

太阳能电池阵组合基板模态参数分析的半解析模型*

雷勇军, 李东旭, 唐国金

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 基于分布参数系统传递函数方法的基本理论, 针对空间结构太阳能电池阵的特殊结构形式, 通过将太阳能电池阵基板划分为条形单元, 将基板间连接铰链副简化为均匀梁单元, 并利用条形单元与梁单元公共结点间位移连续与力平衡条件, 建立了空间结构太阳能电池阵动力学特性分析的半解析计算模型。得到了太阳能电池阵单块基板和多块组合基板的模态参数计算值, 并将其计算结果与有限元结果进行了比较。

关键词: 太阳能电池阵; 条形传递函数方法; 固有频率; 半解析分析模型

中图分类号: O327; TB123; V411.4 文献标识码: A

Semi-analytic Model for Modal Characteristics of Combined Panels of Solar Array

LEI Yong-jun, LI Dong-xu, TANG Guo-jin

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Based on the theory of transfer function method of distributed parameter system, a semi-analytic model of structural dynamic characteristics for solar array is established. In this model, the solar panel is divided into some strip elements, and the joint hinge on solar array is simplified as a uniform beam element, and the strip element and the beam element are combined by displacement continuum and force equilibrium at their common nodes. Numerical results of modal characteristics for single and composed panels of certain satellite solar array are presented, and these results are compared with those of finite element method.

Key words: solar array; strip transfer function method; natural frequency; semi-analytic model

大面积太阳能电池阵是目前卫星及飞船上普遍采用的供电装置。展开状态下(见图 1), 其面积可达几十平方米, 大的多达一百平方米, 重量仅有几十千克, 基频在 0.1 Hz 以下, 是一种柔性很强的结构。在各种扰动力和力矩的作用下, 极易激发出其低频振动。太阳能电池阵的这种柔性效应将会直接影响到卫星及飞船的飞行姿态与稳定性。为此, 带挠性部件空间飞行器的动力学与控制问题研究一直是国内外学者非常关心的课题。而上述问题的研究基础是大型太阳能电池阵结构动力学特性参数(频率和振型)的确定, 以便为姿态控制仿真方程提供频率、振型、耦合系数等关键性参数。

关于太阳能电池阵结构动力学特性分析的数学建模, 主要有解析、半解析和数值三种建模方法。其中解析建模主要将太阳能电池阵简化为等效“梁+板”模型(用于半刚性基板的太阳能电池阵, 如卫星帆板)^[1]和“梁+等效张力膜”模型(用于柔性基板的太阳能电池阵, 如国际空间站帆板)^[2]。根据所查阅的文献资料, 在太阳能电池阵振动控制研究的数学建模中, 广泛采用等效梁板的解析分析模型, 而在单纯的结构动

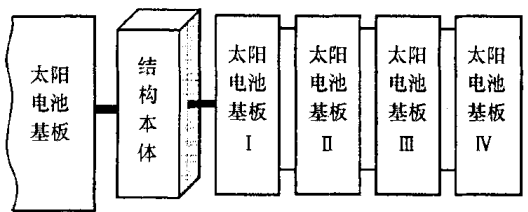


图 1 太阳能电池阵组合结构

Fig. 1 Combined panels of solar array

* 收稿日期: 2002-07-09

基金项目: 国家 863 高技术资助项目(863-2-2-4-10)

作者简介: 雷勇军(1968-), 男, 副教授, 博士。

力学特性分析中, 则大多采用有限元数值模型。相比之下, 半解析分析模型却少见报导。本文采用分布参数系统的传递函数方法, 建立了太阳能电池阵组合基板的模态参数分析的半解析计算模型, 其计算结果与有限元结果非常一致, 说明采用半解析方法分析太阳能电池阵这类具有较规则形状的工程结构是合适的。

1 太阳能电池阵组合基板半解析分析模型

不失一般性, 取图 1 所示太阳能电池阵中的两块基板进行研究, 两块基板的等效简化模型见图 2(a), 当选择传递函数方法求解电池阵的模态参数时, 只是两块基板被划分为条形单元进行半解析求解, 两根连接梁元件仍然是解析求解, 单元划分如图 2(b) 所示。

对基板 I 和基板 II 的条形单元划分, “○”表示边界结点, 其上边界条件已知; “●”表示板与梁相连接的结点, 称为公共结点, 其上结点内力与结点位移待求。

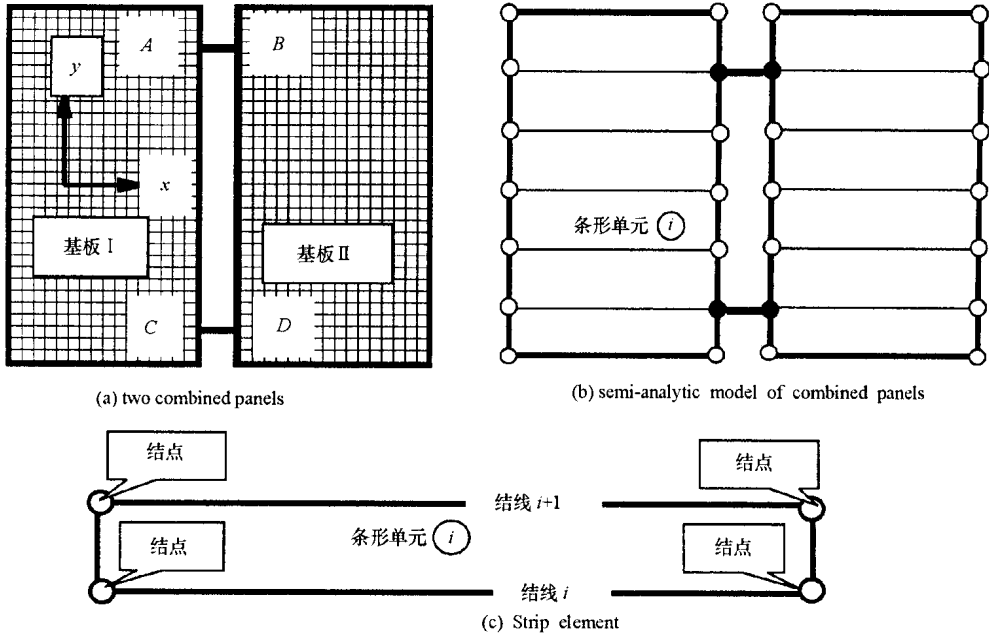


图 2 太阳能电池阵的半解析分析模型

Fig. 2 Semi-analytic model of solar array

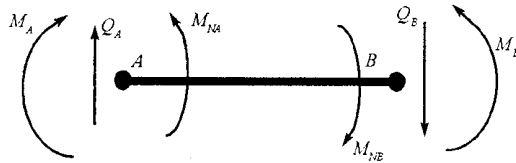


图 3 梁单元的节点内力

Fig. 3 Nodal internal forces of beam element

见图 3, 对梁单元 AB , 设其端点 A 的位移向量是 $\mathbf{u}_A = \left\{ w_A, \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_A, \theta_{NA} \right\}^T$, 端点 B 的位移向量是 $\mathbf{u}_B = \left\{ w_B, \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_B, \theta_{NB} \right\}^T$, 两端点对应的结点内力向量 N_{BA} 和 N_{BB} 分别为 $N_{BA} = \{ Q_A, M_A, M_{NA} \}^T$, $N_{BB} = \{ Q_B, M_B, M_{NB} \}^T$ 。这里 w 是梁的挠度, θ_{NA} 和 θ_{NB} 为梁扭转角, M_A 和 M_B 为弯矩, M_{NA} 和 M_{NB} 为扭矩, 下标“ BA ”、“ BB ”的第一个 B 表示梁(Beam)元件, 第二个下标表示是梁的两个端点位置。利用传递函数法很容易建立梁单元内任一点的位移和内力分量与端点位移之间的传递关系:

$$\begin{Bmatrix} w(x) \\ \frac{dw(x)}{dx} \\ \theta_N(x) \\ Q(x) \\ M(x) \\ M_N(x) \end{Bmatrix} = \mathbf{H}_{iv}(x, \omega) \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_A \\ \mathbf{u}_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{iv_{uA}}(x, \omega) & \mathbf{H}_{iv_{uB}}(x, \omega) \\ \mathbf{H}_{iv_{NA}}(x, \omega) & \mathbf{H}_{iv_{NB}}(x, \omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_A \\ \mathbf{u}_B \end{Bmatrix} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{H}_{iv}(x, \omega) \in R^{6 \times 6}$ 是边界传递函数矩阵, 它表示在端点 A 和 B 某一方向上施加单位位移, 在梁内任一点 x 上所产生的变形和内力分量, $\mathbf{H}_{iv_{uA}}(x, \omega)$, $\mathbf{H}_{iv_{uB}}(x, \omega)$, $\mathbf{H}_{iv_{NA}}(x, \omega)$, $\mathbf{H}_{iv_{NB}}(x, \omega) \in R^{3 \times 3}$, 是 $\mathbf{H}_{iv}(x, \omega)$ 的分块子矩阵, ω 是振动圆频率, 下标 iv 表示 AB 梁单元。上式中令 $x = x_A$, 则等式左端向量变为:

$$\left\{ w(x_A) \quad \frac{dw(x_A)}{dx} \quad \theta_N(x_A) \quad Q(x_A) \quad M(x_A) \quad M_N(x_A) \right\}^T$$

该向量也就是由梁端点 A 的位移 \mathbf{u}_A 和内力 N_{BA} 组成的列向量, 即

$$\left\{ w(x_A) \quad \frac{dw(x_A)}{dx} \quad \theta_N(x_A) \quad Q(x_A) \quad M(x_A) \quad M_N(x_A) \right\}^T = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_A \\ N_{BA} \\ \dots \\ M_{BA} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

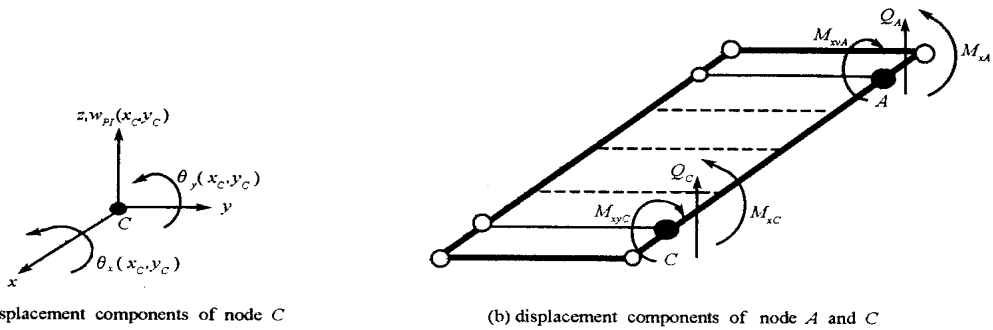


图 4 公共点的内力与位移分量

Fig. 4 Internal forces and displacement components of common nodes

这样, 由(1)式可得梁 AB 之端点 A 的内力与该梁两端点 A 和 B 的位移满足如下关系式:

$$N_{BA} = \mathbf{H}_{iv_{NA}}(x_A, \omega) \mathbf{u}_A + \mathbf{H}_{iv_{NB}}(x_A, \omega) \mathbf{u}_B \quad (3a)$$

同理, 可得梁 AB 的端点 B 、梁 CD 端点 C 和 D 的内力与端点位移之间的关系:

$$N_{BB} = \mathbf{H}_{iv_{NA}}(x_B, \omega) \mathbf{u}_A + \mathbf{H}_{iv_{NB}}(x_B, \omega) \mathbf{u}_B \quad (3b)$$

$$N_{BC} = \mathbf{H}_{\oplus_{NC}}(x_C, \omega) \mathbf{u}_C + \mathbf{H}_{\oplus_{ND}}(x_C, \omega) \mathbf{u}_D \quad (3c)$$

$$N_{BD} = \mathbf{H}_{\oplus_{NC}}(x_D, \omega) \mathbf{u}_C + \mathbf{H}_{\oplus_{ND}}(x_D, \omega) \mathbf{u}_D \quad (3d)$$

式中 $\mathbf{H}_{\oplus_{NC}}(x, \omega)$, $\mathbf{H}_{\oplus_{ND}}(x, \omega) \in R^{3 \times 3}$, 是梁 CD 的边界传递函数矩阵 $\mathbf{H}_{\oplus}(x, \omega) \in R^{6 \times 6}$ 的分块子矩阵, $\mathbf{H}_{\oplus}(x, \omega)$ 同样表示端点位移与梁任一点位移和内力之间的传递关系, 下标 \oplus 表示 CD 梁单元。

对于已划分成条形单元的两块基板, 其传递函数分析方法比梁元件复杂, 但仍然能建立公共结点的未知内力与公共结点的未知位移之间的传递关系^[3], 见图 4。

对于如图 2(a) 所示的基板 iv , 除公共结点 A 和 C 外, 其它结点边界条件是已知的(为自由边界条件, 边界无外力作用)。显然, 如果假设基板 iv 的公共结点 A 和 C 的位移已知, 分别等于梁端点位移 \mathbf{u}_A 和 \mathbf{u}_C (板梁间公共结点位移连续性要求), 则基板 iv 的解惟一确定。利用传递函数方法可以推导出基板 iv 内任一结线上的位移和内力分量与未知公共结点位移向量之间的关系为^[4]:

$$\left\{ w(x, y) \quad \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \quad \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \quad Q(x, y) \quad M_x(x, y) \quad M_{xy}(x, y) \right\}^T$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{Piv uA}(x, y, \omega) & \mathbf{H}_{Piv uC}(x, y, \omega) \\ \mathbf{H}_{Piv nA}(x, y, \omega) & \mathbf{H}_{Piv nC}(x, y, \omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_A \\ \mathbf{u}_C \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中变量 y 上加“ $\bar{\quad}$ ”表示 y 只能取结线所在的特定 y 值。由上式令 (x, y) 分别等于公共结点的坐标, 可得结点内力与结点位移之间的关系:

$$N_{PA} = \mathbf{H}_{Piv nA}(x_A, y_A, \omega) \mathbf{u}_A + \mathbf{H}_{Piv nC}(x_A, y_A, \omega) \mathbf{u}_C \quad (5a)$$

$$N_{PC} = \mathbf{H}_{Piv nA}(x_C, y_C, \omega) \mathbf{u}_A + \mathbf{H}_{Piv nC}(x_C, y_C, \omega) \mathbf{u}_C \quad (5b)$$

同理, 可得基板 \textcircled{B} 公共结点 B 和 D 的内力与端点位移的关系:

$$N_{PB} = \mathbf{H}_{P\textcircled{B}nB}(x_B, y_B, \omega) \mathbf{u}_B + \mathbf{H}_{P\textcircled{B}nD}(x_B, y_B, \omega) \mathbf{u}_D \quad (5c)$$

$$N_{PD} = \mathbf{H}_{P\textcircled{B}nB}(x_D, y_D, \omega) \mathbf{u}_B + \mathbf{H}_{P\textcircled{B}nD}(x_D, y_D, \omega) \mathbf{u}_D \quad (5d)$$

式中, 下标 P 表示板(Plate)元件, 下标 iv 和 $\textcircled{\quad}$ 分别表示两块基板, 下标 A, B, C, D 表示公共结点。根据公共结点 A, B, C, D 的力平衡条件, 有

$$N_{BA} - N_{PA} = 0, \quad N_{BB} - N_{PB} = 0, \quad N_{BC} - N_{PC} = 0, \quad N_{BD} - N_{PD} = 0 \quad (6a, b, c, d)$$

综合(3)、(5)、(6)式, 可得公共结点 A, B, C, D 的位移向量需要满足如下方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ivnA}(x_A, \omega) - \mathbf{H}_{Piv nA}(x_A, y_A, \omega) & \mathbf{H}_{ivnB}(x_A, \omega) & -\mathbf{H}_{Piv nC}(x_A, y_A, \omega) & 0 \\ \mathbf{H}_{ivnA}(x_B, \omega) & \mathbf{H}_{ivnB}(x_B, \omega) - \mathbf{H}_{P\textcircled{B}nB}(x_B, y_B, \omega) & 0 & -\mathbf{H}_{P\textcircled{B}nD}(x_B, y_B, \omega) \\ -\mathbf{H}_{Piv nA}(x_C, y_C, \omega) & 0 & \mathbf{H}_{ivnC}(x_C, \omega) - \mathbf{H}_{Piv nC}(x_C, y_C, \omega) & \mathbf{H}_{ivnD}(x_C, \omega) \\ 0 & -\mathbf{H}_{P\textcircled{B}nB}(x_D, y_D, \omega) & \mathbf{H}_{ivnD}(x_D, \omega) & \mathbf{H}_{ivnD}(x_D, \omega) - \mathbf{H}_{P\textcircled{B}nD}(x_D, y_D, \omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_A \\ \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_C \\ \mathbf{u}_D \end{Bmatrix} = 0 \quad (7)$$

该式可记为

$$\mathbf{K}(\omega) \mathbf{u} = 0 \quad (8)$$

其中 $\mathbf{u} = \{\mathbf{u}_A, \mathbf{u}_B, \mathbf{u}_C, \mathbf{u}_D\}^T$ 为公共结点位移列向量, $\mathbf{K}(\omega)$ 为公共结点位移的刚度矩阵。对于电池阵的自由振动问题, \mathbf{u} 必须存在非零解, 这要求刚度矩阵的行列式值为零, 即

$$\det[\mathbf{K}(\omega)] = 0 \quad (9)$$

求解上述方程, 则得太阳能电池阵的一系列固有频率值 ω_i 。

对于由多块基板组成的电池阵结构, 其分析过程与上述过程完全一致, 仅由于基板间连接梁单元增多, 公共节点位移列向量(式(8)中的 \mathbf{u})维数增大而已。

2 算例分析

采用以上太阳能电池阵组合基板模态参数计算的半解析模型, 计算得到了太阳能电池阵组合基板在无约束状态下的模态参数值。表1给出了单块基板、两块基板和多块基板的模态参数计算结果。

表1中的有限元解采用MSC/NASTRAN软件计算得到。从计算结果可以看出条形传递函数解和有限元解是非常一致的。就单块基板的来说, 其前三阶弹性振动频率的半解析解和有限元解仅相差0.2%左右, 第十阶频率两者相差最大, 也仅为1.8%。

关于太阳能电池阵基板的振动模态形状, 有限元和半解析方法的计算结果基本上没有差别。图5给出了四块组合基板前四阶振型图的有限元计算结果, 其第一阶振动频率为2.163Hz, 相应振型是弯曲振型, 见图5(a); 其第二阶振动频率为3.160Hz, 相应振型是扭转振型, 见图5(b)。从振型图上可以看出由于展开锁定机构的刚度与基板弯曲刚度相比较弱, 使得在锁定机构连接处振型变化较大, 特别是帆板第一阶弯曲振型, 其四块基板基本是刚体位移模式, 弯曲变形主要体现在连接铰链处。

表1 太阳能电池阵组合基板固有频率

Tab.1 Natural frequencies of combined panels of solar array

	单块基板		两块基板		三块基板		四块基板	
	半解析解	有限元解	半解析解	有限元解	半解析解	有限元解	半解析解	有限元解
1	12.505	12.487	6.678	6.667	3.769	3.759	2.167	2.163
2	26.252	26.200	7.465	7.449	4.334	4.320	3.169	3.160
3	37.510	37.432	15.620	15.582	8.629	8.599	5.590	5.569
4	65.310	64.856	20.040	19.879	10.242	10.162	7.2051	7.155
5	88.145	87.446	25.721	25.488	16.430	16.321	9.2442	9.181
6	88.912	88.032	29.824	29.459	18.178	17.900	12.4446	12.249
7	102.457	101.243	38.033	37.533	22.317	22.002	16.8987	16.695
8	109.030	108.425	48.415	48.323	25.318	25.273	17.0079	16.985
9	142.819	141.872	66.337	64.972	28.323	27.747	20.660	20.137
10	152.105	150.297	68.254	66.203	31.607	30.595	23.572	22.837

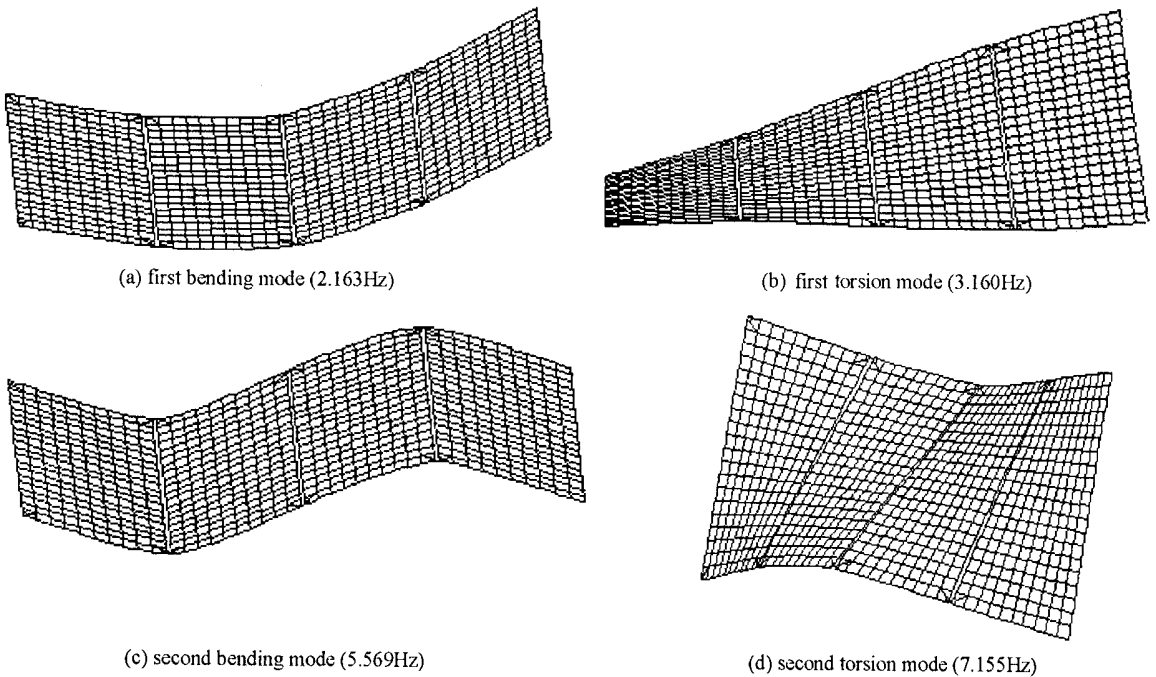


图5 组合基板的前四阶振型图

Fig. 5 The first four natural modes of combined panels

参考文献:

- [1] 邱瑞强. 空间站大面积柔性太阳能电池阵的动力学问题[J]. 上海航天, 1999(2): 1- 6.
- [2] Dorsey J T, et al. Dynamic Characteristics of a Space Station Solar Wing Array [R]. N84-25758, 1984.
- [3] 雷勇军. 结构分析的分布参数传递函数方法 [D]. 长沙: 国防科技大学, 1998.
- [4] 雷勇军, 等. 复杂厚板的传递函数解 [J]. 力学季刊, 2000, 21(4): 476- 481.
- [5] 关英姿, 等. 大型太阳帆板展开状态动特性研究 [J]. 强度与环境, 2000(3): 21- 26.
- [6] Kelly S C, et al. Free Vibration Characteristics Correlation of a Space Station Split Blanket Solar Array [R]. N89-15438, 1989.
- [7] Earl A T, et al. Thermally Induced Vibrations of a Self-shadowed Split Blanket Solar Array [J]. Journal Spacecraft and Rockets, 1995, 32(2): 302- 311.