

文章编号: 1001-2486(2003)01-0084-04

## 建立一类挠性航天器的动力学模型及面向控制的仿真环境\*

黄新生, 陈荣娟

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 对于一类具有一个中心刚体和两块对称安装的太阳帆板的挠性航天器, 针对其帆板较长、弹性位移较大, 导致根据文献[2]直接建立的模型不准的问题, 提出将弹性帆板分段处理的方法, 分别引入浮动坐标系, 建立系统的动力学仿真模型。并将针对整体模型设计的控制规律作用于该模型, 进行了数值仿真。仿真结果表明, 对于大变形情况, 分段处理的方法十分有效。

**关键词:** 太阳帆板; 分段处理; 浮动坐标系; 动力学模型

中图分类号: O313 文献标识码: B

## Building the Dynamics Model and Simulating Circumstances for the Control of a Kind of Flexible Spacecraft

HUANG Xin-sheng, CHEN Rong-juan

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** To some flexible spacecraft with a rigid center hub and two identical flexible plates, it can't be simulated accurately depending on the model in [2] because the plate's length causes big elastic displacement. So this paper presents a method with which the system simulating model is built by partitioning the flexible plate into several parts and introducing the floating coordinate respectively. The control rule is designed by taking the plate as a whole. And numerical simulation is done. The simulating results show that this method is very efficient for big displacement.

**Key words:** flexible plate; partitioning; float coordinate; dynamics modal

现代航天器都带有挠性附件, 如太阳帆板, 板形天线等。由于挠性附件具有结构大、刚度低等一般性特点, 因此整个系统的动力学特性非常复杂, 是一个时变、非线性的分布参数系统。为了对这类复杂系统进行动力学分析和控制, 建立该类系统的动力学模型和面向控制的仿真环境尤为必要。

## 1 动力学模型

本文所考虑的模型如图 1 所示, 即该挠性航天器由一个中心刚体(包括两个支架)和两块对称安装的太阳帆板组成。中心刚体的运动只考虑绕  $Z$  轴的转动, 柔体的振动只考虑弯曲振动。 $u(x, t)$  表示柔体由于弯曲振动而产生的线位移<sup>[1]</sup>。

将每块板三等分, 分别引入浮动坐标系<sup>[2]</sup>, 来建立系统的仿真动力学模型。这样处理后, 系统的体数增加为 7 个。柔体的模态截断数取 2, 则系统的自由度数为 13。

把系统中的各体按中心体、右侧三块板、左侧三块板的顺序依次编号, 可定义系统的广义坐标向量为  $\underline{q} = [\theta, \xi_{21}, \xi_{22}, \dots, \xi_{71}, \xi_{72}]^T$ , 则系统的拉格朗日方程如下:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{\underline{q}}} \right] - \frac{\partial T}{\partial \underline{q}} = \underline{Q} - \frac{\partial U}{\partial \underline{q}} \quad (1)$$

式中左边第一项可整理为:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{\underline{q}}} \right] = \underline{A} \ddot{\underline{q}} + \underline{A}_0 \dot{\underline{q}} \quad (2)$$

\* 收稿日期: 2002-09-28

基金项目: 国家部委基金资助项目(4.1.1.12)

作者简介: 黄新生(1955-), 男, 教授, 博士。

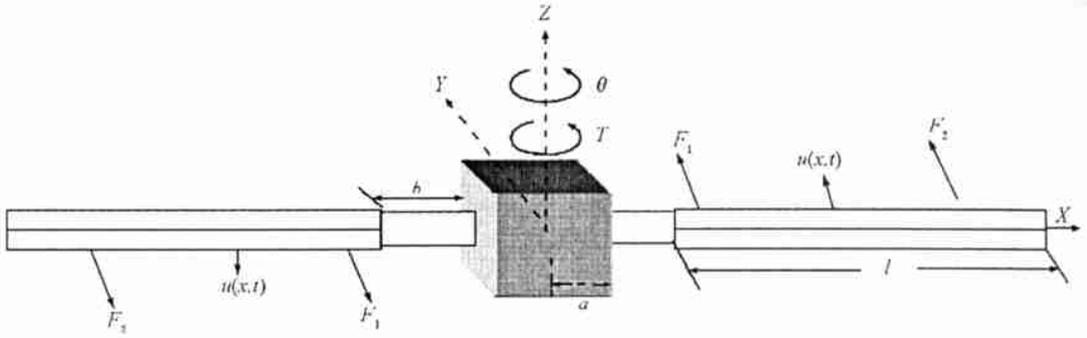


图 1 系统结构图

Fig. 1 The system structure

$\underline{A}$  矩阵和  $\underline{A}_0$  矩阵均为  $(N \times N)$  维矩阵 ( $N = 13$  为系统自由度)。

由图 1 所示结构可知, 两块板的运动是对称的<sup>[3]</sup>, 所以在建立动力学方程时, 仅需要考虑其中一块板的柔性模态坐标。柔体的模态截断数依旧取 2, 则系统的自由度数实际为 7。将系统的广义坐标向量取为  $\underline{q} = [\theta, \xi_{21}, \xi_{22}, \dots, \xi_{41}, \xi_{42}]^T$ 。此时方程中(1)中  $\underline{A}$  矩阵、 $\underline{A}_0$  矩阵、 $\frac{\partial T}{\partial \underline{q}}$  以及  $\frac{\partial U}{\partial \underline{q}}$  的表示式与[2]中所推出的表示式不同。推导过程如下:

设  $\underline{q}_1 = [\xi_{21}, \xi_{22}, \dots, \xi_{41}, \xi_{42}]^T$ ,  $\underline{q}_2 = [\xi_{51}, \xi_{52}, \dots, \xi_{71}, \xi_{72}]^T$ , 且设  $T_i$  和  $U_i$  分别为各个体的动能和势能, 则

$$T = \sum_{i=1}^7 T_i \quad U = \sum_{i=1}^7 U_i \quad (3)$$

方程(1)可变为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial \dot{\theta}} \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial \theta} - \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \theta} = Q_0 - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 U_i}{\partial \theta} - \frac{\partial \sum_{i=5}^7 U_i}{\partial \theta} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial \dot{\underline{q}}_1} \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \dot{\underline{q}}_1} \right) - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial \underline{q}_1} - \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \underline{q}_1} = Q_1 - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 U_i}{\partial \underline{q}_1} - \frac{\partial \sum_{i=5}^7 U_i}{\partial \underline{q}_1} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial \dot{\underline{q}}_2} \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \dot{\underline{q}}_2} \right) - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial \underline{q}_2} - \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \underline{q}_2} = Q_2 - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 U_i}{\partial \underline{q}_2} - \frac{\partial \sum_{i=5}^7 U_i}{\partial \underline{q}_2} \end{cases} \quad (4)$$

根据上面的定义, 可知

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \dot{\theta}} \right) &= \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=2}^4 T_i}{\partial \dot{\theta}} \right) & \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \theta} &= \frac{\partial \sum_{i=2}^4 T_i}{\partial \theta} & \frac{\partial \sum_{i=5}^7 U_i}{\partial \theta} &= \frac{\partial \sum_{i=2}^4 U_i}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \dot{\underline{q}}_1} \right) &= [0]_{6 \times 1} & \frac{\partial \sum_{i=5}^7 T_i}{\partial \underline{q}_1} &= [0]_{6 \times 1} & \frac{\partial \sum_{i=5}^7 U_i}{\partial \underline{q}_1} &= [0]_{6 \times 1} \end{aligned} \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式, 此时系统的拉格朗日方程可简化为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial \dot{\theta}} \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=2}^4 T_i}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial \theta} - \frac{\partial \sum_{i=2}^4 T_i}{\partial \theta} = Q_0 - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 U_i}{\partial \theta} - \frac{\partial \sum_{i=2}^4 U_i}{\partial \theta} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 T_i}{\partial q_1} = Q_1 - \frac{\partial \sum_{i=1}^4 U_i}{\partial q_1} \end{cases} \quad (6)$$

将(6)写成如(1)、(2)式的分解模型,则各项的表示式为:

$$(1) \underline{A} \text{ 矩阵的表示式为: } \begin{cases} A(1, \beta) = A^{(1)}(1, \beta) + 2 \sum_{i=2}^4 A^{(i)}(1, \beta) \\ A(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^4 A^{(i)}(\alpha, \beta) \quad (\alpha > 1) \end{cases} \quad (7)$$

$$(2) \underline{A}_0 \text{ 矩阵的表示式为: } \begin{cases} A_0(1, \beta) = A_0^{(1)}(1, \beta) + 2 \sum_{i=2}^4 A_0^{(i)}(1, \beta) \\ A_0(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^4 A_0^{(i)}(\alpha, \beta) \quad (\alpha > 1) \end{cases} \quad (8)$$

$$(3) \frac{\partial T}{\partial \underline{q}} \text{ 的表示式为: } \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial q_1} = \frac{\partial T_1}{\partial q_1} + 2 \sum_{i=2}^4 \frac{\partial T_i}{\partial q_1} \\ \frac{\partial T}{\partial q_\alpha} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial T_i}{\partial q_\alpha} \quad (\alpha > 1) \end{cases} \quad (9)$$

$$(4) \frac{\partial U}{\partial \underline{q}} \text{ 的表示式为: } \frac{\partial U}{\partial q} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial U_i}{\partial q}$$

(5)  $Q$  为系统的广义力, 设作用在中心刚体上的力矩为  $T$ , 作用在两侧的帆板上的力为  $n$  个点力

$$F_k(t), \text{ 则 } Q \text{ 的表示式为: } \begin{cases} Q_1 = T + 2 \sum_{k=1}^n (R + x_k) F_k(t) \\ Q_\alpha = 2 \sum_{k=1}^n \frac{\partial u(x_k, t)}{\partial q_\alpha} F_k(t) \quad (\alpha > 1) \end{cases} \quad (11)$$

式(7)、(8)、(9)、(10)中各项的详细表达式请参考文献[2]。

建立系统的简化动力学模型时, 只需减少体数(为三个体, 即一个中心刚体, 两块板), 柔体模态坐标仍取 2, 则系统最终的自由度为 3。动力学模型的建立过程同上。

## 2 仿真环境的建立

整个软件系统的功能: 先通过有限元方法计算板的结构参数; MATHEMATICA 程序读出上述结构参数后, 利用其强大的符号推演功能, 推导出系统的动力学模型, 并输出为 FORTRAN 模块; 最后借助 FORTRAN 进行面向控制的数值仿真。软件系统的框图如图 2 所示。

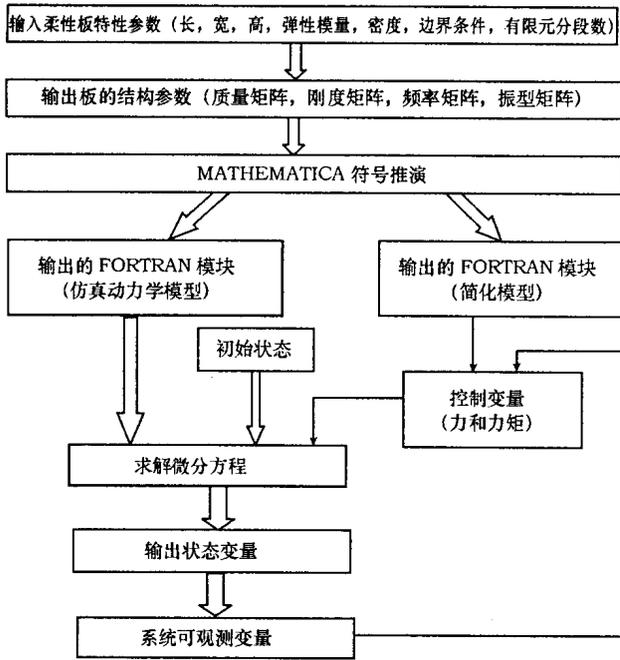


图 2 软件系统框图

Fig. 2 Block diagram of software system

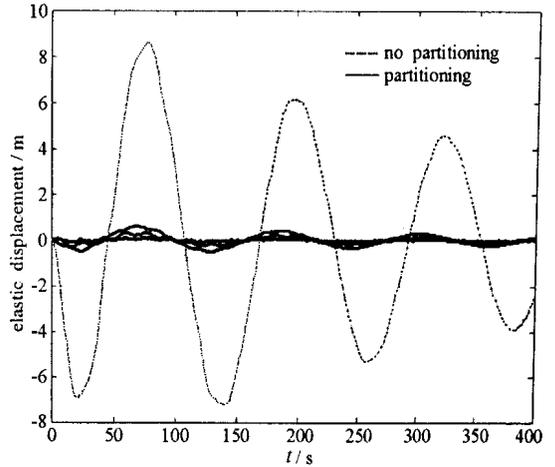


图 3 分段处理前后末端弹性位移响应曲线

Fig. 3 Elastic displacement response curves under partitioning and no partitioning

### 3 数值仿真

仿真的对象即如图 1 所示的航天器, 中心体的参数为:  $a = 2\text{m}$ ,  $b = 2\text{m}$ ,  $I_1 = 12\,960\text{kg}\cdot\text{m}^2$ , 板的参数为: 长  $l = 12\text{m}$ , 宽  $m = 1\text{m}$ , 厚度  $h = 0.0015\text{m}$ , 弹性模量  $E_p = 7.0 \times 10^{10}\text{N}/\text{m}^2$ , 密度  $\rho = 2700\text{kg}/\text{m}^3$ , 模态坐标截取二阶, 整体的有限元分段数为 30, 分段处理后有限元分段数为 10, 机动角度  $\theta^* = 0.6\text{rad}$ . 控制规律为:  $T = -k_1(\theta - \theta^*) - k_2\dot{\theta}$ , 且取  $k_1 = 171.69$ ,  $k_2 = 2861.57$ . 帆板末端弹性位移响应曲线如图 3 所示, 需要说明的是, 图中的三条实线分别是分段后各段末端的弹性位移曲线。

### 4 结论

比较仿真曲线图可知, 没有经过分段处理的模型, 由于弹性变形太大(末端弹性位移最大已经达到了 8m), 文献[2]中讨论的通过引入浮动坐标系来建立的系统模型已经不可用(仿真结果失真)。而经过分段处理后, 整个帆板的大变形问题就转化为几个部分的小变形问题, 建立的模型精确度高, 仿真结果令人满意。

### 参考文献:

- [1] 黄圳圭, 赵志建. 大型航天器动力学与控制 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1991.
- [2] 黄新生. 空间大型伸展机构的动力学建模与仿真研究 [D]. 国防科技大学, 2000.
- [3] Bang H, Junkins J L, Fleming P J. Lyapunov Optimal Control Laws for Flexible Structure Maneuver and Vibration Control [J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1993, 41 (1): 91- 118.
- [4] Hayrani O, Osama M. Variable Structure Control System(VSCS) Manuvering of Flexible Spacecraft [J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1988, 36 (3): 311- 344.
- [5] 沈凤贤, 丁英仁, 赵文晖. Mathematica 手册 [M]. 北京: 海洋出版社, 1992.