

文章编号 :1001 - 2486(2003)04 - 0027 - 04

## 一种固定单站对运动辐射源的无源定位跟踪算法\*

李宗华,冯道旺,周一宇,孙仲康

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

**摘要** :首先提出了一种测量目标辐射源脉冲到达时间和到达方向实现固定单站对运动辐射源进行无源定位的算法,该算法克服了 EKF(扩展卡尔曼滤波)算法的一些缺点。另外给出了两种将该算法和卡尔曼滤波算法结合的改进方法,可以获得更优的定位效果。计算机仿真结果证明了上述两种方法是正确的。

**关键词** :无源定位,伪线性,扩展卡尔曼滤波,最小二乘

**中图分类号** :TN957      **文献标识码** :A

## An Algorithm of the Passive Location and Tracking for the Moving Emitter by a Single Fixed Observer

LI Zong-hua, FENG Dao-wang, ZHOU Yi-yu, SUN Zhong-kang

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** :An algorithm for the moving emitter passive location and tracking based on TOA and DOA measurements by a single fixed station is given. This algorithm has some great advantages over the extended Kalman filter(EKF). Furthermore, the two improved methods which combine this algorithm with Kalman filter can obtain better location performance. And the results of the computer simulation prove that they're good methods.

**Key words** :passive location, pseudo-linear, EKF, least square

无源定位具有隐蔽性强等特点,所以对雷达辐射源进行无源定位一直是一个备受关注的问题<sup>[1-5]</sup>,单站无源定位由于具有高度的独立性及免除了复杂的时间同步等优点而更加引人注目。尽管只测角(Bearing-only)就可以实现对运动辐射源的定位<sup>[2]</sup>,但是通过可观测性分析知道,只测角定位要求观测站自身运动而且必须有机动,所以要实现地面固定单观测站对运动辐射源的无源定位,就必须增加新的观测量。对脉冲辐射源,通过测量 TOA(到达时间)和 DOA(到达方向)可以实现对运动辐射源的定位,而且不需要观测站自身机动<sup>[1]</sup>。无源定位通常都是非线性问题,而对非线性滤波最经典的算法是 EKF(扩展卡尔曼滤波)。本文提出了一种伪线性滤波算法,通过测量目标辐射源的 TOA 和 DOA,可以实现固定单站对运动辐射源的快速定位。该算法收敛速度快,而且克服了 EKF 算法对目标初始状态假定精度敏感和容易发散的缺点。另外,本文提出了两种将伪线性算法和卡尔曼滤波算法结合使用的方法,通过计算机仿真证明了这两种方法都具有各自的优点。另外需要强调的是,本文提出的伪线性测量方程有利于进行测量 TOA 和 DOA 对运动目标进行无源定位的可观测性分析。

### 1 系统模型

为了便于表述,本文以二维为例来讨论问题,由于观测站固定在地面,二维条件下的结论很容易推广到三维情况中。假设辐射源辐射等周期(周期  $T_r$  恒定)的脉冲信号,由于一般得不到目标脉冲重复周期的准确值,所以将  $T_r$  也加入状态变量进行估计。观测站每接收  $N$  个脉冲做一次观测,则  $NT_r$  为采样间隔。以地面观测站对运动目标定位为研究对象,辐射源和观测站间的距离一般都很远,目标状态可以用带有一定加速度扰动的匀速运动描述。则目标状态方程为:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \mathbf{X}_k + \mathbf{W}_k \quad (1)$$

\* 收稿日期:2002-12-16  
基金项目:国家部委项目资助(41101030112)  
作者简介:李宗华(1974—),男,博士生。

其中  $\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & T\mathbf{I}_2 & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 2} & \mathbf{I}_3 & \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{W}_k$  为系统扰动白噪声且  $E[\mathbf{W}_k] = 0$   $E[\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_j] = \mathbf{Q}_k \delta_{j,k}$   $[x_0 \ v_0 \ v_x \ v_y \ r_0]^T$  和  $[x_k \ y_k \ v_x \ v_y \ r_k]^T$  分别为目标  $t_0$  和  $t_k$  时刻的状态变量, 观测站每接收  $N$  个脉冲观测一次, 则  $T = NT_r$  为观测间隔. 观测站固定于原点, 则辐射源到观测站的相对状态就是  $\mathbf{X}_k$ .

辐射源发射固定重频的脉冲信号, 以  $TOA_{k-1}$  和  $TOA_k$  分别表示观测站接收的第  $k-1$  组和第  $k$  组的  $N$  个脉冲到达时间. 辐射源运动造成两者间径向距离不断变化, 由于传播路径不同, 观测站  $TOA_k$  时刻收到  $N$  个脉冲时产生延迟  $(r_k - r_{k-1})/c$ , 由于  $(r_k - r_{k-1})/c \ll NT_r$ , 所以  $(r_k - r_{k-1})/c$  时间内引起的角度变化可以忽略 (其中  $c$  为光速,  $r_k$  为  $k$  时刻两者间径向距离), 可得测量方程:

$$\begin{cases} \beta_k = \arctan \frac{x_k}{y_k} = \arctan \left( \frac{x_0 + kTv_x}{y_0 + kTv_y} \right) \\ \tau_k = TOA_k - TOA_{k-1} = (r_k - r_{k-1})/c + NT_r \end{cases} \quad (2)$$

## 2 定位算法

### 2.1 伪线性定位算法

由系统模型可知:

$$r_{k-1} = [(x_k - Tv_x)^2 + (y_k - Tv_y)^2]^{1/2} = \left\{ (x_k^2 + y_k^2) \left[ 1 - \frac{2T(x_kv_x + y_kv_y)}{r_k^2} + \frac{T^2(v_x^2 + v_y^2)}{r_k^2} \right] \right\}^{1/2} \quad (3)$$

由于  $v_x T \ll r_k$  和  $v_y T \ll r_k$  (因为目标距离都很远, 而目标速度有限), 可忽略二次项, 并由  $(1-x)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \dots$  得

$$r_{k-1} \approx (x_k^2 + y_k^2)^{1/2} \left[ 1 - \frac{2T}{r_k} (v_x \sin \beta_k + v_y \cos \beta_k) \right] \approx r_k \left[ 1 - \frac{T}{r_k} (v_x \sin \beta_k + v_y \cos \beta_k) \right] \quad (4)$$

所以有  $r_k - r_{k-1} \approx T(v_x \sin \beta_k + v_y \cos \beta_k)$  (5)

由于随着目标辐射源的运动,  $k-1$  时刻到  $k$  时刻的角度  $\beta$  是不断变化的, 特取

$$r_k - r_{k-1} \approx T \left[ v_x \left( \frac{\sin \beta_k + \sin \beta_{k-1}}{2} \right) + v_y \left( \frac{\cos \beta_k + \cos \beta_{k-1}}{2} \right) \right] \quad (6)$$

(6)式代入(2)式得

$$\tau_k \approx \frac{T}{2c} [v_x (\sin \beta_k + \sin \beta_{k-1}) + v_y (\cos \beta_k + \cos \beta_{k-1})] + NT_r \triangleq g_{2k}(\mathbf{X}_0) \quad (7)$$

再由测量方程式(2)中方位角  $\beta$  的测量关系可得

$$0 = \cos \beta_k x_0 + kT \cos \beta_k v_x - \sin \beta_k y_0 - kT \sin \beta_k v_y \triangleq g_{1k}(\mathbf{X}_0) \quad (8)$$

将(7)式和(8)式联立, 并考虑到通过观测只能得到测量值, 从而得到伪线性测量方程:

$$\mathbf{Z}_{mk} = \mathbf{C}_k \mathbf{X}_0 + \mathbf{N}_k \quad (9)$$

其中  $\mathbf{Z}_{mk} = [g_{1mk}(\mathbf{X}_0) \ g_{2mk}(\mathbf{X}_0)]^T$ ,  $\mathbf{N}_k = [n_{1k} \ n_{2k}]^T$  是测量误差,

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} \cos \beta_{mk} & -\sin \beta_{mk} & kT \cos \beta_{mk} & -kT \sin \beta_{mk} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(\sin \beta_{mk} + \sin \beta_{mk-1})T}{2c} & \frac{(\cos \beta_{mk} + \cos \beta_{mk-1})T}{2c} & 1 \end{bmatrix}$$

变量中的下标  $m$  代表是测量值. 假设测量得到的  $\tau_{mk}$  和  $\beta_{mk}$  都有误差  $\delta\tau_k$ 、 $\delta\beta_k$ , 这些误差相互独立并且都是零均值高斯白噪声, 它们的方差分别是  $\sigma_\beta^2$  和  $\sigma_\tau^2$ . 所以有

$$n_{1k} = \frac{\partial g_{1mk}}{\partial \beta_{mk}} \delta\beta_k + \frac{\partial g_{1mk}}{\partial \tau_{mk}} \delta\tau_k \quad \text{和} \quad n_{2k} = \frac{\partial g_{2mk}}{\partial \beta_{mk}} \delta\beta_k + \frac{\partial g_{2mk}}{\partial \beta_{mk-1}} \delta\beta_{k-1} + \frac{\partial g_{2mk}}{\partial \tau_{mk}} \delta\tau_k$$

则测量噪声协方差阵为

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbb{E}[\mathbf{N}_k \mathbf{N}_k^T] = \begin{bmatrix} \mathbb{E}[n_{1k} n_{1k}] & \mathbb{E}[n_{1k} n_{2k}] \\ \mathbb{E}[n_{2k} n_{1k}] & \mathbb{E}[n_{2k} n_{2k}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^2 \sigma_\beta^2 & -AB\sigma_\beta^2 \\ -AB\sigma_\beta^2 & (B^2 + C^2)\sigma_\beta^2 + \sigma_\tau^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中

$$A = x_0 \sin \beta_{mk} + kT v_x \sin \beta_{mk} + y_0 \cos \beta_{mk} + kT v_y \cos \beta_{mk}$$

$$B = \frac{T}{2C} (v_x \cos \beta_{mk} - v_y \sin \beta_{mk}), \quad C = \frac{T}{2C} (v_x \cos \beta_{mk-1} - v_y \sin \beta_{mk-1})$$

显然式(9)构成了测量量  $\tau$  和  $\beta$  与目标状态之间的伪线性方程,通过多次观测就可以利用最小二乘递推算法对目标初始状态  $\mathbf{X}_0$  进行估计。根据每个时刻  $k$  得到的初始状态  $\mathbf{X}_0$  可以估计第  $k$  时刻目标的运动状态,从而实现对目标的定位跟踪。下面给出最小二乘递推算法(RLS),令  $\hat{\mathbf{X}}_{0k}$  为 RLS 算法第  $k$  时刻对目标状态  $\mathbf{X}_0$  的估计,  $\tilde{\mathbf{P}}_k$  为  $\hat{\mathbf{X}}_{0k}$  的误差协方差阵,  $\tilde{\mathbf{K}}_k$  为 RLS 算法第  $k$  时刻的增益,则有

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{K}}_{k+1} = \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{C}_k^T [\mathbf{C}_k \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{C}_k^T + \tilde{\mathbf{R}}_k]^{-1} & \hat{\mathbf{X}}_{0k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{0k} + \tilde{\mathbf{K}}_{k+1} [\mathbf{Z}_{mk} - \mathbf{C}_k \hat{\mathbf{X}}_{0k}] \\ \tilde{\mathbf{P}}_{k+1} = [\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{K}}_{k+1} \mathbf{C}_k] \tilde{\mathbf{P}}_k \end{cases} \quad (11)$$

为了得到  $\mathbf{X}_0$  的初始估计,分别在  $t_0$  和  $t_1$  两个时刻对目标辐射源进行观测,得到测量方程组:

$$\mathbf{Z}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{m0} \\ \mathbf{Z}_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0 \\ \mathbf{C}_1 \end{bmatrix} \mathbf{X}_0 + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_0 \\ \mathbf{N}_1 \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{\Gamma}_{0,1} \mathbf{X}_0 + \mathbf{N} \approx \mathbf{\Gamma}_{0,1} \mathbf{X}_0 \quad (12)$$

则  $\hat{\mathbf{X}}_{00} = \mathbf{\Gamma}_{0,1}^{-1} \mathbf{Z}_m$  ( $\mathbf{\Gamma}_{0,1}$  可逆的条件是系统满足可观测条件,而系统的可观测条件需要另外专门进行讨论,这里认为系统满足可观测条件),可令  $\tilde{\mathbf{P}}_0$  等于一个较大的标量乘一个单位矩阵。

### 2.2 EKF 定位算法

EKF 算法是经典的非线性滤波算法,为了与本文的伪线性定位算法进行仿真比较,我们给出测量 TOA 和 DOA 定位的扩展卡尔曼(EKF)滤波算法。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \mathbf{\Phi}_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1} & \mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{\Phi}_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{\Phi}_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_k \\ \hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})] & \mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \end{cases} \quad (13)$$

其中  $\mathbf{h}(\mathbf{X})$  为式(2)的非线性方程,  $\mathbf{H}_k$  是 Jacobin 矩阵,  $\mathbf{R}_k = \text{diag}[\sigma_\beta^2, \sigma_\tau^2]$ ,  $\mathbf{Z}_k = [\beta_k, \tau_k]^T$ 。

### 3 算法仿真

为了验证上述算法的性能,下面进行计算机仿真试验。仿真场景是观测站固定于原点,目标辐射源作匀速直线运动。实验条件:辐射源起始位置  $x_0 = 160\text{km}$ ,  $y_0 = 80\text{km}$ ,运动状态  $v_x = -300\text{m/s}$ ,  $v_y = 100\text{m/s}$ ,加速度扰动噪声方差为  $\sigma_{wx} = \sigma_{wy} = 1\text{m/s}^2$ ,辐射源脉冲周期  $T_r = 1\text{ms}$ ,采样脉冲数  $N = 1000$ 。观测站位于坐标原点,角度和时间测量精度分别为  $\sigma_\beta = 5\text{mrad}$ ,  $\sigma_\tau = 10\text{ns}$ 。分别采用伪线性算法和 EKF 滤波算法对目标进行定位跟踪,并做 100 次 Monte-Carlo 仿真,仿真结果见图 1。

从图 1 可以看出,采用伪线性算法比 EKF 算法收敛更快,而且伪线性算法可以直接获得目标的初始状态,相反 EKF 算法需要假定目标初始状态。通过多次仿真发现 EKF 算法对初始状态假定的精度非常敏感,即初始状态假定准确,则 EKF 定位收敛快一些,反之收敛更慢。由于无源定位无法实现直接测距,所以对目标初始状态的假定精度都不会高。但是从图 1 也可以看出,当算法收敛稳定后,伪线性定位精度不如 EKF 定位精度高,这是由于伪线性算法具有估计有偏的共同特点<sup>[4]</sup>。针对伪线性算法和卡尔曼滤波算法的特点,可以做进一步改进,即将两者结合使用,考虑下面两种方法。

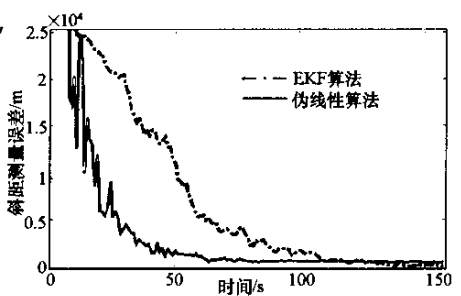


图 1 EKF 和伪线性算法定位跟踪比较  
Fig. 1 Comparison of location and tracking based on EKF and Pseudo-linear algorithm

改进方法一:通常情况下, EKF 算法在收敛趋于平稳后其性能还是比较稳定而且滤波精度更高。根据两种算法的优缺点,不妨利用伪线性算法先对目标状态进行

估计,等收敛平稳后再将当前的目标状态估计与协方差矩阵作为初值带入 EKF 滤波算法,继续对目标进行定位跟踪。估计收敛稳定的判定标准是状态估计误差协方差  $\tilde{P}_k$  低于一定门限,门限的取值需要根据具体情况而定。假设在时刻  $l$ ,  $\tilde{P}_l$  满足收敛稳定条件,则将此时伪线性估计结果  $\hat{X}_l$  和  $\tilde{P}_l$  作为初始状态代入 EKF 算法作进一步定位跟踪滤波。再次做计算机仿真,仿真条件与前面的相同,情况 1 是整个定位过程均采用 EKF 算法,情况 2 是先采用伪线性算法作初始估计,然后利用 EKF 算法对目标继续定位跟踪,仿真结果如图 2。从仿真结果可以看出后者显然优于前者,并且同时具有收敛速度快和定位精度高的优点。

改进方法二:在每个时刻  $k$  经过伪线性算法得到目标状态的基础上对数据做进一步平滑处理,即  $\hat{X}_k$  和  $\tilde{P}_k$  分别作为测量矢量和测量误差方阵代入线性卡尔曼滤波器,对状态矢量作滤波处理得到最终的状态滤波值  $\hat{X}_{k|k}$ 。与前面的条件相同,再做定位跟踪实验,图 3 所示的仿真结果显示了两种不同改进方法的定位跟踪性能,从图 3 可以看出:

(1) 两种方法定位跟踪性能总体上比较接近,收敛特性都较好;

(2) 方法二收敛始终比较平稳,而方法一在初始阶段收敛抖动较大,但后者最终的定位精度更高。

方法二始终对伪线性的定位结果进行线性平滑,所以收敛更加平稳,但是由于伪线性算法提供的结果始终具有有偏性,所以最后的定位精度比方法一要低一些,具体使用哪种方案可以根据需求而定。

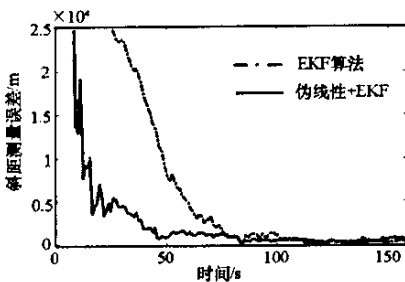


图 2 EKF 和改进方法一的定位跟踪比较

Fig. 2 Comparison of location and tracking based on EKF and the first improve method

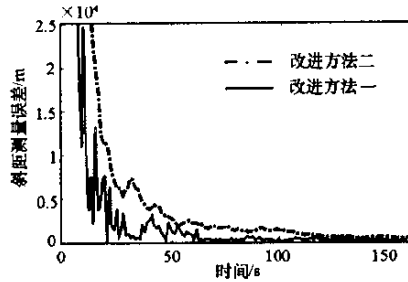


图 3 两种改进方法的定位跟踪比较

Fig. 3 Comparison of location and tracking based on two different improve methods

本文提出的算法具有良好的性能,而其实现必须有高精度的测量参数作保证。依据现有条件,角度和到达时间参数测量精度分别达到本文仿真条件需要的 5mrad 和 10ns 是可以的。当然,为了进一步提高定位性能,探讨高精度的参数测量方法仍然是今后需要继续研究的课题。

## 4 结论

本文首先提出了一种测量脉冲到达时间和到达方向对运动目标进行无源定位跟踪的伪线性算法,该算法收敛速度快而且克服了 EKF 算法的一些缺点。另外,本文进一步提出将该算法和卡尔曼滤波器结合使用的两种方法,最后给出了计算机仿真结果。本文的研究方法和结论对其它类型的无源定位问题同样具有借鉴作用。

## 参考文献:

- [1] 孙仲康,周一宇,何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京:国防工业出版社,1996.
- [2] Nardone S C, Aidala V J. Observability Criteria for Bearing-only Target Motion Analysis[J]. IEEE Tran. on Aerospace and Elec. System, 1981, 17(2): 162 - 166.
- [3] Le Cadre J P, Jauffret C. On the Convergence of Iterative Methods for Bearing-only Tracking[J]. IEEE Tran. on Aerospace and Elec. System, 1999, 35(3): 801 - 817.
- [4] Aidala V J, Nardone S C. Biased Estimation Properties of the Pseudo-linear Tracking Filter[J]. IEEE Tran. on Aerospace and Elec. System, 1982, 18(4): 432 - 441.
- [5] Aidala V J. Kalman Filter Behavior in Bearing-only Tracking Applications[J]. IEEE Tran. on Aerospace and Elec. System, 1979, 15(1): 29 - 39.



