B. Nonlinear Control of a Magnetic Levitation System without Premagnetization [J]. IEEE Trans. on Contr. Systems Technology, 1996, 4(5): 513-523.
- [2] Levine J, Lottin J, Ponsart J. A Nonlinear Approach to the Control of Magnetic Bearings [J]. IEEE Trans. on Contr. Systems Technology, 1996, 4(5): 524-544.
- [3] 刘恒坤. 30cm×30cm 磁悬挂天平研究 [D]. 国防科技大学 2001 届硕士论文.

