

编队飞行相对位置姿态测量算法及实验*

郑庆晖¹, 张育林²

(1. 国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 装备指挥技术学院, 北京 101416)

摘要: 阐述了利用 GPS 实现编队飞行相对位置、姿态确定的基本原理。建立了相应的数学模型, 比较分析几种不同的方案, 并对相对位置、姿态确定中各种误差源及其影响进行分析。建立了一个实验系统, 对算法进行验证, 提出编队飞行的理论分析, 算法研究, 系统实现的几个研究思路。

关键词: 编队飞行; 相对定位; 姿态确定; GPS

中图分类号: V 443.5 **文献标识码:** A

Research on Formation Flying Relative Positioning and Attitude Determination: Algorithm and Experiment

ZHENG Qing-hui¹, ZHANG Yu-lin²

(1. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. College of Arming and Commanding Technology, Beijing 101416, China)

Abstract: The theory of relative positioning and attitude determination using GPS was expounded in detail, then the model of positioning and attitude determination was constructed. The model errors was discussed in detail. An experimental system was established to validate the algorithms. Finally several aspect of researching formation flying was put forward.

Key words: formation flying; relative positioning; attitude determination; GPS

航天器编队飞行是通信遥感等应用领域的一个重要发展方向, 编队飞行中各航天器保持一定的状态, 包括航天器完成特定任务所需的对地或空间观测目标的指向, 实现各航天器通信或协同观测, 彼此之间的姿态、位置至关重要。低轨卫星编队实现自主相对位置姿态测量, GPS 系统是可资利用的资源。在星上配置一定数量的接收机及天线, 通过接收 GPS 信号, 包括伪码信号和载波信号来确定编队卫星的相对姿态、位置。国内外学者对此作了理论分析^[1,2], 近年来 Stanford 大学对此作了相关的实验研究^[3]。

1 相对位置确定数学模型

相对位置测量任务是确定两颗卫星在空间坐标系中的相对位置关系, 差分 GPS 可以实现高精度的相对定位, 在 WGS-84 坐标系中解得两颗卫星的相对位置向量, 同时可以确定参考卫星位置, 这样就可以将相对位置向量转换到参考卫星轨道坐标系。GPS 接收机有直接的定位结果、伪距、载波、多普勒频移等观测量。因此, 相对位置确定可以由相对位置差分、相对伪距差分和相对载波相位差分等几种方案。

1.1 相对位置差分

相对位置差分实际上就是由下式的伪距观测方程线性化求解得单点位置, 然后对不同卫星作差即可确定相对位置。

$$\rho = \sqrt{(x_i - x^j)^2 + (y_i - y^j)^2 + (z_i - z^j)^2} + c\delta t_i - c\delta t^j + c\delta\phi_{ion} + c\delta\phi_{mp} \quad (1)$$

* 收稿日期: 2002-11-18

基金项目: 国家 863 高技术项目资助(863-02)

作者简介: 郑庆晖(1973-), 男, 博士生。

式中 ρ_i 是接收机 i 测得的第 j 颗 GPS 卫星的伪距, $(x_i \ y_i \ z_i)^T$ 是接收机 i 在 WGS-84 的位置坐标, $(x^j \ y^j \ z^j)^T$ 是 GPS 卫星 j 的 WGS-84 坐标, $\delta t_i, \delta t^j$ 分别是接收机、发射机的钟差, c 是光速, $\delta Q_{km}, \delta Q_{kp}$ 分别是电离层、对流层延迟, 对于轨道应用, 这两项不存在。

1.2 相对伪距差分

由于编队卫星相距较近, 两个接收机天线之间的基线较短, 因此认为它们到 GPS 卫星的视线向量即方向余弦是平行的。于是环绕星与参考星的双差伪距观测方程可以表示如下:

$$\rho_{01}^k = l^T b + \varepsilon \quad (2)$$

式中 ρ_{01}^k 是双差伪距观测量, l 是参考星到 GPS 卫星的单差视线向量, b 是参考星与环绕星的相对位置向量。观测多颗卫星后联立求解伪距差分观测方程可以得到两星的相对位置。

1.3 相对载波相位差分

与相对伪距差分类似, 利用双差载波相位观测有如下的观测方程:

$$\varphi_{01}^k = l^T b + N + \varepsilon \quad (3)$$

其中 φ 使双差载波相位观测量与双差伪距观测方程不同的是, 双差载波相位观测方程中引入了一个双差整周模糊度 N 。整周模糊度确定后, (3) 式就与 (2) 是完全相同。模糊度 N 求解是载波相位差分相对定位中的一个关键问题, 已有的算法可以达到实时应用的要求^[4]。

2 相对位置确定的误差分析

2.1 模型线性化引起的模型误差

相对位置确定中通过量组双差观测方程已经消去了大部分误差。但是由于采用线性化的观测模型会引入一定的观测误差。如图 1 所示的观测几何关系, 基线 $AB (B')$ 中主天线 A 到 GPS 卫星 S 的距离为 a , 从天线 $B (B')$ 到 S 的距离是 $b (b')$, 基线 $AB (B')$ 的长度为 c 。同时假设观测中不存在钟差, 电离层、对流层延迟。另外假设整周模糊度已经解得。在上述假设条件下, 观测的伪距或载波相位就是观测点到 GPS 卫星的实际距离。于是, 单差观测量就是基线两端点到 S 的距离差:

$$\Delta \rho = a - b \quad (4)$$

而线性化的距离差为:

$$\Delta \rho' = c \cos \theta \quad (5)$$

可得由线性化引起的模型误差为:

$$d_l = \Delta \rho - \Delta \rho' = a - b - c \cos \theta \quad (6)$$

基线 $AB (B')$ 与视线向量 AS 的夹角为 θ , 则在 $\triangle SAB (B')$ 中有

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2accos\theta} \quad (7)$$

将式 (7) 代入 (6) 式, 令 $\partial(\Delta \rho - \Delta \rho') / \partial \theta = 0$, 有

$$-\frac{acs \sin \theta}{\sqrt{a^2 + c^2 - 2accos\theta}} + c \sin \theta = 0 \quad (8)$$

$$\cos \theta = c/2a \quad (9)$$

当 $\theta = \arccos(c/2a)$ 时基线两端的的天线到 GPS 卫星的距离相等, 此时 d_l 有极小值

$$d_l = \frac{c^2}{2a} \quad (10)$$

当 $\theta = 0$ 时, $d_l = 0$ 又由式 (6)、(7) 得

$$d_l = \frac{(a-b)c \cos \theta - c^2}{a+b} \leq 0 \quad (11)$$

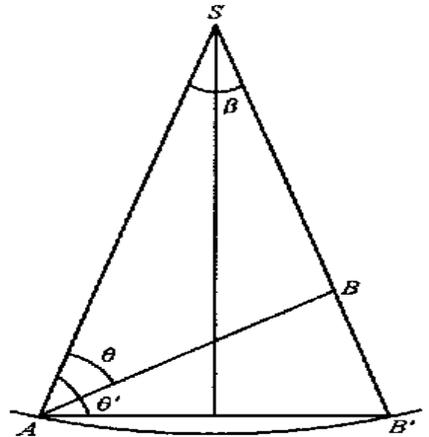


图 1 DGPS 相对定位几何关系

Fig. 1 Geometric of relative positioning using DGPS

可以确定误差 $d_l \in L - c^2/2a - 0$ 。图 2 是在用户与 GPS 卫星不同距离条件下随基线长度变化的最大线性化误差绝对值变化。

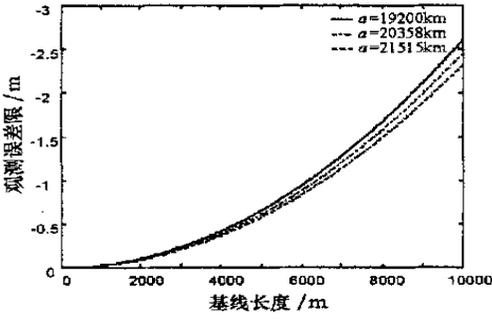


图 2 线性化引入的观测误差

Fig. 2 Observation errors induced by linearization

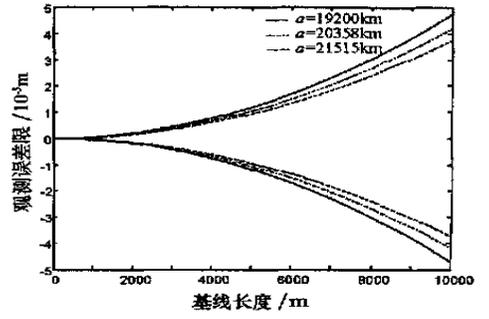


图 3 星历误差引入的观测误差

Fig. 3 Observation errors induced by ephemeris errors

2.2 星历计算引起的观测误差

由于普通用户得到的是 GPS 卫星的概略星历, 存在较大的误差, 对于长基线高精度的定位要考虑由此引入的误差。

基线 AB 同时观测卫星 S , 根据 2.1 的假设有:

$$\rho = \sqrt{(x_i - x^S)^2 + (y_i - y^S)^2 + (z_i - z^S)^2} \quad (12)$$

式中 $\rho_i (i = A, B)$, 分别是点 A, B 到 S 的距离, $(x_i \ y_i \ z_i)^T (i = A, B)$ 分别是点 A, B 的位置坐标, $(x^S \ y^S \ z^S)^T$ 卫星 S 的坐标。假设星历误差为 $(\delta x \ \delta y \ \delta z)^T$, 将式(12)在卫星概略位置附近展成泰勒级数并保留一阶项, 则基线 AB 对卫星 S 的单差观测误差为:

$$d_e = (\rho_A - \rho_B) - (SA_0 - SB_0) \quad (13)$$

SA_0, SB_0 分别是根据卫星星历计算得到的距离。可以得到各星历误差分量引起的观测误差:

$$\begin{cases} dx = \delta x \left\{ \frac{x_A - x_0^S}{\rho_A} - \frac{x_B - x_0^S}{\rho_B} \right\} \\ dy = \delta y \left\{ \frac{y_A - y_0^S}{\rho_A} - \frac{y_B - y_0^S}{\rho_B} \right\} \\ dz = \delta z \left\{ \frac{z_A - z_0^S}{\rho_A} - \frac{z_B - z_0^S}{\rho_B} \right\} \end{cases} \quad (14)$$

记 $\delta r = (\delta x \ \delta y \ \delta z)^T$ 为卫星星历误差向量, $l_i = \begin{pmatrix} \frac{x_i - x_0^S}{\rho_i} & \frac{y_i - x_0^S}{\rho_i} & \frac{z_i - x_0^S}{\rho_i} \end{pmatrix}^T$ 是点 A, B 到 S 的单位视线向量, 则有

$$d_e = \delta r \cdot (l_A - l_B) = \|\delta r\| \|l_A - l_B\| \cos \gamma \quad (15)$$

其中 γ 是 δr 与 $(l_A - l_B)$ 的夹角。通过推导可以得到 $d_e \in [-\|\delta r\| \|l_A - l_B\|, \|\delta r\| \|l_A - l_B\|]$, 图 3 是在用户与 GPS 卫星不同距离条件下随基线长度变化的误差变化。

2.3 定位误差

由于普通接收机采用 C/A 码伪距定位有较大误差, 通常在 40~ 100m。设基线 AB 两端 A, B 的误差向量分别为 $\delta r_A, \delta r_B$, 可得由定位误差引入的单差观测量的观测误差为:

$$d_p = \frac{1}{2} \delta r_A^T \partial_{rr}^2 \rho(r_A + t_A \delta r_A) \delta r_A - \frac{1}{2} \delta r_B^T \partial_{rr}^2 \rho(r_B + t_B \delta r_B) \delta r_B \quad (16)$$

上式 r_A, r_B 分别是点 A, B 的位置向量, $\partial_{rr}^2 \rho(r_i + t_i \delta r_i) (i = A, B)$ 是点 A, B 到 GPS 卫星的距离对各点位置向量二阶偏导组成的矩阵。令 $R_i = \frac{1}{2} \delta r_i^T \partial_{rr}^2 \rho(r_i + t_i \delta r_i) \delta r_i$, 由文献[5]的结论有

$$\frac{1}{2} \lambda_{\min} \|\delta r_i\|^2 \leq R \leq \frac{1}{2} \lambda_{\max} \|\delta r_i\|^2 \quad (17)$$

式中 λ_{\min} 、 λ_{\max} 分别为对应矩阵的最小和最大特征值。对于上述情况有最小特征值 $\lambda_{\min} = 0$ ，最大特征值 $\lambda_{\max} = a$ 或 b 。因此有

$$- \frac{\|\delta r_B\|^2}{2b} \leq d_p \leq \frac{\|\delta r_A\|^2}{2a} \quad (18)$$

3 相对姿态确定的数学模型

3.1 一般原理

利用 GPS 的载波相位双差观测可以实现载体的姿态确定^[7]。

姿态向量在体坐标系记为 $\Phi^b = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ ，依次为偏航、俯仰、滚转角。本体坐标系到参考坐标系的转换阵为 M^b 。则对参考星和环绕星两者有关系式

$$\begin{cases} \Phi_A^r = M_A^{bA} \Phi_A^b \\ \Phi_B^r = M_B^{bB} \Phi_B^b \end{cases} \quad (19)$$

环绕星的姿态向量在参考星体坐标系中可由下式表示

$$\Phi_B^{bA} = (M_A^{bA})^{-1} M_B^{bB} \Phi_B^b \quad (20)$$

环绕星与参考星的相对姿态可表示为

$$\Delta \Phi = \Phi_B^{bA} - \Phi_A^b \quad (21)$$

3.2 相对姿态确定算法 1

首先对单个载体组双差观测方程

$$\Phi_i = (H_i)^T b_i + \varepsilon_i \quad (22)$$

式中下标 $i = 1, \dots, k$ 表示第 i 条基线，上标 $j = 1, \dots, n$ 表示第 j 颗卫星与参考星组成的一个组合。 h 表示视线向量。

首先对各载体上的基线进行静态校准，从而确定基线在本体坐标系中的关系。然后用最小二乘法求解式(22)可得基线向量 b_i ，相应地可求得姿态初值：

$$\begin{cases} \phi = -\arctan(x_1/y_1) \\ \theta = -\arctan(z_1/(x_1y_2 - y_1x_2)) \\ \psi = \arcsin z_1 \end{cases} \quad (23)$$

将式(23)代入式(19)，然后将式(19)代入式(22)并线性化，利用迭代最小二乘求得最终精确的姿态解，可得相应的姿态转换矩阵 M_A^{bA} 。同样对于环绕星也可得姿态转换矩阵 M_B^{bB} ，于是可得参考星与环绕星的姿态转换矩阵

$$M_B^{bA} = (M_A^{bA})^{-1} M_B^{bB} \quad (24)$$

上式就确定了两者的姿态关系。

3.3 相对姿态确定算法 2

与算法 1 同样可以由观测方程求解基线向量。在求得卫星上的基线向量在 WGS-84 坐标系中的值之后，可以确定不同载体各基线的关系

$$\frac{b_i^A \cdot b_j^B}{\|b_i^A\| \|b_j^B\|} = \cos \theta_{ij} \quad (25)$$

而环绕星基线向量在参考星体坐标系中可以由下式表示

$$b_{iB}^A = \sum_{j=1}^k a_j b_{jA}^A \quad (26)$$

上式 b_{iB}^A 、 b_{jA}^A 分别是环绕星、参考星上的基线在参考星体坐标系中的表示。利用式(25)、(26)可以

求得环绕星基线在参考星体坐标系的表示, 由于已知环绕星基线在本体系的向量表示, 这样问题就转化为 Wahba 问题, 即求最优方向余弦阵 A 使得如下的代价函数最小

$$L(A) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k c_i \| b_{iB}^A - A b_{iB}^B \|^2 \quad (27)$$

求解上式^[6]可得最优姿态阵, 得到环绕星相对与参考星的姿态估计。

3.4 相对姿态确定误差分析

姿态确定中由于基线很短, 线性化误差、星历误差及定位误差都可以不计。需要考虑的是由于基线求解误差带来的姿态误差。两条基线情况设基线误差为 $\delta b_i = [\delta x_i \quad \delta y_i \quad \delta z_i]^T, (i = 1, 2)$, 则由式 (23) 分别在基线估计值附近泰勒展开保留一阶项得姿态误差估计

$$\begin{cases} \delta\phi = \frac{y_1}{x_1^2 + y_1^2} \delta x_1 - \frac{x_1}{x_1^2 + y_1^2} \delta y_1 \\ \delta\varphi = [-z_1 y_2 \delta x_1 + z_1 x_2 \delta y_1 + (x_1 y_2 - y_1 x_2) \delta z_1 + z_1 y_1 \delta x_2 - z_1 x_1 \delta y_2] \\ \delta\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - z_1^2}} \delta z_1 \end{cases} \quad (28)$$

4 实验结果

建立一个编队飞行相对位置姿态确定的实验系统。系统分别在两辆小车上固定一个两自由度云台模拟编队卫星及姿态运动。在云台上固定一个图 4 所示天线架, 天线 A_1, A_2, A_3 布置在等腰直角三角形的顶点上形成 $1m \times 1m$ 的基线阵。

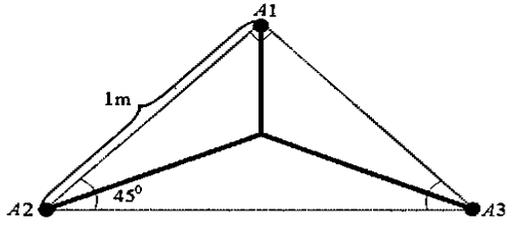


图 4 天线布局

Fig. 4 Arrangement of antennas

接收机采用 CMG-Allstar 接收机 OEM 板, 天线采用普通国产测量型天线。星载计算机采用 pc104/486 嵌入式计算机进行数据采集和处理。

根据自行编制的软件进行相对位置姿态确定。采用相对位置确定与相对姿态确定分别进行的方案。利用伪距定位结果、差分伪距、差分载波相位分别进行相对位置确定。两小车置于某学院主楼东侧裙楼顶相距 9m 左右。图 5 是根据三种观测量相对位置确定的偏差比较。表 1 是相对位置确定的统计均方差的比较。

利用载波相位差分确定相对位置具有极高的精度, 且这样的精度不随基线长度的变化而降低。

图 6 是利用两种不同方案确定相对姿态的偏差比较。表 2 是相对姿态确定的统计均方差的比较。

表 1 相对位置确定方差比较

表 2 相对姿态确定方差比较

Tab. 1 The variance in three direction of relative positioning

Tab. 2 The variance of in three direction of relative attitude

方差	位置差分	伪距差分	相位差分
σ_x (m)	1.6917	0.5461	0.0045
σ_y (m)	3.5353	0.2769	0.0048
σ_z (m)	3.2533	0.3971	0.0025

姿态角	偏航 (rad)	俯仰 (rad)	滚转 (rad)
算法 1	0.0071	0.0088	0.0045
算法 2	0.0015	0.0021	0.0016

5 结论

(1) 通过实验验证, 利用 GPS 系统实现编队卫星相对位置、姿态确定是可行的。

(2) 根据精度要求的不同可以适当地选取不同的方式确定相对位置, 其中位置差分精度很低, 载波相位差分精度最高可以达到毫米级, 伪距差分次之在分米级。由于伪距差分不需求解模糊度, 在精度要求不高的情况下可以考虑采用之。

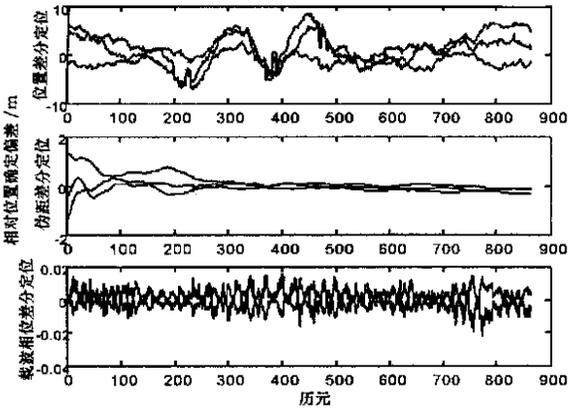


图5 相对位置确定偏差

Fig. 5 Errors of relative position determination

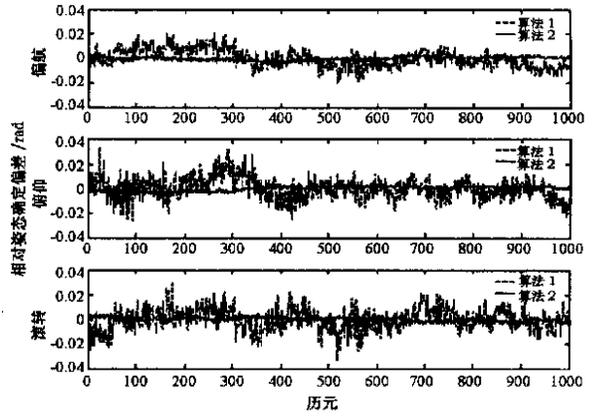


图6 相对姿态确定偏差

Fig. 6 Errors of relative attitude determination

(3) 相对姿态确定的结果说明, 算法 2 较算法 1 有较高的精度, 这主要是避免了算法 1 中分别求解绝对姿态引入的误差。

参考文献:

- [1] Fikes M P. Relative Targeting with Differential GPS and Associated Error Mechanisms [J]. Navigation, 31: 85- 93.
- [2] Yuan Jianping, Luo Jianjun, Fang Qun. Relative Navigation for Multi-Spacecraft System with GPS [J]. IEEE AES Systems Magazine, 1998: 25- 28.
- [3] Olsen E A, Park Chan-Woo, Jonathan P H. 3D Formation Flight Using Differential Carrier-Phase GPS Sensors [J]. Navigation, 1999, 46: 35- 48.
- [4] 郑庆晖, 张育林. GPS 姿态测量的载波相位整周模糊度快速解算 [J]. 航空学报, 2002, 23(3): 272- 275.
- [5] Teunissen P J G. Nonlinear inversion of geodetic and geophysical data: Diagnosing nonlinearity [R]. in: F. K., Brunner & Rizos (eds.) Developments in Four-Dimensional Geodesy, Springer-Verlag, 241- 264.
- [6] 郑庆晖, 张育林. 利用双星系统确定载体姿态研究 [J]. 航天控制, 2002, 20(3): 1- 6.
- [7] Cohen C E. Attitude Determination Using GPS [D]. Stanford University, 1992.