

文章编号:1001-2486(2002)06-0058-06

# 基于小波域隐 Markov 模型的 SAR 图像滤波方法\*

酆苏丹,张翠,王正志

(国防科技大学机电工程与自动化学院,湖南长沙 410073)

**摘要** 在小波域隐 Markov 模型(HMM)的基础上提出一种新的合成孔径雷达(SAR)图像的滤波方法。首先根据小波变换的内在特征,建立小波域的隐 Markov 树(HMT)模型,通过 EM 算法可以获得该 HMT 模型的参数估计。然后根据 SAR 图像的统计性质,将 SAR 图像的乘法斑点杂噪声在局部范围内近似为加性白高斯噪声,通过最小均方差(MMSE)估计可以获得信号的小波变换值。通过对真实 SAR 图像的应用,结果说明该方法可以在保存图像细节特征的情况下有效地抑制图像的噪声。

**关键词** SAR 滤波;隐 Markov 模型;小波变换

中图分类号:TP722.6 文献标识码:A

## SAR Images Filtering Using Wavelet-based Hidden Markov Model

LI Su-dan, ZHANG Cui, WANG Zheng-zhi

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** A new synthetic aperture radar(SAR) image filter method is proposed based on hidden Markov model(HMM). First the hidden Markov tree(HMT) model in wavelet-domain is established. The parameters can be estimated by EM algorithm. Then SAR image's statistical property is studied, the multiple speckle noise of SAR image can be approximate as white Gauss addition noise under the local area. The wavelet coefficient of signal can be estimated by minimum mean-square estimate(MMSE). Applying this method to simulated image and real SAR image, the result shows that this method can effectively reduce speckle noise, while keeping image details.

**Key words** SAR; filter; HMM; wavelet transform

合成孔径雷达(SAR)可以全天候和全天时成像,且具有高分辨率和穿透性的优势,在军事和民用方面发挥越来越大的作用。由于它受到自身固有的相干斑点噪声<sup>[1]</sup>的影响,因此人们研究各种方法来抑制噪声。多视处理可以降低噪声的影响,但是以牺牲空间分辨率为代价。SAR 成像后斑点噪声去除方法中,Frost<sup>[2]</sup>、Lee<sup>[3]</sup>、Kuan<sup>[4]</sup>、MAP<sup>[5]</sup>滤波器是比较出色和实用的,它们都是在基于 SAR 图像的乘法噪声模型基础上获得的。这些滤波器通过固定的窗口来对图像进行处理,但是固定窗口难以兼顾平滑噪声和保持目标细节。小波变换具有时频局域化特性,特别适合表征信号特征,它可以从不同的分辨率空间来描述图像的局部特征<sup>[6]</sup>。文献<sup>[7]</sup>提出了一种基于小波域隐马尔可夫模型(HMM)的统计信号处理方法,这种模型精确地描述了信号的统计相关性和非高斯性,并且能够工程实现。本文在 HMM 的基础上,提出一种新的斑点噪声滤波方法。

### 1 小波域隐 Markov 树模型

小波变换具有局部性、多分辨率、边界检测、压缩性、解耦性等特点。根据这些性质,一般用联合高斯分布<sup>[8]</sup>或独立非高斯模型<sup>[9]</sup>来对小波系数进行建模。然而高斯分布并不准确,典型的小波系数直方图在零点有尖峰,并有比高斯函数更长的脱尾,而且小波变换不可能完全将信号解耦,小波系数之间仍然存在一定的相关性。因此对小波系数进行建模时还需考虑如下性质:

(1) 延续性 较大/小的小波系数可以在相邻的尺度间传递;

\* 收稿日期:2002-09-22

作者简介:酆苏丹(1973—)男,讲师,博士。

(2) 非高斯性 :小波系数的概率密度分布函数有尖峰 ,并有较长的脱尾。

Crouse 等人在隐 Markov 模型(HMM)的基础上提出小波域隐 Markov 树模型(HMT)<sup>[7]</sup>,它体现了现实图像的小波域所具有的非高斯性、延续性特点。为了和小波系数的非高斯性相匹配 ,HMT 把每一个小波系数的边缘概率密度函数建模成具有隐状态的混合高斯分布。为了体现小波系数的延续性 ,HMT 使用概率树来描述隐状态之间的 Markov 依赖性。

### 1.1 非高斯性描述

一个两状态混合高斯模型的定义为 :每一个小波系数  $w_i$  都和不可观测的隐状态  $S_i \in \{S, L\}$  相关联。 $S_i$  的值指出  $w_i$  是由混合模型中的哪个分量产生。状态  $S$  相应于零均值、小方差的高斯分布 : $f_{w_i|S_i}(w_i|S_i=S) = g(w_i|\mu_S, \sigma_S^2)$  ,状态  $L$  相应于零均值、大方差的高斯分布 ,记为  $f_{w_i|S_i}(w_i|S_i=L) = g(w_i|\mu_L, \sigma_L^2)$  ,其中  $\sigma_L^2 > \sigma_S^2$  。因此边缘概率密度函数  $f_{w_i}(w_i)$  通过上述两个条件概率密度函数的组合来表示

$$f_{w_i}(w_i) = p_i^S f_{w_i|S_i}(w_i|S_i=S) + p_i^L f_{w_i|S_i}(w_i|S_i=L) = p_i^S g(w_i|\mu_S, \sigma_S^2) + p_i^L g(w_i|\mu_L, \sigma_L^2) \quad (1)$$

其中  $p_i^S = 1 - p_i^L$  。令  $p_{S_i} = [p_i^S, p_i^L]^T$  为  $S_i$  的概率函数。 $p_i^S$  和  $p_i^L$  表示  $w_i$  是小或大的概率。每个小波系数  $w_i$  的混合高斯模型由  $\{p_i^L, \mu_S, \mu_L, \sigma_S^2, \sigma_L^2\}$  5 个参数决定。

### 1.2 隐 Markov 树模型

二维离散小波变换(DWT)如图 1(a)所示。在第  $j$  层中 ,每个小波系数  $w_{j,k}^b$  与第  $j+1$  层的 4 个小波系数相关 ,这些系数称为  $w_{j,k}^b$  的子系数 , $b \in \{LH, HL, HH\}$  。因此每个高频通道可以获得如图 1(b)所示的四叉树结构 ,其中  $w_i$  为树中的节点 , $\rho(i)$  和  $\alpha(i)$  分别为节点  $i$  的父节点和子节点。

小波系数的延续性表明 ,小波系数的幅值与它的父节点幅值紧密相关。Crouse 用马尔可夫链来描述这种相关性 ,由于小波系数具有树状结构 ,因此建立隐 Markov 树模型(HMT) :在给定小波系数的状态  $S_i$  的情况下 ,这个小波系数的父节点和子节点相互独立 ,而小波系数的状态  $S_i$  仅受它的父节点影响。HMT 中 ,在给定小波系数  $w_i$  的状态  $S_i$  条件下 , $w_i$  与其它所有随机变量无关。因此在给定  $S_{\rho(i)}$  的条件下 ,节点对  $\{S_i, w_i\}$  除了  $S_i$  的父节点外 ,与整个树无关。

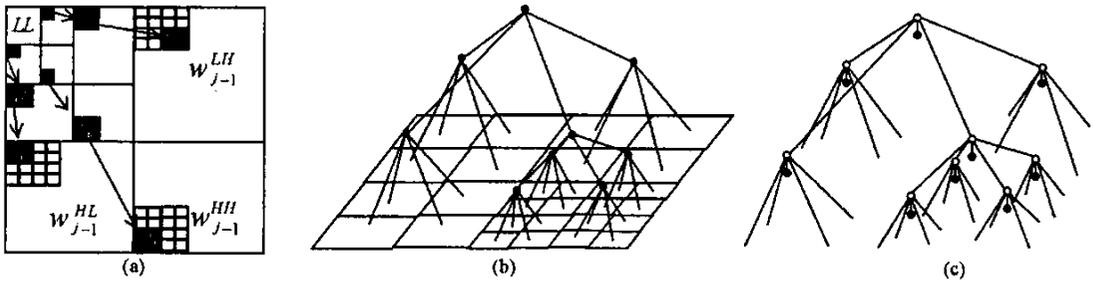


图 1 (a)二维小波分解 ; (b)一个通道中小波系数(黑色节点)的四叉树结构 ; (c)二维 HMT 模型 ,每一个黑色节点代表一个小波系数 ,白色节点代表与小波系数相联系的隐状态 ,连接表示状态之间的依赖关系

Fig.1 (a) 2D wavelet decomposition ; (b) quad-tree structure in one subband (black dot) ; (c) 2D HMT model , every black dot presents a wavelet coefficient , white dot presents the hidden state attached with wavelet coefficient , connection presents the dependence between state

HMT 通过将小波系数的状态变量同它的子节点的状态变量相连的概率树来描述这种依赖性 ,得到与小波系数一样的具有四叉树结构的相关图 ,如图 1(c)所示。每一个通道都用它自己的四叉树来描述 ,各通道之间相互独立。每个父状态到子状态的连接关系通过状态转移矩阵来描述

$$A_i = \begin{bmatrix} \epsilon_i^S \rho^S(i) & \epsilon_i^L \rho^S(i) \\ \epsilon_i^S \rho^L(i) & \epsilon_i^L \rho^L(i) \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $\epsilon_i^L \rho^S(i) = 1 - \epsilon_i^S \rho^S(i)$  ,  $\epsilon_i^S \rho^L(i) = 1 - \epsilon_i^L \rho^L(i)$  ,  $\epsilon_i^S \rho^S(i)$  的意义是“小波系数  $w_i$  的父系数较小的情况下  $w_i$  较

小的概率”。我们称  $\epsilon_{i,k}^S, \epsilon_{i,k}^L$  和  $\epsilon_{i,k}^L, \epsilon_{i,k}^S$  为保持概率,而  $\epsilon_{i,k}^L, \epsilon_{i,k}^S$  和  $\epsilon_{i,k}^S, \epsilon_{i,k}^L$  为更新概率,因为它们给出了状态变量从一种转移到另一种的概率。

尽管没有通过四叉树连接的小波系数之间也会存在相关性,在这里将它们省略以简化模型。与小波系数不同,尺度系数是大量信号样本的加权平均,含噪声的尺度系数包含比噪声能量大得多的信号能量,因此可以认为它是信号尺度系数的可靠估计,不用加以处理。

### 1.3 小波域 HMT 模型的参数估计

在 HMT 中,每个小波系数  $w_i$  有 6 个参数描述:混合高斯分布的均值和方差  $\mu_{i,m}, \sigma_{i,m}^2$ , 隐状态的传递概率  $\epsilon_{i,k}^m, n(i), m, n = S, L$ 。这些参数加上根节点的状态概率函数  $P_{S_1}^S$ , 构成 HMT 模型的参数集,用矢量  $\theta$  表示。HMT 模型包含大量参数,因此必须保证有足够的训练数据。由于在某个尺度下,不同位置的小波系数有相似的统计特性,因此假设同一分辨率的小波系数具有相同的参数,这种方法称为“绑定”(tying)。通过“绑定”可以大大减少模型的参数数目,保证估计的稳定性。

二维小波域 HMT 模型  $M$  由三个通道的 Markov 四叉树结构的概率图组成,将相应于  $HH, HL, LH$  通道的模型参数记为  $\theta^{HH}, \theta^{LH}, \theta^{HL}$ 。一旦这三组参数得到确定,则 HMT 模型  $M$  也就确定下来。训练数据  $w$  是不完全数据,完全数据  $(w, s)$  包含训练数据和它的隐状态。期望最大算法(EM)<sup>[7,10,11]</sup> 可以用来完成这种情况下模型参数  $\theta$  的估计。

## 2 基于小波域 HMT 模型的 SAR 图像滤波

### 2.1 基于 HMT 的小波域信号估计

考虑对一段长度为  $N$ , 加有均值为零,功率为  $\sigma_n^2$  的白高斯噪声的信号进行估计。均值为零,功率为  $\sigma_n^2$  的白高斯噪声的正交小波变换是均值为零,方差为  $\sigma_n^2$  的高斯噪声。在理论情况下白噪声的小波系数均值和方差与尺度无关。因此噪声信号的小波系数表示为

$$w_i^k = y_i^k + n_i^k \tag{3}$$

其中  $w_i^k, y_i^k$  和  $n_i^k$  分别表示观测数据,信号和噪声的小波系数; $k$  为该系数所在的小波树号。 $y_i^k$  服从混合高斯分布, $n_i^k$  服从高斯分布。由于独立高斯随机变量之和仍然是高斯分布,其方差为各变量方差之和;其次,给定隐状态变量的值,信号的小波系数满足  $y_i^k$  高斯分布。因此,加上独立零均值高斯噪声  $n_i^k$  将给每个混合模型的方差  $\sigma_{i,m}^2$  增加  $\sigma_n^2$ ,但是其它的参数不变。因此可以用 HMT 模型匹配含有噪声信号的小波系数,然后将所加的噪声方差减去即可获得信号的方差。如果将含有噪声的小波系数的混合方差记为  $\gamma_{i,m}^2$ , 则

$$\sigma_{i,m}^2 = (\gamma_{i,m}^2 - \sigma_n^2)_+ \tag{4}$$

其中对于  $x \geq 0 (x)_+ = x; x < 0 (x)_+ = 0$ 。对图像进行小波分解后,噪声虽然分布在各个尺度下,但最小尺度子图噪声能量最集中,因此用该尺度下子图的方差作为噪声方差的估计。Donoho 和 Jonstone<sup>[13]</sup> 提出一种基于中值估计的噪声方差的估计方法:

$$\hat{\sigma}_n = \frac{\text{median}(|w_{j,i}| : i = 0, 1, \dots, 2^j - 1)}{0.6745} \tag{5}$$

其中  $j$  表示小波系数的尺度, $i$  代表该尺度中的小波系数号。在给定  $w_i^k$  和状态  $S_i^k$  的条件下,  $y_i^k$  的最小均方差(MMSE)估计为<sup>[4]</sup>

$$\hat{y}_{i,m}^k = \mathbb{E}[y_i^k | S_i^k = m] + \frac{\sigma_{i,m}^2}{\sigma_{i,m}^2 + \sigma_n^2} (w_i^k - \mathbb{E}[w_i^k | S_i^k = m]) \tag{6}$$

由于  $\mathbb{E}[y_i^k | S_i^k = m] = \mathbb{E}[w_i^k | S_i^k = m]$ , 且通过 EM 算法可以获得隐状态概率  $p(S_i^k | w^k, \theta)$ , 利用这些状态概率,可以获得  $y_i^k$  的条件均值估计

$$\hat{y}_i^k = \sum_m p(S_i^k = m | w^k, \theta) \left\{ \mathbb{E}[w_i^k | S_i^k = m] + \frac{\sigma_{i,m}^2}{\sigma_n^2 + \sigma_{i,m}^2} (w_i^k - \mathbb{E}[w_i^k | S_i^k = m]) \right\} \tag{7}$$

最后利用估计出的小波系数进行信号重构,即可获得信号的估计。

## 2.2 SAR 图像模型

$L$  - 视雷达强度图的概率密度函数( PDF )为 :

$$p(I) = \left(\frac{L}{\mu}\right)^L \frac{I^{L-1}}{\Gamma(L)} \exp\left(-\frac{LI}{\mu}\right) \quad (8)$$

其中  $\Gamma(L) = (L-1)!$ 。通过上述的 PDF 可以推得强度图像的乘法模型 :

$$I = \mu \frac{z}{2L} \quad (9)$$

其中  $z$  服从自由度为  $2L$  的  $\chi^2$  分布。因此可以建立 SAR 图像的乘法噪声模型 :

$$I(t) = R(t)u(t) \quad (10)$$

其中  $I(x, y)$  表示图像的空间坐标, 表示实际地面的一个分辨率单元,  $I(t)$  是在  $t = (x, y)$  的图像观测强度,  $R(t)$  表示  $t$  分辨率单元的期望反射强度, 理解为信号,  $u(t)$  表示乘法噪声, 与  $R(t)$  独立, 其均值为  $\bar{u}$ , 方差为  $\sigma_u^2$ , 诸如 Frost、Lee、Kuan 等经典 SAR 滤波器都是基于这个乘法模型建立的。

## 2.3 SAR 图像滤波

由 2.2 节可知 SAR 图像的噪声并不满足白高斯噪声的条件。Arsenault<sup>[14]</sup>证明取对数后, SAR 图像的斑点噪声近似为独立高斯加性噪声。可以用这种方法, 首先对 SAR 图像取对数, 然后利用 2.1 节中含有白高斯噪声信号的 HMT 估计方法来估计信号的对数值, 再进行指数变换, 获得原始信号。整个过程如图 2 所示。实验表明这种方法并不能取得令人满意的结果。

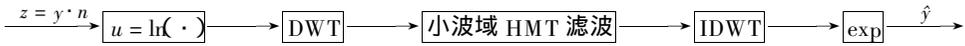


图 2 乘法噪声图像对数变换 HMT 滤波流程图

Fig.2 Flow chart of HMT filter under logarithm transform of image with multiplicative noise

Kuan 通过将乘法噪声转化为信号相关的加法噪声的方法, 来获得信号的最小方差估计, 我们使用相似的方法 (10) 式可以改写为 :

$$I(t) = \mu(t) + v(t) \quad (11)$$

其中  $v(t) = \mu(t) \left(\frac{z}{2L} - 1\right)$ ,  $z$  可以简化为高斯分布来描述, 则  $v(t)$  满足均值  $\mu_v(t) = 0$ , 方差  $\sigma_v^2(t) = \mu^2(t)/L$  的高斯分布。这不同于普通的高斯噪声, 它的方差随着信号的改变而改变, 是信号相关的。因此不能像处理白高斯噪声那样, 用统一的方差来描述整幅图像。但是在局部区域,  $\mu(t)$  可以近似看成常数, 因此  $t$  在变化不是很大的情况下, 仍然将  $v(t)$  看成白高斯噪声。简单的情况是将图像分成  $M \times M$  个小块, 认为每块区域的方差相同, 从该块图像的最小尺度的小波系数中估计噪声的方差。设图像分解的最高尺度为  $J$ , 因此图像最多分为  $N^2 4^{-J}$  块。

## 3 实验结果分析

首先对加有白高斯噪声的 Fishing 和 Lena 图像进行滤波分析, 检验基于小波域 HMM 的滤波方法的有效性, 然后将它运用到 SAR 图像的滤波中。

Fishing 和 Lena 原图的灰度范围为  $[0, 1]$ , 大小为  $512 \times 512$ , 为它们分别加上均值为 0、方差  $\sigma_n^2 = 0.01$  的白高斯噪声, 得到含噪图像, 分别应用中值滤波、维纳滤波、统一软阈值滤波和小波域的 HMM 滤波, 比较它们的滤波结果。定义信噪比为

$$PSN = -10 \lg \frac{\|y - \hat{y}\|^2}{N} \quad (12)$$

其中  $y$  为信号,  $\hat{y}$  为含噪信号或信号的估计,  $N$  为信号的长度。

滤波结果如表 1 所示。从滤波后图像的信噪比可以看出, 基于小波域 HMM 滤波具有较高的信噪比。其中三状态 HMM 滤波比两状态 HMM 滤波获得更好的效果, 这证明了增加状态数可以提高模型的精度。同时也可以看出, 三状态与两状态的滤波效果相差比较小。由于 HMM 模型的训练过程计算量较大, 状态的增加会使得计算更加复杂。兼顾性能的提升程度和复杂性的增加程度, 认为两状态模型

能够足够精确地描述小波系数的概率分布。

表 1 不同方法的滤波结果比较

Tab.1 Comparison of filter result with different methods

	含噪图像	中值滤波	维纳滤波	统一软阈值滤波	两状态 HMM 滤波	三状态 HMM 滤波
PSN( Fishing )	20.01	24.11	26.60	24.64	27.17	27.33
PSN( Lena )	20.00	26.41	28.70	25.30	29.45	29.73

图 3(a)为一幅航空 SAR 的  $256 \times 256$  灰度图像,原图受到很强的斑点噪声的影响。图 3(b)是统一软阈值滤波结果,图 3(c)为图像取对数后,利用小波域 HMM 模型的滤波结果,图 3(d)利用分块 HMM 模型的滤波结果,将图像分为  $4 \times 4$  块,状态数为 2。等效视数(ENL)是衡量 SAR 图像质量的一种指标,等效视数越高说明图像越光滑,等效视数的计算可以利用文献[1]中的估计方法。计算得到图 3(a)的  $ENL = 7$ ,统一软阈值滤波后  $ENL = 20$ ,基于分块小波域 HMM 滤波后  $ENL = 46$ 。通过比较发现,小波域 HMM 滤波可以大幅度地提高图像的 ENL。但是 ENL 并不是唯一的指标,因为均值、Lee、Frost 滤波都可以大幅度地提高图像的 ENL,在平滑噪声的同时保留了图像的细节才是我们的目的。小波域 HMM 滤波较好地做到了这一点。观察滤波后图像发现,小波域 HMM 滤波对均匀区域进行较好的平滑,并且图像的细节特征也得到保留。图 3(e)是滤波前和滤波后图像的同一行像素的对比,可见滤波并没有改变信号的走势,但是消除了噪声的起伏。比较图 3(c)和(d)可以发现,图像取对数后,基于小波域 HMM 模型的滤波方法对于均匀区域的平滑作用要更强一些,但是在均匀区域中产生一些明显的附加物,而在原始图像的分块滤波结果中,附加物没有这样明显,因此分块小波域 HMM 滤波效果更好。

## 4 结论

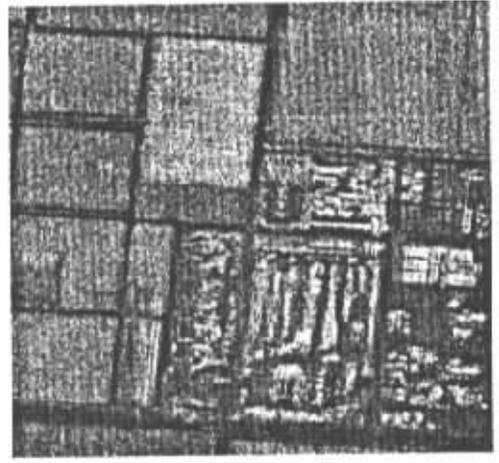
本文提出一种新的 SAR 图像滤波方法,该方法利用 HMT 模型对图像小波系数的相关性进行建模,通过 EM 算法对图像小波域的 HMT 模型参数进行估计。在 SAR 图像局部均匀假设条件下,将 SAR 图像的乘法噪声近似为高斯加性噪声。利用最小方差估计可以获得信号的小波变换值。对一幅真实 SAR 图像应用不同的滤波方法,比较结果可以看出,基于小波域 HMM 模型的滤波方法可以在保持图像细节的条件下对噪声进行有效的抑制。

## 参考文献:

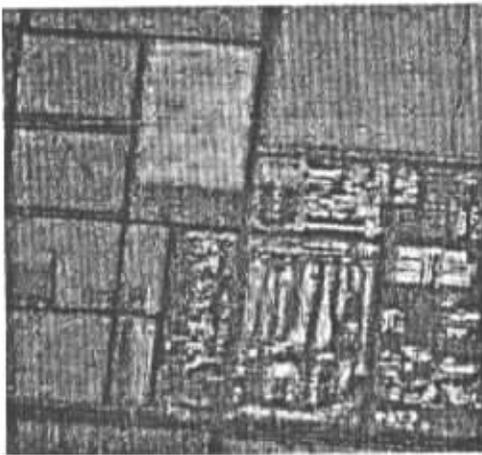
- [1] Ulaby F T, Kouyate F. Texture Information in SAR Images[J]. IEEE Trans. Geosc. and Remote Sensing, 1986, 24(2):235-245.
- [2] Frost V S, Stiles Josephine Abbott. A Model for Radar Images and Its Application to Adaptive Digital Filtering of Multiplicative Noise[J]. IEEE Trans. PAMI, 1982, 4(2):157-166.
- [3] Lee J S. Speckle Analysis and Smoothing of Synthetic Aperture Radar Images[J]. Computer Graphic and Image Processing, 1981, 17:24-32.
- [4] Kuan D T, Sawchuk A A. Adaptive Noise Smoothing Filter for Signal-dependent Noise[J]. IEEE Trans. PAMI, 1985, 7(2):165-177.
- [5] Lopes A, Nerzy E. Maximum a Posteriori Speckle Filtering and First Order Models in SAR Images[C]. IGARSS '90:2409-2412.
- [6] Mallat S. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition the Wavelet Representation[J]. IEEE Trans. PAMI, 1989, 11:674-693.
- [7] Crouse M S, Nowak R D. Wavelet-based Statistical Signal Processing Using Hidden Markov Models[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1998, 46(4):886-902.
- [8] Basseville M, Benveniste A. Modeling and Estimation of Multiresolution Stochastic Process[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1992, 38(2):766-784.
- [9] Simoncelli E P, Adelson E H. Noise Removal via Bayesian Wavelet Coring[C]. IEEE Int. Conf. on Image Processing, 1996, 1:379-383.
- [10] Rabiner L. A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition[J]. Proc. IEEE, 1989, 77(2):257-285.
- [11] Dempster A P. Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm[J]. J. Royal. Stat. Soc, 1977, 39(1):1-37.
- [12] Donoho D L. De-noising by Soft-thresholding[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1995, 41(3):613-627.
- [13] Donoho D L. Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage[J]. J. Amer. Stat. Assoc, 1995, 90:1200-1224.
- [14] Arsenault H H. Properties of Speckle Integrated with a Finite Aperture and Logarithmically Transformed[J]. J. Opt. Soc. Am, 1976, 66(11):1160-1163.



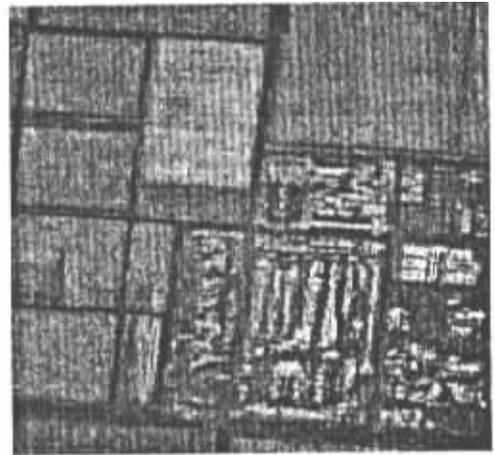
(a) 原图 ,等效视数 7  
(a) Original image ,ENL = 7



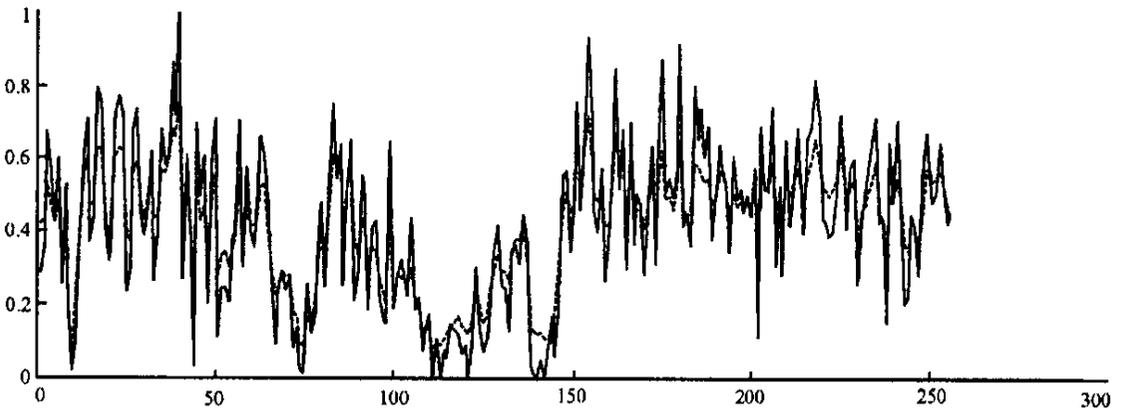
(b) 统一软阈值滤波 ,等效视数 20  
(b) Filter with unify soft threshold ,ENL = 20



(c) 对数小波变换 HMM 滤波  
(c) HMM filter after logarithm transform



(d) 小波域 HMM 滤波结果 ,等效视数 46  
(d) Wavelet domain HMM filter result ,ENL = 46



(e) 滤波前后的数据比较 实线为滤波前的数据 ,虚线为滤波后的数据  
(e) Data comparison solid line present original data ,dotted line present data after filter

图 3 SAR 图像及滤波结果

Fig.3 SAR image and filter result



