

## 周期平稳通信信号时差估计\*

王建新<sup>1</sup> 杨 林<sup>1</sup> 周一宇<sup>2</sup>

(1. 总参第六十一研究所 北京 100039 2. 国防科技大学电子科学与工程学院 湖南 长沙 410073)

**摘 要** 研究了一种利用信号谱相关特性对周期平稳通信信号进行时差估计的方法。研究表明,谱相关时差估计方法较之经典的广义互相关(GCC)法具有更强的抗干扰能力,在多辐射源环境下,该方法可以无模糊地估计各个辐射源的时差。

**关键词** 周期平稳通信信号 时差估计 谱相关

**中图分类号** :TN957 **文献标识码** :A

## TDOA Estimation Method of Cycle Stationary Communication Signal

WANG Jian-xin<sup>1</sup>, YANG Lin<sup>1</sup>, ZHOU Yi-yu<sup>2</sup>

(1. Electronics Equipment System Engineering Company, Beijing 100039, China;

2. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** :This paper studies the TDOA estimation method using the characteristics of cycle stationary communication signal. The study indicates that the TDOA estimation method based on spectral correlation has better anti-jamming ability than the classical method of GCC, and this method can obtain the TDOA of each emitter unambiguously in the environment of multi-emitters.

**Key words** :cycle stationary communication signal ;TDOA estimation ;spectral correlation

对于通信信号、电子干扰信号等连续波信号,通常是通过信号相关方法估计两路信号的到达时差,也就是通过比较两路信号之间的相似性来估计时差。目前的信号处理方法大多是将所观测到的信号建模为平稳随机过程。实际上被侦察截获的许多通信信号都具有周期平稳性,即信号的均值、自相关函数等统计特性都是随时间周期变化,因此所观测的信号更适合建模为周期平稳过程,周期平稳过程可以用谱相关函数来表征<sup>[1~4]</sup>。基于许多通信信号所表现出的周期平稳特性,本文研究利用信号谱相关对此类信号进行时差估计的方法。

## 1 谱相关函数

如果随机过程  $x(t)$  的均值及自相关函数具有某些周期  $T$  的周期性,则称  $x(t)$  为周期平稳过程<sup>[1~4]</sup>。 $x(t)$  是周期遍历过程,因此可以得到

$$R_x^\alpha(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (1)$$

$R_x^\alpha(\tau)$  称做极限周期自相关函数,简称周期自相关函数。由(1)式可见,当  $\alpha = 0$  时,  $R_x^0(\tau)$  就是通常的自相关函数,  $R_x^\alpha(\tau)$  的傅立叶变换  $S_x^\alpha(f)$  称为周期谱密度函数(简称周期谱)为

$$S_x^\alpha(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x^\alpha(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2)$$

当  $\alpha = 0$  时,  $S_x^0(f)$  就是通常的功率谱密度函数。可见周期自相关函数  $R_x^\alpha(\tau)$  与周期谱密度函数

\* 收稿日期 2002 - 09 - 03

基金项目 国家部委基金资助项目(413150703)

作者简介 王建新(1952—)男,研究员。

$S_x^\alpha(f)$  是传统的自相关函数与功率谱密度函数的推广, 自相关函数与功率谱密度函数是周期自相关函数  $R_x^\alpha(\tau)$  与周期谱密度函数  $S_x^\alpha(f)$  的特例。

如果一个非平稳随机过程  $x(t)$  存在周期频率  $\alpha$ , 并且在周期频率  $\alpha$  上的周期自相关函数  $R_x^\alpha(\tau)$  在时间域  $\tau$  上不恒等于零, 周期谱密度函数  $S_x^\alpha(f)$  在频率域  $f$  上不恒等于零, 则称该随机过程呈现周期平稳性。平稳随机过程不具有周期平稳性, 其  $R_x^\alpha(\tau)$  与  $S_x^\alpha(f)$  对于所有的非零  $\alpha$  分别在时间域及频率域上恒等于零。

由 (1) 式看出,  $R_x^\alpha(\tau)$  可以看成是  $x(t)$  的两个复频移函数  $u(t)$  和  $v(t)$  的互相关, 即:

$$R_x^\alpha(\tau) = R_{uv}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) v^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) dt \quad (3)$$

其中,

$$u(t) = x(t) e^{-j\pi\alpha t} \quad (4)$$

$$v(t) = x(t) e^{j\pi\alpha t} \quad (5)$$

因此,  $R_x^\alpha(\tau)$  是  $u(t)$  和  $v(t)$  的互谱密度  $S_{uv}(f)$  的逆傅立叶变换, 并且可以得到

$$S_x^\alpha(f) = S_{uv}(f) \quad (6)$$

由互谱分析可以得到

$$\begin{aligned} S_x^\alpha(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} S_{uv_T}(f) \Delta t \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{\frac{\Delta t}{2}} S_{x_T}^\alpha(t, f) dt \end{aligned} \quad (7)$$

其中,

$$S_{x_T}^\alpha(t, f) = \frac{1}{T} X_T\left(t, f + \frac{\alpha}{2}\right) X_T^*\left(t, f - \frac{\alpha}{2}\right) \quad (8)$$

$$X_T(t, f) = \int_{-T/2}^{+T/2} x(u) e^{-j2\pi\alpha t u} du \quad (9)$$

$X_T(t, f)$  是  $x(t)$  的短时复频谱。

周期谱密度函数  $S_x^\alpha(f)$  表征了  $x(t)$  在频率  $f + \frac{\alpha}{2}$  与  $f - \frac{\alpha}{2}$  处谱分量之间的相关程度, 因此  $S_x^\alpha(f)$  又称为谱相关函数。可见, 如果一个随机过程  $x(t)$  的周期自相关函数  $R_x^\alpha(\tau)$  对某些周期频率  $\alpha$  及时域延迟参数  $\tau$  不恒等于零, 则此过程在时间域具有周期频率为  $\alpha$  的周期平稳性, 而在频率域呈现出在频率  $f + \frac{\alpha}{2}$  与  $f - \frac{\alpha}{2}$  上的谱相关。文献 [2] 给出一种计算谱相关函数的离散频率平滑方法。

## 2 周期平稳连续波信号时差估计方法

考虑探测环境有两个辐射源, 分别发射信号  $s_0(t)$  及  $s_1(t)$ , 则两个探测平台接收到的信号分别为:

$$x(t) = s_0(t) + s_1(t) + n(t) \quad (10)$$

$$y(t) = A_0 s_0(t - D_0) + A_1 s_1(t - D_1) + m(t) \quad (11)$$

其中,  $D_0$ 、 $D_1$  分别表示两个辐射源到达两个平台距离不同所引起的时差;  $A_0$ 、 $A_1$  分别表示由于传输所引起的失配因子;  $n(t)$ 、 $m(t)$  分别表示两个接收机的附加噪声,  $n(t)$ 、 $m(t)$  与  $s_0(t)$  及  $s_1(t)$  互不相关。

定义 · 运算为其中的函数对时间求均值, 首先计算  $R_x^\alpha(\tau)$ , 得到:

$$\begin{aligned} R_x^\alpha(\tau) &= x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\alpha\tau} \\ &= \left[ S_0\left(t + \frac{\tau}{2}\right) + S_1\left(t + \frac{\tau}{2}\right) + n\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \right] \cdot \left[ S_0\left(t - \frac{\tau}{2}\right) + S_1\left(t - \frac{\tau}{2}\right) + n\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{-j2\pi\alpha\tau} \\ &= R_{S_0}^\alpha(\tau) + R_{S_1}^\alpha(\tau) + R_{S_0 S_1}^\alpha(\tau) + R_{S_1 S_0}^\alpha(\tau) + R_{S_0 n}^\alpha(\tau) + R_{S_1 n}^\alpha(\tau) + R_{n S_0}^\alpha(\tau) + R_{n S_1}^\alpha(\tau) + R_n^\alpha(\tau) \end{aligned} \quad (12)$$

并计算  $R_{y_x}^\alpha(\tau)$  得到

$$\begin{aligned}
 R_{yx}^{\alpha}(\tau) &= y\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\alpha t} \\
 &= \left[ A_0 S_0\left(t - D_0 + \frac{\tau}{2}\right) + A_1 S_1\left(t - D_1 + \frac{\tau}{2}\right) + m\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \right] \cdot \left[ S_0\left(t - \frac{\tau}{2}\right) + S_1\left(t - \frac{\tau}{2}\right) + n\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{-j2\pi\alpha t} \quad (13) \\
 &= A_0 R_{S_0}^{\alpha}(\tau - D_0) e^{-j\pi\alpha D_0} + A_1 R_{S_1}^{\alpha}(\tau - D_1) e^{-j\pi\alpha D_1} + R_{mn}^{\alpha}(\tau) \\
 &\quad + A_0 R_{S_0 S_1}^{\alpha}(\tau - D_0) e^{-j\pi\alpha D_0} + A_1 R_{S_1 S_0}^{\alpha}(\tau - D_1) e^{-j\pi\alpha D_1} + A_0 R_{S_0 n}^{\alpha}(\tau - D_0) e^{-j\pi\alpha D_0} \\
 &\quad + A_1 R_{S_1 n}^{\alpha}(\tau - D_1) e^{-j\pi\alpha D_1} + R_{ms_0}^{\alpha}(\tau) + R_{mS_1}^{\alpha}(\tau)
 \end{aligned}$$

如果  $S_0(t)$  在周期频率  $\alpha_0$  呈现谱相关特性,  $S_1(t)$  在周期频率  $\alpha_0$  不呈现谱相关特性, 又由于  $n(t)$ ,  $m(t)$  与  $S_0(t)$  及  $S_1(t)$  之间不存在谱相关特性, 则 (12) 式即为

$$R_x^{\alpha_0}(\tau) = R_{S_0}^{\alpha_0}(\tau) \quad (14)$$

$$(13) \text{ 式即为 } R_{yx}^{\alpha_0}(\tau) = A_0 R_{S_0}^{\alpha_0}(\tau - D_0) e^{-j\pi\alpha_0 D_0} \quad (15)$$

对 (13) (14) 两式作傅立叶变换, 于是得到  $x(t)$  的周期谱及  $x(t)$  与  $y(t)$  之间的互周期谱:

$$S_x^{\alpha_0}(f) = S_{S_0}^{\alpha_0}(f) \quad (16)$$

$$S_{yx}^{\alpha_0}(f) = A_0 S_{S_0}^{\alpha_0}(f) e^{-j2\pi(f + \alpha_0/2)D_0} \quad (17)$$

作以下计算

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{yx}^{\alpha_0}(f)}{S_x^{\alpha_0}(f)} e^{j2\pi f\tau} df = A_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi f(\tau - D_0)} \cdot e^{-j\pi\alpha_0 D_0} df \quad (18)$$

因此为了估计两路信号间的时差, 可以通过计算

$$g_{\alpha_0}(\tau) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{yx}^{\alpha_0}(f)}{S_x^{\alpha_0}(f)} e^{-j2\pi f\tau} df \right| \quad (19)$$

当  $\tau = D_0$  时,  $g_{\alpha_0}(\tau)$  出现最大值, 也即:

$$\hat{D}_0 = \text{Arg max}\{g_{\alpha_0}(\tau)\} \quad (20)$$

如果  $S_1(t)$  在周期频率  $\alpha_1$  呈现谱相关特性,  $S_0(t)$  在周期频率  $\alpha_1$  不呈现谱相关特性, 则利用上述方法同理可以得到信号  $S_1(t)$  到达两个探测平台间的时间差。

可见, 利用信号周期谱相关的信号选择特性, 可以无模糊地得到信号到达两个探测平台的时间差。并且在多平台时差定位系统中, 利用这种方法还可以有效地解决传统方法存在的时差配对问题。

当  $\alpha = 0$  时, 上述方法即为经典的广义互相关方法 (GCC),

$$g(\tau) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{yx}(f)}{S_x(f)} e^{-j2\pi f\tau} df \right| \quad (21)$$

$$\hat{D} = \text{Arg max}\{g(\tau)\} \quad (22)$$

可见 GCC 方法是利用谱相关理论进行时差估计的特例。

通过计算  $\text{Arg max} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{yx}^{\alpha_0}(f)}{S_x^{\alpha_0}(f)} e^{j2\pi f\tau} df \right|$ , 同理可以估计信号时差。

### 3 仿真实验

为了检验利用谱相关特性进行时差估计的有效性, 并与 GCC 法进行比较, 下面给出几组仿真结果 (图 1 ~ 图 6 中横坐标是时差, 单位为采样间隔, 纵坐标是谱相关因子)。

#### 3.1 仿真 1

设待估计的辐射源信号为 BPSK 信号, 采样频率  $f_s$ , 信号载频  $f_c = f_s/7$ , 键控速率  $f_k = f_c/4$ , 时差为  $\text{delay} = 16 T_s$ , 其中  $T_s = 1/f_s$ ,  $\text{SNR} = -3\text{dB}$ 。取  $\alpha = f_k$ , 谱相关时差估计见图 1, 利用 GCC 法得到的信号时差估计见图 2。GCC 法进行时差估计时, 噪声的影响使得 GCC 函数在真实时差值附近出现振荡, 而谱相关时差估计在真实时差值  $16 T_s$  处出现明显的峰值。

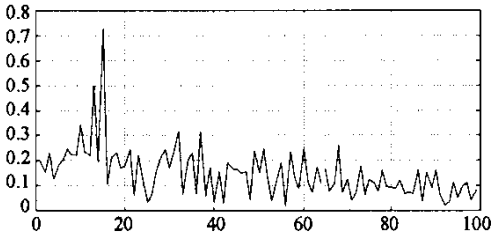


图1 基于谱相关的时差估计

Fig.1 TDOA estimate based on spectral correlation

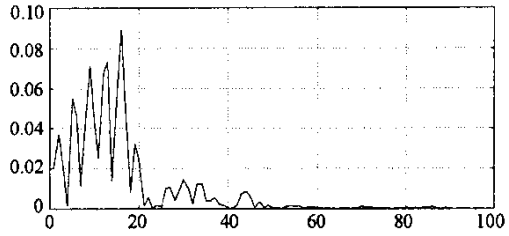


图2 GCC法时差估计

Fig.2 TDOA estimate based on GCC

### 3.2 仿真 2

设存在三个辐射源,且各辐射源信号都为 BPSK 信号,其中  $f_{c1} = f_s/7$ ,  $f_{c2} = f_s/4$ ,  $f_{c3} = f_s/9$ ,  $f_{k1} = f_s/28$ ,  $f_{k2} = f_s/16$ ,  $f_{k3} = f_s/36$ ,时差分别为  $delay_1 = 12 T_s$ ,  $delay_2 = 16 T_s$ ,  $delay_3 = 23 T_s$ ,设三个信号的功率相等,每一个辐射源信号与噪声的信噪比  $SNR = 0\text{dB}$ 。图 3 给出了  $\alpha = fk_1$  时谱相关时差估计,在  $delay_1 = 12 T_s$  处出现峰值;图 4 给出了  $\alpha = fk_2$  时谱相关时差估计,在  $delay_2 = 16 T_s$  处出现峰值;图 5 给出了  $\alpha = fk_3$  时谱相关时差估计,在  $delay_3 = 23 T_s$  处出现峰值;图 6 给出了利用 GCC 法的时差估计,只在  $delay_1 = 12 T_s$  处出现较强的峰值,而另外两个辐射源的时差无法估计。可见利用谱相关的信号选择性,可以在多辐射源情况下无模糊地估计各信号的时差,而 GCC 法在多辐射源情况下,无法准确估计信号时差。

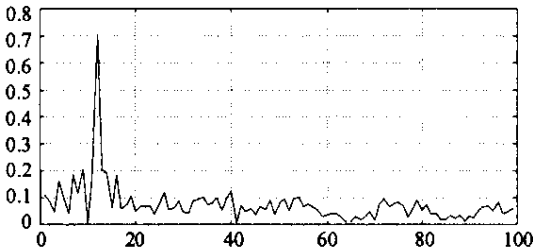


图3 基于谱相关的时差估计  $\alpha = fk_1$

Fig.3 TDOA estimate based on spectral correlation  $\alpha = fk_1$

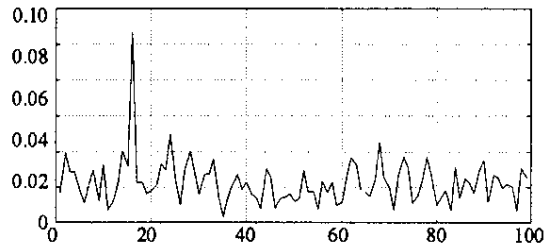


图4 基于谱相关的时差估计  $\alpha = fk_2$

Fig.4 TDOA estimate based on spectral correlation  $\alpha = fk_2$

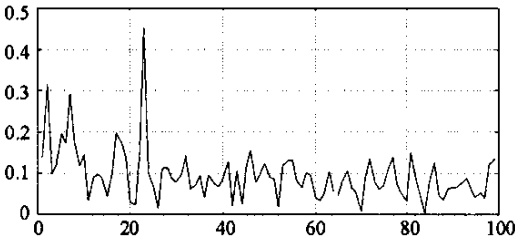


图5 基于谱相关的时差估计  $\alpha = fk_3$

Fig.5 TDOA estimate based on spectral correlation  $\alpha = fk_3$

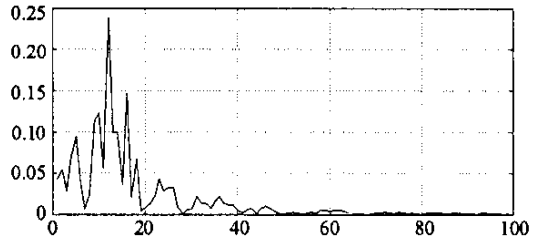


图6 多辐射源环境下 GCC 法时差估计

Fig.6 TDOA estimate based on GCC

### 参考文献:

[1] Gardner William A. Spectral Correlation of Modulated Signals :Part I—Analog Modulation[J]. IEEE Transactions on Communications , 1987(6) :584 - 601.

[2] Gardner William A. Measurement of Spectral Correlation[J]. IEEE Transactions on ASSP ,1986(5) :1111 - 1123.

[3] 朱德君. 谱相关理论在电子侦查中的应用[J]. 电子对抗 ,1995(2) :43 - 58.

[4] 杨林. 无源时差定位及其信号处理研究[D]. 国防科技大学博士论文,1998.

