

利用简并 V 型原子与光场的非共振作用隐形传送未知原子态*

戴宏毅 李承祖 陈平形

(国防科技大学理学院,湖南长沙 410073)

摘要 根据简并 V 型三能级原子与光场的远离共振相互作用系统的改进型有效哈密顿量,通过矩阵方法,推导出系统随时间演化的波函数,提出一种未知原子态的隐形传态方案。

关键词 隐形传态;V 型三能级原子;波函数;远离共振相互作用

中图分类号 :O431.2 **文献标识码** :A

Teleportation of an Unknown Atomic State via Nonresonant Interaction of a Degenerate V-type Three-level Atom with Cavity Field

DAI Hong-yi, LI Cheng-zu, CHEN Ping-xing

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract : Based on the modified effective Hamiltonian for the system which the degenerate V-type three-level atom interacts with coherent state cavity field under far-off resonant condition, the wave function of the system is derived by means of matrix forms. A feasible scheme is presented for the teleportation of an unknown atomic state via far-off resonant interaction of a degenerate V-type three-level atom with coherent state cavity field.

Key words : teleportation; V-type three-level atom; wave function; far-off resonant interaction

近年来,利用纠缠态进行量子隐形传态引起了人们的兴趣。通过对处于纠缠态体系的一个粒子测量,不仅可获得另一个粒子所携带的信息,而且能使对另一粒子进行操作提供了可能性。这个重要特性对实现量子密码术和量子计算机来说是非常有用的。Bennett^[1]等提出了量子纠缠态能被用来传送未知量子态;Davidovich^[2]等提出了一种在两个初态为纠缠态的高 Q 光场中传送未知原子态的方案;Cirac^[3]等则建立了另外一种 QED 腔场,并利用处于纠缠态两能级原子实现量子态的隐形传送;Zheng^[4]等提出利用 Raman 型和共振的 Jaynes-Cummings 模型实现量子态的隐形传送。同时,文献作者^[5,6]也提出了使用 Λ 型等三能级原子与光场发生 Raman 作用传送未知原子态的方法。本文是在文献^[7]得出了简并 V 型三能级原子与光场的远离共振的 Raman 相互作用系统的改进型有效哈密顿量基础上,使用不同于文献^[7]的方法即矩阵方法,计算出系统随时间演化的波函数,从而提出使用简并 V 型三能级原子与光场的非共振 Raman 相互作用对未知原子态进行量子隐形传态的一种方案。

1 简并 V 型三能级原子与单模腔场的远离共振相互作用

简并 V 型三能级原子与一单模腔场的远离共振 Raman 相互作用情况如图 1 所示。原子与腔场系统的相互作用哈密顿量为^[7]

$$H = \lambda_1 (a^+ |g, e_1\rangle + a |e_1, g\rangle) + \lambda_2 (a^+ |g, e_2\rangle + a |e_2, g\rangle) \quad (1)$$

其中 λ_1, λ_2 是原子与场模的耦合常数, a 与 a^+ 分别表示光子的湮没与产生算符, $|g, e_1\rangle$ 和 $|e_2, g\rangle$ 分别表示原子的三个能级,其中 $|e_1, e_2\rangle$ 两个激发态能级相等。当原子的本征跃迁频率 ω_0 与腔场频率 ω 之间的失谐量 $\Delta = |\omega - \omega_0|$ 很大时,原子与腔场之间不交换能量,这时,原子的基态能级可从哈密顿量中绝热地消除。此时,在相互作用绘景中系统的有效哈密顿量为^[7]

* 收稿日期:2002-04-21
作者简介:戴宏毅(1964—)男,博士生。

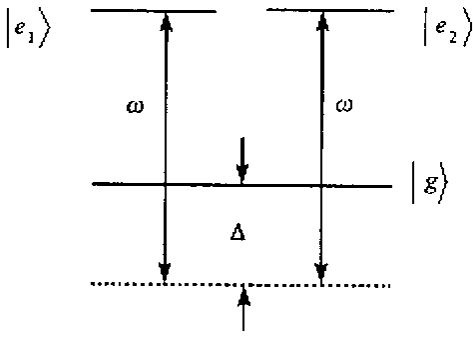


图1 简并 V 型三能级原子与单模光场的相互作用

Fig.1 Diagram of the degenerate V-type three-level atom interacting with the single mode field

$$H_{eff} = -ga^+ \alpha (|e_1 - e_2\rangle + |e_2 - e_1\rangle) - a^+ \alpha (\beta_1 |e_1 - e_1\rangle + \beta_2 |e_2 - e_2\rangle) \quad (2)$$

其中 $g = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\Delta}$, $\beta_1 = \frac{\lambda_1^2}{\Delta}$, $\beta_2 = \frac{\lambda_2^2}{\Delta}$ 。为简单起见,考虑简并 Raman 耦合情况,取 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$,因而有 $g = \beta_1 = \beta_2 = \frac{\lambda^2}{\Delta}$ 。在光场的粒子数态集 $\{|n\rangle$ 和原子能量本征矢构成的表象中,有效哈密顿量的矩阵表示为

$$H_{eff} = -gn \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = -gn \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - gn \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

设原子初始时刻处于态 $u|e_1 + v|e_2$ (取 $|e_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $|e_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$),光场被制备成相干态 $|\alpha\rangle$ 则整个系统的初态是

$$|\Psi(0)\rangle = (u|e_1 + v|e_2) \otimes |\alpha\rangle \quad (4)$$

在相互作用绘景中,系统的态矢满足方程

$$i \frac{d|\Psi(t)\rangle}{dt} = H_{eff} |\Psi(t)\rangle \quad (5)$$

利用 Baker-Campbell-Hausdorff 公式

$$e^{A+B} = e^A e^B e^{-\frac{1}{2}[A,B]} \quad (6)$$

则通过矩阵方法,任意 t 时刻的波函数可化为

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= e^{-iH_{eff}t} |\Psi(0)\rangle \\ &= e^{i\alpha n t} \{ [u \cos(\alpha n t) + i v \sin(\alpha n t)] |e_1\rangle + [i u \sin(\alpha n t) + v \cos(\alpha n t)] |e_2\rangle \} \otimes |\alpha\rangle \\ &= \frac{1}{2} \{ [u(|\alpha + |\alpha e^{i2\alpha t}\rangle) - v(|\alpha - |\alpha e^{i2\alpha t}\rangle)] |e_1\rangle + [-u(|\alpha - |\alpha e^{i2\alpha t}\rangle) + v(|\alpha + |\alpha e^{i2\alpha t}\rangle)] |e_2\rangle \} \end{aligned} \quad (7)$$

这与文献 [7] 通过解微分方程所得结果是一致的。通过控制原子的速度来调节原子与腔场的相互作用时间 τ ,当满足条件:

$$g\tau = \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

时 (7) 式变为

$$|\Psi(t=\tau)\rangle = \frac{1}{2} \{ [u(|\alpha + |-\alpha\rangle) - v(|\alpha - |-\alpha\rangle)] |e_1\rangle + [-u(|\alpha - |-\alpha\rangle) + v(|\alpha + |-\alpha\rangle)] |e_2\rangle \} \quad (9)$$

故原子与腔场的初态条件可通过改变 u 和 v 的值来确定。在不同的初态下,满足 (8) 式时,简并 V 型三能级原子与腔场发生远离共振相互作用的结果如表 1 所示。

表 1 简并 V 型三能级原子与腔场发生远离共振相互作用的结果

Tab.1 Interaction outcome of a degenerate V-type three-level atom interacting with a single mode cavity-field through off-far resonant process

原子初态	$ e_1\rangle$	$ e_1\rangle$	$ e_2\rangle$	$ e_2\rangle$
腔场初态	$ \alpha_+ + -\alpha_+$	$ \alpha_- - -\alpha_-$	$ \alpha_+ + -\alpha_+$	$ \alpha_- - -\alpha_-$
作用结果	$(\alpha_+ + -\alpha_+) e_1$	$-(\alpha_- - -\alpha_-) e_2$	$(\alpha_+ + -\alpha_+) e_2$	$-(\alpha_- - -\alpha_-) e_1$

2 量子隐形传态

假设量子态待传送的是一个简并的 V 型三能级原子(原子 A),初始时刻处于两个高能激发态的叠加态

$$|\Psi\rangle_A = c_2|e_2\rangle_A + c_1|e_1\rangle_A = c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_A + c_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_A \quad (10)$$

其中 c_1 和 c_2 为未知的叠加系数,满足关系式 $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ 。开始时将一个腔场(设为 C)制备成幅度较大的相干态,然后让另一个 V 型的三能级原子(原子 B)穿过这个腔。这个原子初始时刻处于激发态 $|e_2\rangle_B$ 。选择相互作用时间,使之满足方程(8)则得

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{B+C} &= \frac{1}{2}[(|\alpha_+ + |-\alpha_+)|e_2\rangle_B - (|\alpha_- - |-\alpha_-)|e_1\rangle_B] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha_+ + |e_2\rangle_B - |\alpha_- - |e_1\rangle_B) \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $|\alpha_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha_+ + |-\alpha_+)$, $|\alpha_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha_- - |-\alpha_-)$ 。当幅度很大,即在 $|\alpha|^2 \gg 1$ 的情况下,相干态 $|\alpha_+$ 和 $|\alpha_-$ 是近似正交的,即 $\langle \alpha_- | \alpha_+ \rangle \approx 0$, 所以 $|\alpha_+$ 和 $|\alpha_-$ 也是近似正交的,即 $\langle \alpha_- | \alpha_+ \rangle \approx 0$, $|\Psi\rangle_{B+C}$ 是最大纠缠态。这时 $|\Psi\rangle_A$ 和 $|\Psi\rangle_{B+C}$ 的直积可展开为

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{ABC} &= \frac{1}{2}[|\Psi\rangle^-(c_2|e_2\rangle_B + c_1|e_1\rangle_B) + |\Psi\rangle^+(c_2|e_2\rangle_B - c_1|e_1\rangle_B) \\ &\quad - |\phi\rangle^-(c_2|e_1\rangle_B + c_1|e_2\rangle_B) - |\phi\rangle^+(c_2|e_1\rangle_B - c_1|e_2\rangle_B)] \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $|\Psi\rangle^\pm$ 与 $|\phi\rangle^\pm$ 为原子 A 与腔场 C 所构成的系统的 Bell 基

$$|\Psi\rangle^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha_+ + |e_2\rangle_A \pm |\alpha_- - |e_1\rangle_A) \quad (13)$$

$$|\phi\rangle^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha_- - |e_2\rangle_A \pm |\alpha_+ + |e_1\rangle_A) \quad (14)$$

现在将原子 A 注入腔场 C,并适当调整腔场频率和选择原子的跃迁频率,使原子 A 和腔场 C 发生远离共振 Raman 相互作用。再选择原子 A 在腔场 C 中的速度,使原子在腔场中的相互作用时间满足(8)式,此时的四个 Bell 基将演化为

$$|\Psi\rangle^\pm \rightarrow \frac{1}{2}(|\alpha_+ + |e_2\rangle_A \mp |\alpha_- - |e_2\rangle_A) = \begin{cases} |-\alpha_+ |e_2\rangle_A \\ |\alpha_+ |e_2\rangle_A \end{cases} \quad (15)$$

$$|\phi\rangle^\pm \rightarrow \frac{1}{2}(-|\alpha_- - |e_1\rangle_A \pm |\alpha_+ + |e_1\rangle_A) = \begin{cases} |-\alpha_+ |e_1\rangle_A \\ |\alpha_+ |e_1\rangle_A \end{cases} \quad (16)$$

因为当幅度很大时, $\langle \alpha_- | \alpha_+ \rangle \approx 0$, 所以可以采用通常的关于正交态的测量方法对腔场进行探测。这样,通过对原子 A 和腔场的探测可实现对原子 A 与腔场 C 所构成的 Bell 基的探测。每一次测量结果可能是四个 Bell 基中的一个,概率相同(均是 $\frac{1}{4}$)。与此同时,原子 B 将由原来的纠缠态坍缩到相应的量子态上,即对原子 A 和腔场 C 的 Bell 基测量将导致原子 B 的量子态为式(12)所示的相应的量子态。见

表 2。

表 2 测量之后 原子 A 和腔场 C 以及原子 B 可能的量子态

Tab.2 Possible quantum state of both atom A and cavity-field C and atom B after measurement

原子 A 和腔场 C 可能的量子态	原子 B 可能的量子态	备 注
$ \Psi^-\rangle$	$c_2 e_{2B}\rangle + c_1 e_{1B}\rangle = U_1 \Psi_B\rangle$	$U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$ \Psi^+\rangle$	$c_2 e_{2B}\rangle - c_1 e_{1B}\rangle = U_2 \Psi_B\rangle$	$U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
$ \phi^-\rangle$	$-c_2 e_{1B}\rangle - c_1 e_{2B}\rangle = U_3 \Psi_B\rangle$	$U_3 = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
$ \phi^+\rangle$	$-c_2 e_{1B}\rangle + c_1 e_{2B}\rangle = U_4 \Psi_B\rangle$	$U_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

量子隐形传态的目的是将原子 B 制备到原子 A 的初始量子态上,即把对原子 A 与腔场 C 的联合测量所得结果由经典信道传送给原子 B 的观测者,然后原子 B 的观测者对原子 B 实施相应的么正变换,就可使原子 B 处于原子 A 的初态(亦即态 $|\Psi_B\rangle = c_2|e_{2B}\rangle + c_1|e_{1B}\rangle$)。例如,当测得原子 A 与腔场 C 的 Bell 基(量子态)为 $|\phi^-\rangle$ 时,信息(即 U_3)就被传送给原子 B,随即用与 U_3^{-1} 相应的操作把测量之后原子 B 的量子态 $U_3|\Psi_B\rangle$ 恢复成待传送的量子态 $|\Psi_B\rangle$,即 $U_3^{-1}U_3|\Psi_B\rangle = |\Psi_B\rangle$ 。这样,原子 A 的量子态 $|\Psi_A\rangle$ 就被传送给远处原子 B 的量子态 $|\Psi_B\rangle$,只不过现在由原子 B 来扮演原子 A 的角色罢了。而在量子态的隐形传送过程中,原子 A 的初始态 $|\Psi_A\rangle$ 已被破坏(原子 A 与腔场 C 发生纠缠),这样就实现了未知量子态的传送,而不违背量子不可克隆定理。

3 结束语

本文提出采用 V 型三能级原子与光场的非共振 Raman 相互作用来传送未知原子态。虽然实现量子态的隐形传送的方式多种多样,但由于这一方案只需借助于原子与腔场的非共振 Raman 相互作用便可将 Bell 基矢转化为非纠缠态,因此,本方案简单可行。为使本方案易于实现,必须选择 Q 因子高的光腔,此外还要求原子的跃迁频率与光场频率相差很大,以满足光场与原子发生非共振 Raman 相互作用有足够的时间和原子基态能级能从哈密顿量中绝热地消除条件。随着量子拍光谱学和 Ramsey 干涉实验等实验技术的发展,表明了本方案在不久的将来有可能实现。

参 考 文 献:

- [1] Bennett C H, Brassard G, Grepau C, et al. Teleporting an Unknown Quantum State Via Dual Classical and EPR Channels[J]. Phys Rev Lett, 1993, 70(13):1895.
- [2] Davidovich L, Zagury N, Brune M, et al. Teleportation of an Atomic State between Two Cavities Using Nonlocal Microwave Field[J]. Phys Rev(A), 1994, 50(2):859-898.
- [3] Cirac J I, Parkins A C. Schemes for Atomic-state Teleportation[J]. Phys Rev(A), 1994, 50(6):4441-4444.
- [4] Zheng S B, Guo G C. Teleportation of an Unknown Atomic State through the Raman Atom-field Interaction[J]. Phys Lett(A), 1997, 233(4):171-174.
- [5] 林秀,李洪才.传送未知原子态的一种新方法[J].光子学报,2001,30(2):129-131.
- [6] 林秀,李洪才.原子与光场拉曼相互作用传送未知原子态[J].光学学报,2001,21(12):151-153.
- [7] 戴宏毅,李承祖,陈平等.V型三能级原子与双模光场相互作用的演化及 Schrödinger 猫态的制备[J].量子光学学报,2002,8(1):36-41.

