

文章编号: 1001-2486(2003)01-0091-04

基于小波 Radon 变换检测线性调频信号*

郭汉伟, 王 岩, 杨凤凤, 梁甸农

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 对信号小波分析的结果进行 Radon 变换, 简称小波 Radon 变换。通常情况下, 线性调频信号小波变换的结果在时间尺度图上呈现曲线的形式, 而在时频图上呈现直线的形式。通过 Radon 变换检测时频平面上的直线, 可以精确地得到调频信号的参数。仿真结果表明, 小波 Radon 变换是一种较好的线性调频信号检测方法。

关键词: 小波 RADON 变换; 线性调频信号; 时间尺度图; 时频分布

中图分类号: TN958 文献标识码: B

Linear Chirp Signals Detection by Wavelet-Radon Transform

GUO Han-wei, WANG Yan, YANG Feng-feng, LIANG Dian-nong

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Wavelet-Radon transform is defined that results of wavelet analysis are Radon-transformed. Results of wavelet analysis of linear chirp signals are curves on time scale scheme in general. However, Results of wavelet analysis of linear chirp signals are beelines on time frequency scheme. Radon-transform can detect beeline perfectly and the parameters of linear chirp signals are obtained exactly. The simulation experiment results prove that Wavelet-Radon transform is a good method of linear chirp signals detection.

Key words: Wavelet-Radon transform; linear chirp signals; time-scale scheme; time frequency scheme

线性调频信号在雷达中得到广泛的应用, 如合成孔径雷达的杂波锁定、运动目标检测, 本质就是线性调频信号检测的问题^[1~3]。通过时频分布检测线性调频信号比较直观, 线性调频信号在时频平面上呈现为直线形状, 通过 Radon 变换检测时频平面上的直线, 可以得到调频信号参数。通过双线性变换的 Wigner-Ville 时频分布, 可以得到高精度调频信号时频分布图像, 但是 Wigner-Ville 在低信噪比、多元信号的情况下得到的时频分布并不理想, 不利于信号参数的精确检测。线性时频分布短时傅立叶变换、Gabor 变换不存在交叉项的问题, 对噪声不敏感, 但是得到的时频分布分辨率不高。而小波分析具有多分辨的特性, 能够根据信号本身特性自适应调整窗函数, 协调时间频率分辨率的矛盾。连续小波变换对线性调频信号进行时频表示, 再通过 Radon 变换检测时频平面上的直线, 得到线性调频信号的参数。

通过小波变换检测调频信号, 在文献[4]中已有涉及。文献[4]中, 通过检测时间尺度图上的小波脊线, 获得调频信号参数, 而线性调频信号的小波脊线为曲线。在文献[2, 3]中, 利用瞬时频率为时频分布中频率一阶矩定义, 推导了扩展小波变换的定义, 提高了频率检测的分辨率。通常, 小波分析的结果表示为时间尺度图, 但是线性调频信号经过小波变换以后, 在时间尺度图上呈现曲线的形式, 而在时频平面上则表现为直线形式。很显然, 检测直线要比检测曲线简单。本文通过 Radon 变换检测线性调频信号小波分析的时频表示平面, 通过最优化的方法进行参数搜索, 可以做到在 SNR = -10dB 的情况下, 参数精确检测; 而在 SNR = -15dB 的情况下, 线性调频信号的截距最大估计误差为 0.15Hz。

1 线性调频信号的小波分析结果的时间尺度和时频表示

具有有限能量的函数 f [即 $f(t) \in L^2(R)$] 的小波变换定义为:

* 收稿日期: 2002-08-28

基金项目: 国防重点实验室基金项目(51431020101KG01)

作者简介: 郭汉伟(1975-), 男, 博士生。

$$W_f(a, b) = \langle f(t), \phi_{a,b}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t), \phi_{a,b}^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \phi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1)$$

$$(f \in L^2(R), a > 0)$$

$$\phi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \phi \left(\frac{t-b}{a} \right) \quad (2)$$

函数族 $\phi_{a,b}(t)$ 是基本小波 $\phi(t)$ 的伸缩和平移。小波是特殊的短时傅立叶变换窗函数。尺度因子 a 的作用是将基本小波 $\phi(t)$ 作伸缩, a 愈大, $\phi \left(\frac{t}{a} \right)$ 愈宽, $\phi \left(\frac{t}{a} \right)$ 时域分辨率愈低, 相应的小波频率域支撑区间愈窄, 频域分辨率愈高; 参数 b 表示小波的平移位置。在不同尺度下, 小波的持续时间(也就是分析时段)随 a 加大而增加, 幅度则与 \sqrt{a} 成反比减小。 $|W_f(a, b)|^2$ 成为小波能量谱, 即时间尺度图。由于尺度值都是正数, 所以时间尺度图表示信号的时候, 不能区分正负频率信号。0 频率信号, 在时间尺度图上也不能得到较好的解释。

下面构造尺度和频率的映射关系, 将小波分析结果利用时频图来表示:

$$f = \begin{cases} \frac{f_c}{a}, & f > 0 \\ f_c = 0, & f = 0 \\ -\frac{f_c}{a}, & f < 0 \end{cases} \quad (3)$$

式(3)中, f_c 是小波基的中心频率。通过映射(3), 应用式(1)计算信号小波分析的时频图, 其中, 式(1)中的 b 代表时频平面 $W(f, t)$ 上的时间分量。

$$W(f, t) = W(a \rightarrow f, b \rightarrow t) \quad (4)$$

在小波分析过程中, 需解决两个问题: 基函数选取及计算尺度确定。实际的信号都是有限带宽的, 而某一尺度下的小波相当于带通滤波器, 此带通滤波器在频域必须与所分析的信号存在重叠。在应用小波进行时频分析时, 通常选用 Morlet 复小波。Morlet 小波是最常用到的复值小波, 其定义式如下:

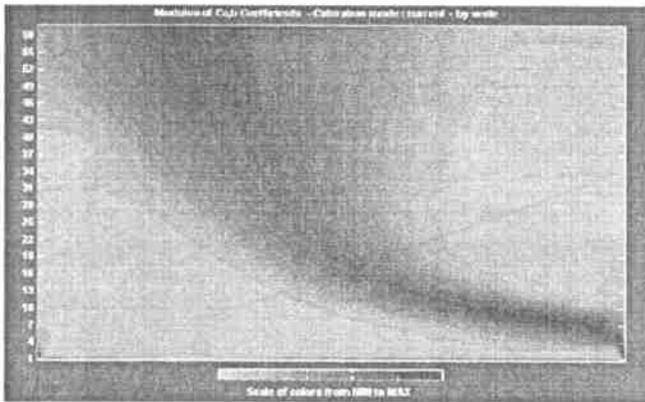
$$\phi_0(t) = (\pi f_B)^{-0.5} e^{j2\pi f_c t} e^{-t^2/f_B} \quad (5)$$

式(5)傅立叶变换为:

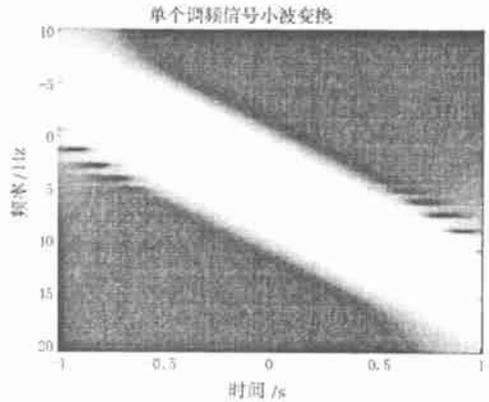
$$\Phi_0(f) = e^{-\frac{(f-f_0)^2}{f_B}} \quad (6)$$

当然, 也可以选择其他形式的小波。在工程中, 近似地将小波频谱中能量最多的频率值作为小波的中心频率, 选择合适的尺度使该尺度下小波中心频率在被分析的信号带宽之内。

图1是线性调频信号 $s = \exp(j2\pi(5t + 5t^2))$, $t \in [-1, 1]$ 在 Morlet 小波基函数下, 小波分析结果的时间尺度图 and 时频图表示。从图形上的结果可以看出, 时间尺度图和时间频率图像有以下两点不同:



(a) 线性调频信号的时间尺度图表示



(b) 线性调频信号的小波分析结果时频表示

图1 小波分析结果

Fig. 1 Results of wavelet analysis

(1) 线性调频信号的时间尺度图呈现曲线形状(类似于双曲线),而在时频平面呈现直线形状;

(2) 尺度都是正数,不能区分正负频率信号,0 频率也无法表达;而时频平面则能够清楚地表示信号的频率成分。在某些应用中,负频率和 0 频率十分重要,譬如分析合成孔径雷达的方位向回波的多普勒频率成分。

通过时频平面表示小波分析结果将更加直观,更有利于信号参数的检测。通常情况下,检测直线要比检测曲线容易,下面将利用 Radon 变换检测时频平面上直线。

2 通过 Radon 变换检测时频平面上的直线

在时频平面 $W(t, f)$ 上,设 ρ 为平面 $t-f$ 上某一直线到原点的距离, φ 为直线与 t 轴的夹角,则 Radon 变换定义为^[5]: $R_{\rho, \varphi}[f(t, f)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t, f) \delta(t \sin \varphi + f \cos \varphi - \rho) dt df$ (7)

当 $\rho-\varphi$ 平面上的峰值点超过某一个门限时,就认为在 $t-f$ 平面上存在一条直线。通过搜索小波分析时频 $t-f$ 平面上的直线,可以精确得到调频信号的参数。搜索的目标函数如下:

$$\min[-\max(R_{\alpha, \rho} W(t, f))], \alpha \in [0, \pi] \quad (8)$$

加入搜索结果 (α_0, ρ_0) , 则调频信号参数为:

$$\begin{cases} \mu_0 = -\frac{1}{\tan \theta} \\ f_0 = \frac{\rho}{\sin \theta} \end{cases} \quad (9)$$

针对多分量线性调频信号的情况,借鉴“CLEAN”的思想,从时频平面上去掉已经检测到的直线,进行下一轮的搜索。

3 通过小波 Radon 变换检测线性调频信号

先通过小波分析对信号进行时频表示,再通过 Radon 变换检测时频平面上的直线。这种检测线性调频信号的方法被命名为小波 Radon 变换。在下面的仿真过程中,将通过短时傅立叶变换、Gabor 变换和小波分析得到时频图,通过 Radon 变换检测时频平面上直线,进而将检测结果作了对比,如表 1 和表 2 所示。这里,选择复 Morlet 小波作为基函数,信号小波变换的结果通过时频平面来表达,而不是通过时间尺度图来表达。

表 1 单分量线性调频信号的检测结果

Tab. 1 The detecting results of single linear chirp signal

信噪比(dB)		真实值	信号参数检测结果		
			小波分析	短时傅立叶变换	Gabor 变换
- 5	频率截矩	5	5.0000	5.7271	5.7271
	调频斜率	10	10.0000	9.6707	9.6707
- 10	频率截矩	5	5.0000	5.7379	5.7379
	调频斜率	10	10.0000	10.5750	10.5750
- 15	频率截矩	5	5.1422	- 55.2544	13.4607
	调频斜率	10	11.2037	- 2.1728	- 89.7536

(1) 小波 Radon 变换检测单分量线性调频信号

单线性调频信号 $s = \exp(j2\pi(5t + 5t^2)) + \delta(t)$ ($\delta(t)$ 为高斯白噪声)。表 1 表示了频率截矩和调频斜率参数检测结果。可以看出,当信噪比小于 - 10dB 的时候,小波分析可以准确地检测到信号参数,短时傅立叶变换和 Gabor 变换的参数检测结果有误差。信噪比小于 - 15dB 以后,小波分析出现了检测误差,参数的检测误差为 2% 左右。而短时傅立叶变换和 Gabor 变换的检测结果是错误的。与小波分析相比,对于单个线性调频信号的检测问题而言,短时傅立叶变换和 Gabor 变换^[9]不能取得小波分析的检测精度。

表2 小波 Radon 变换检测多线性调频信号

Tab. 2 The detecting results of Wavelet-Radon transform of several linear chirp signal

信噪比(dB)	信号	被检测信号参数	真实值	检测方式		
				小波分析	短时傅立叶变换	Gabor 变换
0	s1	调频信号截矩	2	2.3532	2.6861	2.6862
		调频信号斜率	10	10.0000	10.5750	9.6707
	s2	调频信号截矩	8	8.6839	9.3034	9.7653
		调频信号斜率	-16	-16.6428	-16.1652	-15.2105
-5	s1	调频信号截矩	2	88.2730	12.8787	12.4610
		调频信号斜率	10	114.3005	-6.9921	-8.7725
	s2	调频信号截矩	8	8.1015	8.2571	12.3763
		调频信号斜率	-16	-16.6428	-16.1652	-6.9921

(2) 小波 Radon 变换检测多分量线性调频信号

观测模型 $y(t) = s(t) + \delta(t)$, $t \in [0, 2]$ ($\delta(t)$ 为高斯白噪声)。信号由两部分组成: $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$, $s_1(t) = \exp[j2\pi(2t + 5t^2)]$, $s_2(t) = \exp[j2\pi(8t - 8t^2)]$, 相应的瞬时频率表达式为: $f_1(t) = 2 + 10t$, $f_2(t) = 8 - 16t$ 。表2表示短时傅立叶变换、Gabor变换和小波分析对于在噪声中的两个线性调频信号的参数检测结果。可以看出信噪比小于0dB,多信号的检测就不再准确。综合而言,小波分析的检测结果依然优于短时傅立叶变换和Gabor变换这两种方法。

4 结论

本文利用小波 Radon 变换检测线性调频信号,取得了很好的效果。从仿真结果来看,与短时傅立叶变换、Gabor变换相比较,小波 Radon 变换的检测线性调频信号结果更准确。小波 Radon 变换有优秀的表现主要有两条原因:(1)在小波分析中,小波能够自适应地调整窗函数,小波分析中,时频窗口的自适应特性相当于恒 Q 滤波技术,小波中心频率和带宽的比值为一个常数(品质因数)。分析检测高频分量时,时间窗口自动变窄,频率窗口变宽。分析检测低频特性时,时间窗口自动变宽,频率窗口变窄。短时傅立叶变换和 Gabor 变换的窗函数则不能自适应调整,在分析线性调频信号这样的非平稳信号,小波分析具有优势。(2)小波分析的时频平面表示频率区间大约就是信号的频带范围。在本文计算过程中,小波分析的时频表示本质上是寻找某一频率在哪个时刻出现,短时傅立叶变换和 Gabor 变换则是寻找某一时刻出现了哪些频率。噪声在所有的频率上都有。信号的频谱区间是 $[-10, 30]$ 。在小波分析的时频表示平面中的频率区间在 $[-10, 30]$;而短时傅立叶和 Gabor 变换的时频表示平面频率区间在 $[-50, 50]$ 。在 $[-10, 30]$ 之外,没有信号的频谱存在,只有噪声的频谱分量。这就使得在 $[-10, 30]$ 之外的噪声频谱对 Radon 变换搜索不同方向直线的过程中,结果产生误差。总的来说,小波 Radon 变换为检测线性调频信号提供了一条很好的途径。

参考文献:

- [1] 李刚,朱敏慧,朱锡兴.基于小波变换的合成孔径雷达豫东目标多普勒参数提取算法[J].电子科学学刊,1998,20(3):151-156.
- [2] 李刚.机载高分辨合成孔径雷达方位压缩加速板设计与动目标检测/成像工程应用算法研究[D].中科院电子所,1999.
- [3] 赵建平,黄建国.信号瞬时特征的小波分析方法[A].CCSP-94论文集,184-187.
- [4] 张贤达,保铮.非平稳信号分析与处理[M].北京:国防工业出版社,1998.
- [5] 科恩.时频分析:理论与应用[M].白居宪译.西安:西安交通大学出版社,1998.
- [6] 白平.小波分析及其在星载 SAR 中的应用研究[D].中科院电子所,1997.
- [7] 孙洪波.机载合成孔径雷达运动目标检测[D].南京理工大学,2001.