

文章编号: 1001- 2486(2003) 03- 0014- 05

# 小波理论在大型空间智能结构振动控制中的应用<sup>\*</sup>

司洪伟, 李东旭

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 采用最优控制理论设计智能结构主动振动控制器, 针对大型空间智能结构的低频和密频的特性, 基于小波尺度函数变换, 设计了智能结构的传感器、致动器; 最后通过针对某大型空间智能桁架结构的仿真, 表明该控制方法是行之有效的。

**关键词:** 小波理论; 智能结构; 尺度函数; 振动控制

中图分类号: TB535 文献标识码: A

## Researches on Wavelet-based Vibration Control of Large Space Smart Structures

SI Hong-wei, LI Dong-xu

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Based on the optimal control theory, an active vibration control method of smart structures has been researched. In this research, the scaling function transformation of the wavelets has been adopted; sensors and actuators are also designed. Finally some large space truss structures have been taken as illustrated examples, and some digital simulations have been made. The numerical results show that the control method is effective.

**Key words:** wavelets theory; smart structure; scaling function; vibration control

随着空间技术的发展, 大型空间智能结构(Large Space Smart Structures, LSSS)作为一种特殊的结构在航天领域中得到了广泛的应用。LSSS 一个明显的特征是它们一般由基本的框架向一个方向或两个方向周期性的延伸拼接而成。这些框架则由梁、杆、拉索或板组成, 从动力学角度上分析, 它们具有良好的性能, 可以满足空间任务的需要, 便于制造和空间装配, 具有广泛的应用前途; 但其尺寸大、重量轻、柔性大、频率低且分布密集, 一旦受到外界干扰, 如陨石等的冲击作用, 其大幅度的振动将延续很长时间。因此, 研究大型空间智能结构的振动特性, 并对其进行振动控制是空间结构设计任务中的一个重要课题和难点。

采用模态控制方法控制大型空间智能桁架结构是一种简单实用的方法<sup>[1]</sup>, 如何从观测电量、电流信号识别出结构的变形模式以及如何施加控制电压是关注的重点。一方面, 由于这一方法涉及到求解测量电量(电流)信号与模态位移(速度)的逆矩阵, 这样, 在矩阵奇异的情况下就会导致其位移和速度信号观测的失效; 另一方面, 由于在传统模态法中实际存在所谓的观测溢出与控制溢出, 它们的耦合有时会导致模态控制方法的失稳, 即在抑制低阶扰动时激发高阶扰动。目前, 这一问题也是结构智能控制研究和设计中高度重视的课题<sup>[2]</sup>。小波尺度函数逼近具有滤除高频分量的能力, 不会出现由观测溢出与控制溢出耦合造成的控制失稳现象。针对文献[1]给出的大型空间智能桁架结构模型, 采用 Daubechies 小波理论的尺度函数变换<sup>[3]</sup>, 建立大型空间智能结构振动控制的基本模型, 给出传感器观测电量识别结构变形的一一对应关系以及控制电压施加的方式, 在一定程度上解决了由观测溢出与控制溢出耦合造成的控制失稳现象。

\* 收稿日期: 2003- 01- 10

基金项目: 国家部委预研基金项目资助(413200501)

作者简介: 司洪伟(1978-), 男, 博士生。

# 1 控制器的优化设计

在忽略结构阻尼的情况下, 对于结构的主动振动控制, 建立运动方程为

$$M\dot{x} + Kx = B \times F_c = B \times K_v \times V \tag{1}$$

式中包含  $n$  个线性微分方程,  $n$  为桁架结构的总体自由度数;  $x, \dot{x}$  分别为  $n \times 1$  维的位移矢量和速度矢量;  $M, K$  分别为  $n \times n$  维的总体质量矩阵、刚度矩阵;  $B$  为  $n_c$  根主动杆件的方向余弦  $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$  组成的  $n \times n_c$  矩阵;  $F_c$  为  $n_c \times 1$  维压电主动构件产生的控制力向量;  $K_v = \text{diag}(k_{vii}^e)$  为对角阵,  $k_{vii}^e$  为第  $i$  根主动杆在单位电压作用下产生的控制力,  $K_v$  反映了各主动杆的控制效能;  $V$  为  $n_c \times 1$  维主动杆施加的电压。将式(1)转换为状态空间模型

$$y \geq ay + bF_c \tag{2}$$

式中,

$$y = \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B \end{bmatrix} \tag{3}$$

为了减少控制耗散的能量, 选取目标函数

$$J = \int_0^{\infty} [y^T Q y + F_c^T R F_c] dt \tag{4}$$

式中,  $Q$  为  $2n \times 2n$  维的加权矩阵,  $R$  为  $n_c \times n_c$  维的加权矩阵。

根据最优控制理论, 式(4)取极小值时的最优解为:

$$F_c = -Ky(t), \quad K = R^{-1} b^T P \tag{5}$$

式中,  $P$  是 Ricatii 方程的解, Ricatii 方程为:

$$a^T P + Pa + Q - PbR^{-1} b^T P = 0 \tag{6}$$

# 2 小波尺度函数变换

对于 Daubechies 小波, 其尺度函数  $\phi_N(x)$  的支撑域为:

$$\text{Supp } \phi_N = [0, 2N - 1] \tag{7}$$

式中,  $N$  为大于 2 的指数。由 Daubechies 小波的生成规则, 可以在二分点  $x = 2^{-m}k$  上给出  $\phi_N(x)$  的函数值。定义小波尺度函数的基函数为:

$$\phi_{m,k}(x) = 2^{m/2} \phi_N(2^m x - k) \tag{8}$$

其相应的支撑域为  $\text{Supp } \phi_{m,k}(x) = [k2^{-m}, (k + 2N - 1)2^{-m}]$ 。对于任一函数  $f(x) \in [a, b]$ , 其小波尺度函数变换的展开式和展开系数分别如下:

$$f(x) \approx \sum_{k=k_1}^{k_2} a_{m,k} \phi_{m,k}(x) \tag{9}$$

$$a_{m,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \phi_{m,k} dx \tag{10}$$

式(9)中,  $k_1, k_2$  分别为与断点  $a, b$  值有关的数,  $k_1 = 2^m a - (2N - 1), k_2 = 2^m b$ 。取小波尺度函数的广义高斯积分, 对于三阶代数精度有:

$$\int_0^{2^{N-1}} f(x) \phi_N(x) dx = f(x_1^*) \tag{11}$$

式中,

$$x_1^* = \int_0^{2^{N-1}} x \phi_N(x) dx \tag{12}$$

由式(10) ~ (12), 式(9)可以化为如下形式:

$$f(x) \approx \sum_k 2^{-m/2} f\left(\frac{x_1^* + k}{2^m}\right) \phi_{m,k}(x) \tag{13}$$

式(13)对任意的连续函数及其函数的乘积等均成立,误差随分辨指标数  $m$  以指数  $2^{-(m+1/2)}$  衰减,具体误差估计可参考文献[5]。

### 3 基于小波理论的传感器设计<sup>[3]</sup>

考虑由矩形压电薄膜 PVDF 贴于桁架上而构成的传感器。设压电薄膜的长为  $l_s$ , 宽为  $b$ , 压电应力常数  $e_{31}$ , 拉伸方向与杆轴线一致, 则其输出电荷为:

$$q(t) = b \int_{l_s} e_{31} \frac{\partial u}{\partial x} dx \quad (14)$$

对于  $[0, l_s]$  区域, 其结点坐标为  $x_k = k2^{-m}l_s (k = 0, 1, 2, \dots, 2^m)$ , 应用式(13)可得<sup>[3]</sup>:

$$u(x, t) = u(0, t) + \sum_{j=1}^{2^m} H \left[ \frac{[x_1^*] + j}{2^m}, t \right] \phi_{\lambda}(2^m x + x_1^* - [x_1^*] - j) \quad (15)$$

式中  $[x_1^*]$  表示  $x_1^*$  的整数部分, 从而式(15)给出了由感应压电片识别出结构变形模式的直接计算式, 它没有遇到求逆矩阵过程中的奇异失效问题。

同理, 对于结点速度, 由式(15)可得:

$$\dot{u}(x, t) = \dot{u}(0, t) + \sum_{j=1}^{2^m} H \left[ \frac{[H_1^*] + j}{2^m}, t \right] \phi_{\lambda}(2^m x + x_1^* - [x_1^*] - j) \quad (16)$$

### 4 基于小波理论的致动器设计

取位移和速度信号的负反馈为控制律, 由式(1)得:

$$M\dot{x} + Kx = B \times F_c = B \times K_v \times V = -Gx^* - H\dot{x}^* \quad (17)$$

式中  $G$  和  $H$  为增益系数矩阵,  $x^*$  和  $\dot{x}^*$  分别为观测方式获得的位移和速度信号。式(17)给出了连续分布控制电压的方程。

应用式(13)得<sup>[3]</sup>:

$$\sum_{k=k_1}^{k_2} \{ B \times K_v \phi_{m,k}(x) \} V_k(t) = - \sum_{k=k_1}^{k_2} Gx^* k(t) \phi_{m,k}(x) - \sum_{k=k_1}^{k_2} H\dot{x}^* (t) \phi_{m,k}(x) \quad (18)$$

由于小波尺度变换能自动滤除高频信号, 即当分解水平指标  $m$  给定后, 高频信号将不会出现在尺度函数变换的重构函数中。上述过程中, 测量信号进行小波尺度函数变换, 设计控制器后, 高频振动信号就自动被滤除, 将不会出现观测溢出和控制溢出, 它们也没有耦合, 所以不会造成控制失稳现象。

## 5 算例

### 5.1 有限元建模、求解

如图1所示大型空间智能桁架结构, 底部固支, 另一端自由, 其结构尺寸为  $0.3m \times 0.3m \times 9m$ , 共有5根主动杆件, 389根普通杆件。从固支端向自由端在垂直于  $z$  轴的平面内沿逆时针方向从小到大依次编号(见图1), 共有124个节点。设各主动杆的性能相同, 等效压电应力常数为  $1746N/(V \cdot m)$ 。材料参数如表1所示。

参考文献[1], 主动杆的最优位置为 1-5, 2-5, 3-7, 2-7, 4-8(见图1)。若放置5根主动杆, 则以上位置可有效地控制前5阶模态。

分析上述模型的动力学特性, 结果如表2所示。

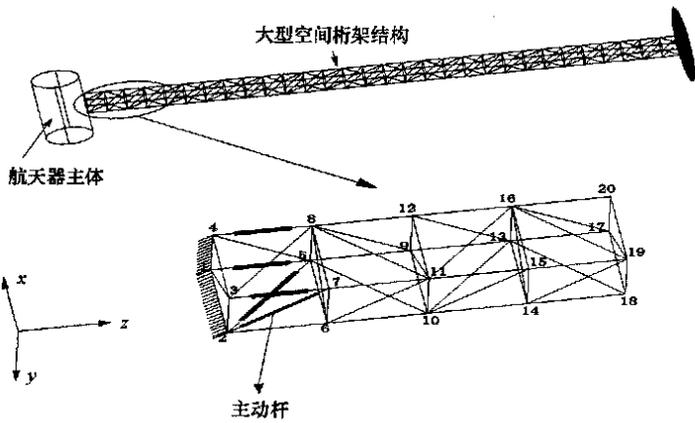


图 1 某大型空间智能桁架结构

Fig. 1 Large space smart truss structures

表 1 大型空间智能桁架结构模型参数

Tab. 1 Parameters of large space smart truss structures

杆件	数值	参数	密度 ( $\text{kg/m}^3$ )	弹性模量 ( $\text{GN/m}^2$ )	(等效) 截面积 ( $\text{e-}5\text{m}^2$ )
普通杆件(铝合金)			3100	72.7	6.9
主动杆			7600	63.0	8.1

表 2 大型空间智能桁架结构有限元计算结果

Tab. 2 FEM results of large space smart truss structures

阶数	固有频率(Hz)	振型
1	2.5181	x 方向一阶弯曲
2	2.6106	y 方向一阶弯曲
3	15.373	x 方向二阶弯曲
4	15.877	y 方向二阶弯曲
5	29.286	z 方向扭转

从模态特征看, 第 1、2 阶和第 3、4 阶为 2 个密频的模态, 代表一弯和二弯; 第 5 阶为绕 z 轴扭转, 它反映了空间结构的动力特型。

### 5.2 控制仿真结果

在节点 124 的 x 和 y 方向分别施加一个阶跃激励, 桁架将产生振动, 控制其前 5 阶模态。考察了节点 124 的 x 和 y 方向位移的阶跃响应(图 2、图 3) 以及各主动杆上的电压随时间变化曲线(图 4)。

## 6 结论

从仿真结果中可知, 大型空间桁架的振动大约在 5s 就可衰减下来, 而基于相同模型的文献[1]则需要 7.5s, 可见本文控制方法的效果十分明显。由于小波尺度函数逼近自动滤除了高频分量的能力, 将不会出现由观测溢出与控制溢出耦合造成的控制失稳现象, 克服了大型空间智能结构由于低频和密频特性带来的控制困难。

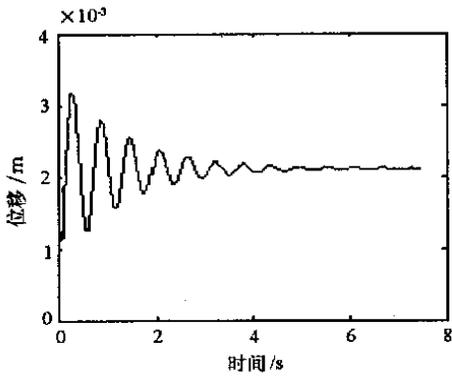


图2 节点124  $x$  位移随时间变化曲线  
Fig. 2 Step response of the node 124 along  $x$ -axis

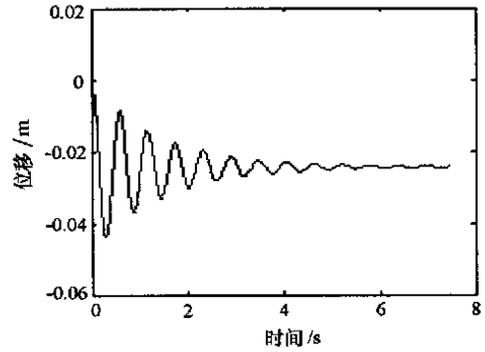
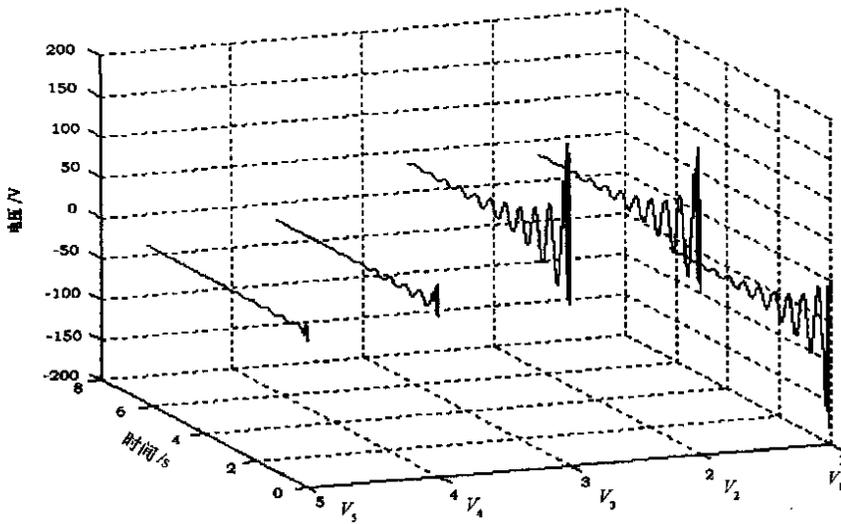


图3 节点124  $y$  位移随时间变化曲线  
Fig. 3 Step response of the node 124 along  $y$ -axis



$V_1, V_2, V_3, V_4, V_5$  分别为5根主动杆上所加的控制电压

图4 各主动杆上的控制电压随时间变化曲线

Fig. 4 Voltage-time curves of each active pole

## 参考文献:

- [1] 司洪伟, 李东旭. 大型空间智能桁架结构的模态控制研究[C]. 国防科技大学第二届研究生学术活动节论文集, 2002: 1-6.
- [2] 王大钧, 孙东昌. 压电智能结构的一种模态控制新方法[J]. 振动工程学报, 1997, 10(3): 280-286.
- [3] 周又和, 王记增. 基于小波理论的悬臂板压电动力控制模式[J]. 力学学报, 1998, 30(6): 719-727.
- [4] Yan, Y J, Yam L.H. Optimal Design of Number and Locations of Actuators in Active Vibration Control of a Space Truss [J]. Smart Mater. Struct. 2002, 11: 496-503.
- [5] 周又和, 王记增. 小波尺度函数计算的广义高斯积分法及其应用[J]. 物理数学学报, 1999, 19(3): 293-300.