

文章编号: 1001 - 2486(2003)04- 0031 - 07

稳健的数字 IIR 滤波器设计*

李峥嵘, 桑怀胜, 王飞雪, 雍少为

(国防科技大学 ATR 重点实验室, 湖南 长沙 410073)

摘要: 利用级联型模拟椭圆滤波器设计方法、双线性模拟—数字滤波器变换方法和数字滤波器频带变换方法, 设计了一种简便、稳健的级联型数字 IIR 滤波器。通过设定合理的频带变换参数, 保证了该滤波器的稳定性; 通过采用经验最优零、极点组织零、极点配对方法, 可使该滤波器内部幅度限最小。最后给出了一个级联型数字椭圆带阻滤波器的设计实例。

关键词: 稳健的; 数字 IIR 滤波器; 稳定性; 经验最优零、极点组织方法

中图分类号: TN713 文献标识码: A

The Design of the Robust Digital IIR Filters

LI Zheng-rong, SANG Hua-sheng, WANG Fei-xue, YONG Shao-wei

(ATR Lab, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: By using the analog cascade elliptic filters design method, and the bilinear method of transforming analog filters to digital filters, and the frequency transformation method of digital filters, a simple robust cascading digital IIR filter is designed. The stability of this filter can be assured by setting rational frequency transformation parameters. The internal magnitude bound of this filter can be minimized by using an empirical optimal method of poles and zeros organization. At the end of this paper, an example of designing a cascading digital elliptic band stop filter is provided.

Key words: robust; digital IIR filters; stability; an empirical optimal method of poles and zeros organization

数字 IIR 滤波器具有良好的幅频响应特性, 被广泛应用于通信、控制、生物医学、振动分析、雷达和声纳等领域^[1]。从滤波器实现来看, 数字 IIR 滤波器有直接型、级联型、并联型和格型等基本网络结构类型。在各种数字 IIR 滤波器结构中, 级联型滤波器结构一方面由于各级之间相互不影响, 便于准确实现滤波器零、极点和调整滤波器频率响应性能; 另一方面由于各级极点密集度小, 滤波器性能受滤波器系数量化的影响小, 因此倍受关注^[2]。

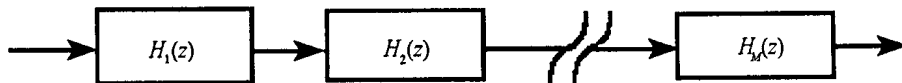


图 1 数字级联 IIR 滤波器结构

Fig. 1 Structure of a digital cascading IIR filter

偶数阶级联型数字 IIR 滤波器由若干二阶实系数数字滤波器以级联形式组成, 奇数阶级联型 IIR 滤波器通常由一个一阶实系数数字滤波器和若干二阶实系数数字滤波器以级联形式组成, 具体如图 1 所示。一阶和二阶数字 IIR 子滤波器采用如图 2 所示的直接型网络结构, 这样可以保证所需的存储器数量最少。直接设计满足指标要求的级联型 IIR 数字滤波器比较困难, 可以采用先设计满足指标要求的模拟低通原型滤波器, 然后利用模拟—数字滤波器变换和数字滤波器频带变换得到数字 IIR 滤波器的间接设计方法进行设计。但是在这种间接设计方法中, 必须考虑如下问题:

- 设计出的滤波器必须满足性能指标要求;

* 收稿日期: 2003-03-02
基金项目: 国家部委项目资助(D99-21)
作者简介: 李峥嵘(1970—), 男, 博士生。

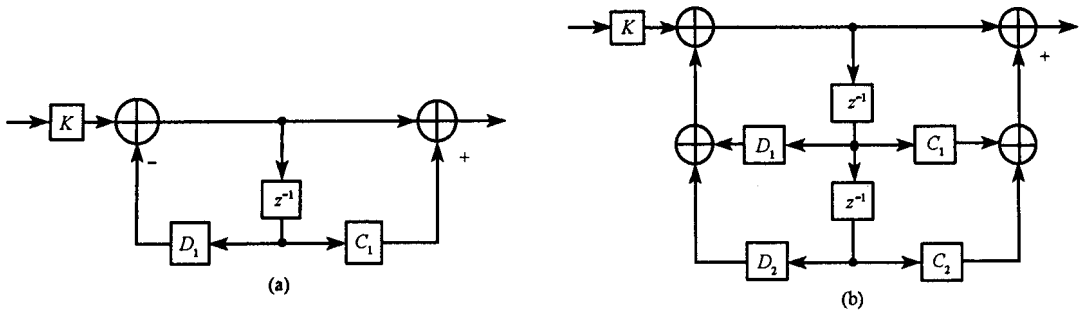


图 2 一、二阶 IIR 数字子滤波器结构

Fig. 2 Structure of first-order and second-order IIR subfilters

- 为便于设计, 尽量采用闭合表达式或便于计算机计算的表达式;
- 充分考虑各种参量的影响, 确保设计的滤波器具有较好的稳定性。

根据上述考虑, 本文以级联型数字椭圆滤波器设计为例, 给出了一种稳健的数字 IIR 滤波器设计方法。该设计方法首先根据 Antoniou 提供的模拟椭圆滤波器设计方法和双线性模拟—数字滤波器变换方法, 设计出满足性能指标要求的数字低通滤波器。此数字低通滤波器的系数只与滤波器设计性能有关, 可通过一些闭合表达式和级数计算出来, 大大简化了设计复杂性。然后利用数字滤波器频带变换方法, 将数字低通滤波器变换为满足频率响应特性要求的数字滤波器。在数字滤波器频带变换中, 首先着重分析了频带变换参数对滤波器稳定性的影响, 给出了保证滤波器稳定的方法; 然后以数字带阻滤波器设计为例, 给出了数字滤波器频带变换和将一个四阶子滤波器变换为二组二阶子滤波器级联的方法; 最后从级联滤波器级间电平调整 (scaling) 出发, 分析了零、极点配对对滤波器内部幅度限 (internal magnitude bound) 的影响, 提出了一种数字滤波器经验最优零、极点组织方法。文章最后给出了一个级联型数字椭圆带阻滤波器的设计实例。

1 数字低通滤波器设计

1.1 级联型模拟椭圆滤波器

在选择性因子等于 K 、最大通带纹波等于 R_p dB、最小阻带衰减等于 A_s dB、截止频率等于 Ω_c 时, 利用 Antoniou 的椭圆模拟低通滤波器设计方法^[3]设计的模拟低通滤波器传递函数为

$$H_a(S) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}} \prod_{i=1}^{N/2} \frac{1+A_{2i}s^2}{1+C_{1i}s+C_{2i}s^2}, & N \text{ 为偶数} \\ \frac{1}{1+\frac{1}{\Omega_c\sigma_0}s} \prod_{i=1}^{(N-1)/2} \frac{1+A_{2i}s^2}{1+C_{1i}s+C_{2i}s^2}, & N \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (1)$$

其中 $A_{2i} = \Omega_c^2/\Omega_i^2$, $C_{1i} = 2\sigma_0 V_i / [(\sigma_0^2 + \Omega_i^2)\Omega_c]$, $C_{2i} = (1 + \sigma_0^2 \Omega_i^2) / [(\sigma_0^2 + \Omega_i^2)\Omega_c^2]$ 。

另外, ϵ 、 N 、 σ_0 、 Ω_i 、 V_i 的定义可参看文献[3]中的(5.45)~(5.58)式。通常情况下, 文献[3]中的(5.51)式和(5.53)式的级数取 3~4 阶即可满足精度要求。因此, 上述方法避免了计算第一类椭圆积分和雅可比椭圆函数值, 大大减小了设计复杂性。对巴特沃思模拟低通滤波器和契比雪夫模拟低通滤波器, 可参考文献[4]~[6]得到类似结果。

1.2 双线性变换法模拟—数字滤波器变换

参考文献[2]中表 5-1, 利用双线性变换法, 可将(1)式中一阶模拟子滤波器变换为截止频率为 ω_c 的一阶数字子滤波器, 其传递函数为

$$H_1(z) = K_1 \frac{1+z^{-1}}{1+B_1z^{-1}} \quad (2)$$

其中 $K_1 = \sigma_0 \tan(\omega_c/2) / [\sigma_0 \tan(\omega_c/2) + 1]$, $B_1 = [\sigma_0 \tan(\omega_c/2) - 1] / [\sigma_0 \tan(\omega_c/2) + 1]$ 。

同理, 可将(1) 式中第 i 级二阶模拟子滤波器变换为截止频率为 ω_c 的二阶数字子滤波器, 其传递函数为

$$H_{2i}(z) = K_{2i} \frac{1 + A_{1i}z^{-1} + z^{-2}}{1 + B_{1i}z^{-1} + B_{2i}z^{-2}} \quad (3)$$

其中

$$K_{2i} = \frac{(\sigma_0^2 + \Omega_i^2)(\tan^2(\omega_c/2) + \Omega_i^2)}{(\sigma_0^2 + \Omega_i^2)\tan^2(\omega_c/2) + 2\tan(\omega_c/2)\sigma_0 V_i + (1 + \sigma_0^2\Omega_i^2)}$$

$$A_{1i} = \frac{2[\tan^2(\omega_c/2) - \Omega_i^2]}{\tan^2(\omega_c/2) + \Omega_i^2}$$

$$B_{1i} = \frac{2[(\sigma_0^2 + \Omega_i^2)\tan^2(\omega_c/2) - (1 + \sigma_0^2\Omega_i^2)]}{(\sigma_0^2 + \Omega_i^2)\tan^2(\omega_c/2) + 2\tan(\omega_c/2)\sigma_0 V_i + (1 + \sigma_0^2\Omega_i^2)}$$

$$B_{2i} = \frac{(\sigma_0^2 + \Omega_i^2)\tan^2(\omega_c/2) - 2\tan(\omega_c/2)\sigma_0 V_i + (1 + \sigma_0^2\Omega_i^2)}{(\sigma_0^2 + \Omega_i^2)\tan^2(\omega_c/2) + 2\tan(\omega_c/2)\sigma_0 V_i + (1 + \sigma_0^2\Omega_i^2)}$$

由(2) 式和(3) 式可以看出, 一阶和二阶数字子滤波器系数可以直接由文献[3] 中的(5.45) ~ (5.58) 式通过计算得到, 并且系数与模拟截止频率 Ω_c 无关。因此, 上述数字低通滤波器的设计方法避免了模拟低通滤波器的设计, 简化了设计过程。

2 数字滤波器频带变换

2.1 数字频带变换原理

数字频带变换的基本原理是利用一定的变换关系, 将原型数字低通滤波器变换为与原型滤波器具有相同通带和阻带特性的低通、高通、带通和带阻数字滤波器, 具体频带变换关系如表 1 所示^[7]。

表 1 数字滤波器频带变换方法(原型数字低通滤波器截止频率为 ω_{c0})

Tab. 1 Frequency transformation methods of digital filters (ω_{c0} is the cutoff frequency of lowpass digital prototype)

变换类型	变换	参数
低通	$z^{-1} \rightarrow \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}$	$\alpha = \sin[(\omega_{c0} - \omega_c)/2]/\sin[(\omega_{c0} + \omega_c)/2]$ 其中 ω_c 为新滤波器截止频率
高通	$z^{-1} \rightarrow -\frac{z^{-1} + \alpha}{1 + \alpha z^{-1}}$	$\alpha = -\cos[(\omega_{c0} \pm \omega_c)/2]/\cos[(\omega_{c0} \mp \omega_c)/2]$
带通	$z^{-1} \rightarrow -\frac{z^{-2} - \beta_1 z^{-1} + \beta_2}{\beta_2 z^{-2} - \beta_1 z^{-1} + 1}$	$\alpha = \cos[(\omega_H + \omega_L)/2]/\cos[(\omega_H - \omega_L)/2]$ $\beta_1 = 2\alpha k/(k+1), \beta_2 = (k-1)/(k+1)$ $k = \tan[\omega_{c0}/2]/\tan[(\omega_H - \omega_L)/2]$ 其中 ω_H, ω_L 为上、下截止频率
带阻	$z^{-1} \rightarrow \frac{z^{-2} - \beta_1 z^{-1} + \beta_2}{\beta_2 z^{-2} - \beta_1 z^{-1} + 1}$	$\alpha = \cos[(\omega_H + \omega_L)/2]/\cos[(\omega_H - \omega_L)/2]$ $\beta_1 = 2\alpha/(k+1), \beta_2 = (1-k)/(1+k)$ $k = \tan[(\omega_H - \omega_L)/2]/\tan[\omega_{c0}/2]$

2.2 频带变换参数对滤波器稳定性的影响

针对表 1 中低通—高通变换时的正负符号的选取问题(实际上是是否用 $1/\alpha$ 代替 α 的问题), Bose 指出, 用 $1/\alpha$ 代替 α 不会改变滤波器的幅频响应, 但是会对滤波器的稳定性产生影响^[7]。然而, Bose 并没有给出如何正确选取正负号才能使滤波器保持稳定的方法。

设 α_0, β_0 是原型数字级联低通滤波器的第 i 个极点和零点, 对应传递函数为

$$H_i(z^{-1}) = \frac{1 - \beta_0 z^{-1}}{1 - \alpha_0 z^{-1}} \quad (4)$$

通过高通变换后, 传递函数为

$$H_{i-hf}(z^{-1}) = H_i(z^{-1}) \Big|_{z^{-1} \rightarrow \frac{z^{-1} + \alpha}{1 + \alpha z^{-1}}} = \frac{1 + \beta_0 \alpha + (\beta_0 + \alpha) z^{-1}}{1 + \alpha_0 \alpha + (\alpha_0 + \alpha) z^{-1}} \quad (5)$$

相应高通滤波器的极点为

$$z_{pi} = \frac{\alpha_0 + \alpha}{1 + \alpha_0 \alpha} \quad (6)$$

因此高通滤波器稳定的充要条件是

$$\left| \frac{\alpha_0 + \alpha}{1 + \alpha_0 \alpha} \right| \leq 1 \quad (7)$$

当存在单位圆外的极点, 即 $\left| \frac{\alpha_0 + \alpha}{1 + \alpha_0 \alpha} \right| > 1$ 时, 在(5)式中用 $1/\alpha$ 代替 α , 则高通滤波器传递函数为

$$H'_{i-hf}(z^{-1}) = H_i(z^{-1}) \Big|_{z^{-1} \rightarrow \frac{z^{-1} + 1/\alpha}{1 + 1/\alpha z^{-1}}} = \frac{\beta_0 + \alpha + (1 + \beta_0 \alpha) z^{-1}}{\alpha_0 + \alpha + (1 + \alpha_0 \alpha) z^{-1}} \quad (8)$$

相应高通滤波器的极点为

$$z'_{pi} = \frac{1 + \alpha_0 \alpha}{\alpha_0 + \alpha} \quad (9)$$

因此, 该极点位于单位圆内。另外可以证明

$$|H'_{i-hf}(e^{j\omega})|^2 = \frac{(\alpha + \beta_0)^2 + (\alpha\beta_0 + 1)^2 + 2(\alpha + \beta_0)(\alpha\beta_0 + 1)\cos\omega}{(\alpha + \alpha_0)^2 + (\alpha\alpha_0 + 1)^2 + 2(\alpha + \alpha_0)(\alpha\alpha_0 + 1)\cos\omega} = |H_{i-hf}(e^{j\omega})|^2 \quad (10)$$

因此, 当存在单位圆外的极点时, 将变换关系(5)式中的 α 用 $1/\alpha$ 代替, 可以保持幅度响应不变, 同时能使新滤波器保持稳定。

2.3 利用数字滤波器频带变换设计数字带阻滤波器

在数字滤波器低通—带阻的频带变换中, 需要将一阶和二阶数字子滤波器变换为二阶和四阶子滤波器。利用带阻变换公式, 将(2)式中的一阶数字滤波器变换为二阶数字滤波器后, 得到相应的传递函数为

$$H_{BS-2}(z) = K \frac{1 + C_1 z^{-1} + z^{-2}}{1 + D_1 z^{-1} + D_2 z^{-2}} \quad (11)$$

其中 $K = K_1(1 + \beta_2)/(1 + \beta_2 B_1)$, $C_1 = -2\beta_1/(1 + \beta_2)$, $D_1 = -\beta_1(1 + B_1)/(1 + \beta_2 B_1)$, $D_2 = (\beta_2 + B_1)/(1 + \beta_2 B_1)$ 。

为了分析方便, 将(3)式写成统一形式

$$H_2(z) = K_2 \frac{1 + A_1 z^{-1} + z^{-2}}{1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2}} \quad (12)$$

利用带阻变换公式, 将(12)式中的二阶子滤波器变换为四阶子滤波器后, 相应的传递函数为

$$H_{BS-4}(z) = K \frac{1 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + C_3 z^{-3} + z^{-4}}{1 + D_1 z^{-1} + D_2 z^{-2} + D_3 z^{-3} + D_4 z^{-4}} \quad (13)$$

其中

$$K = K_2(1 + A_1 \beta_2 + \beta_2^2)/(1 + B_1 \beta_2 + B_2 \beta_2^2)$$

$$C_1 = C_3 = -\beta_1(1 + \beta_2)(2 + A_1)/(1 + A_1 \beta_2 + \beta_2^2)$$

$$C_2 = A_1(1 + \beta_1^2 + \beta_2^2) + 4\beta_2 + 2\beta_1^2/(1 + A_1 \beta_2 + \beta_2^2)$$

$$D_1 = -\beta_1(2 + 2B_2 \beta_2 + B_1 \beta_2 + B_1)/(1 + B_1 \beta_2 + B_2 \beta_2^2)$$

$$D_2 = [2B_2 \beta_2 + B_2 \beta_1^2 + 2\beta_2 + \beta_1^2 + B_1(\beta_1^2 + \beta_2^2 + 1)]/(1 + B_1 \beta_2 + B_2 \beta_2^2)$$

$$D_3 = -\beta_1(2\beta_2 + 2B_2 + B_1 \beta_2 + B_1)/(1 + B_1 \beta_2 + B_2 \beta_2^2)$$

$$D_4 = (\beta_2^2 + B_1 \beta_2 + B_2)/(1 + B_1 \beta_2 + B_2 \beta_2^2)$$

在设计滤波器时, 需要将四阶数字滤波器变换为两组二阶数字滤波器的级联, 即

$$\frac{1 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + C_3 z^{-3} + z^{-4}}{1 + D_1 z^{-1} + D_2 z^{-2} + D_3 z^{-3} + D_4 z^{-4}} = \frac{(1 + c_1 z^{-1} + z^{-2})(1 + c_2 z^{-1} + z^{-2})}{(1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2})(1 + d_3 z^{-1} + d_4 z^{-2})} \quad (14)$$

利用一元二次方程解与系数的关系可解得 c_1, c_2 为^[8]

$$c_1, c_2 = \frac{C_1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{C_1^2 - 4C_2 + 8} \quad (15)$$

可利用一元四次方程

$$x^4 + D_1 x^3 + D_2 x^2 + D_3 x + D_4 = 0 \quad (16)$$

解与系数的关系求解 d_1, d_2, d_3, d_4 。

首先构造一元三次方程为

$$y^3 - D_2 y^2 + (D_1 D_3 - 4D_4)y - D_1^2 D_4 + 4D_2 D_4 - D_3^2 = 0 \quad (17)$$

利用一元三次方程的解法, 可得方程(17)的一实根为

$$y_0 = \frac{D_2}{3} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \quad (18)$$

其中

$$p = -D_2^2/3 + D_1 D_3 - 4D_4$$

$$q = -2D_2^3/27 + D_2(D_1 D_3 - 4D_4)/3 - D_1^2 D_4 + 4D_2 D_4 - D_3^2$$

参考文献[8], 利用一元四次方程解与系数的关系可得 d_1, d_2, d_3, d_4 的解如下:

当 $D_1 y_0 - 2D_3 > 0$ 时

$$\begin{cases} d_1 = (D_1 + \sqrt{D_1^2 - 4D_2 + 4y_0})/2 \\ d_2 = (y_0 + \sqrt{y_0^2 - 4D_4})/2 \\ d_3 = (D_1 - \sqrt{D_1^2 - 4D_2 + 4y_0})/2 \\ d_4 = (y_0 - \sqrt{y_0^2 - 4D_4})/2 \end{cases} \quad (19)$$

当 $D_1 y_0 - 2D_3 \leq 0$ 时

$$\begin{cases} d_1 = (D_1 + \sqrt{D_1^2 - 4D_2 + 4y_0})/2 \\ d_2 = (y_0 - \sqrt{y_0^2 - 4D_4})/2 \\ d_3 = (D_1 - \sqrt{D_1^2 - 4D_2 + 4y_0})/2 \\ d_4 = (y_0 + \sqrt{y_0^2 - 4D_4})/2 \end{cases} \quad (20)$$

2.4 经验最优零、极点组织方法

采用(18)~(20)式的方法将四阶数字滤波器传递函数变为(14)式的形式后, 需要对两对共轭零点和两对共轭极点进行配对。从级联滤波器级间电平调整考虑, 经验表明, 各级子滤波器的极点应当尽量靠近其零点, 这样可保证其内部幅度限最大值最小^[1], 即最大值最小化准则。根据最大值最小化准则, 可以得到数字滤波器经验最优零、极点组织方法。

对应于两对共轭零点 (z_1, z_1^*) 、 (z_2, z_2^*) 和两对共轭极点 (p_1, p_1^*) 、 (p_2, p_2^*) , 存在两种不同零、极点配对形式:

$$\frac{1 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + C_3 z^{-3} + z^{-4}}{1 + D_1 z^{-1} + D_2 z^{-2} + D_3 z^{-3} + D_4 z^{-4}} = \frac{1 + c_1 z^{-1} + z^{-2}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}} \cdot \frac{1 + c_2 z^{-1} + z^{-2}}{1 + d_3 z^{-1} + d_4 z^{-2}} \quad (21)$$

$$\frac{1 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + C_3 z^{-3} + z^{-4}}{1 + D_1 z^{-1} + D_2 z^{-2} + D_3 z^{-3} + D_4 z^{-4}} = \frac{1 + c_2 z^{-1} + z^{-2}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}} \cdot \frac{1 + c_1 z^{-1} + z^{-2}}{1 + d_3 z^{-1} + d_4 z^{-2}} \quad (22)$$

在进行零、极点配对之前, 先定义一对共轭零点和一对共轭极点之间的距离。如图3所示, d_p 表示

零点 z 和极点 p 之间的距离, $d_{z^* p^*}$ 表示零点 z^* 和极点 p^* 之间的距离, 一对共轭零点 (z, z^*) 与一对共轭极点 (p, p^*) 的距离定义为

$$D_{zp} = d_{zp} + d_{z^* p^*} = 2 \sqrt{r_z^2 + r_p^2 - 2r_z r_p (\cos \theta_z \cos \theta_p + \sin \theta_z \sin \theta_p)} \quad (23)$$

则经验最优零、极点组织方法如下:

当 $D_{z_1 p_1} + D_{z_2 p_2} < D_{z_2 p_1} + D_{z_1 p_2}$ 时, 采用(21) 式的形式进行零、极点配对; 否则, 采用(22) 式的形式进行零、极点配对。

通过上述方法, 得到了数字级联椭圆滤波器传递函数的闭合形式, 利用计算机可以很方便地进行设计。

3 滤波器设计举例

利用计算机和上述稳健的数字 IIR 滤波器设计方法, 设计了一个带阻滤波器, 基本指标为滤波器阶数等于 10、最大通带纹波等于 1dB、最小阻带衰减等于 40dB、上下截止频率分别等于 0.3π 和 0.5π 。滤波器由 5 级二阶子滤波器组成, 表 2 给出的是级联数字滤波器各级子滤波器系数; 表 3 给出的是常规零、极点组织方法与经验最优零、极点组织方法的最大幅度值比较情况。从表 3 可以看出, 采用常规的零、极点组织方法得到的最大幅度为 98.07, 而采用经验最优零、极点组织方法得到的最大幅度为 19.94。因此, 从级间电平调整来看, 经验最优零、极点组织方法明显优于常规的零、极点组织方法。

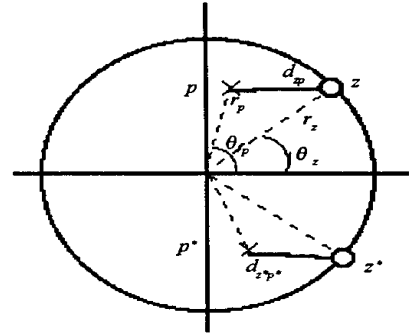


图 3 一对共轭零点与一对共轭极点的距离定义
Fig. 3 Distance definition between a pair of conjugated poles and a pair of conjugated zeros

表 2 级联子滤波器系数

Tab. 2 Coefficients of cascading subfilters

序号	零点系数		极点系数	
	A_{1i}	A_{2i}	B_{1i}	B_{2i}
1	- 0.6498	1	- 0.3366	0.0358
2	- 0.2463	1	0.2143	0.7781
3	- 0.0781	1	0.0656	0.9652
4	- 1.0018	1	- 1.2089	0.8277
5	- 1.1232	1	- 1.2015	0.9723

表 3 常规零、极点组织方法与经验最优零、极点组织方法的最大幅度值比较

Tab. 3 Maximum internal magnitude bound comparisons between the normal method and the optimal method of poles and zeros organization

常规零、极点组织方法		谐振频率 ($\times 2\pi$)	最大幅度	经验最优零、极点组织方法		谐振频率 ($\times 2\pi$)	最大幅度
零点序号	极点序号			零点序号	极点序号		
1	1	0.5	3.72	1	1	0.5	3.72
2	3	0.256	81.87	2	2	0.28	6.28
3	2	0.285	3.44	3	3	0.26	18.21
4	5	0.146	98.07	4	4	0.127	7.92
5	4	0.123	3.92	5	5	0.145	19.94

图 4 比较不同系数量化比特下级联型和直接型数字椭圆滤波器幅度响应, 具体量化方法是: 首先将滤波器传递函数中的分子多项式系数和分母多项式系数同时除以 2 的幂次, 在不改变滤波器性能的前

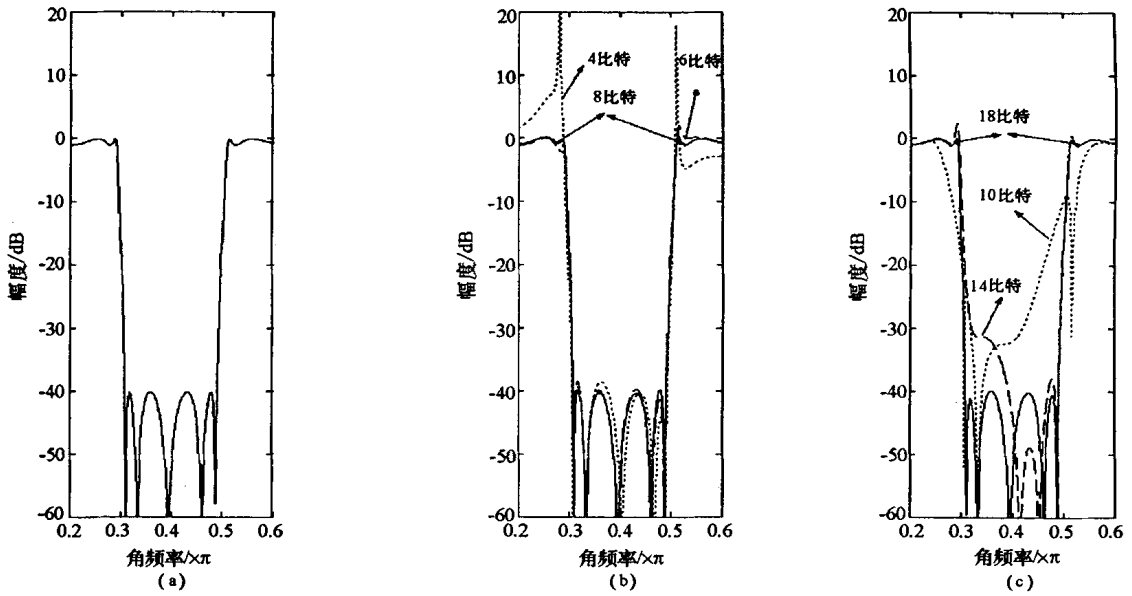


图4 不同系数量化比特下级联型和直接型数字椭圆滤波器幅度响应比较

(a) 无限精度量化; (b) 级联型滤波器; (c) 直接型滤波器

Fig. 4 Comparison of cascading filters' and direct filters' magnitude responses with different coefficient quantization bits

(a) infinite coefficient quantization bits; (b) cascading filters; (c) direct filters

前提下,使所有的滤波器系数的绝对值保持在 $[0, 1]$ 区间内,然后对滤波器系数进行量化^[9]。从图4可以看出,级联型椭圆滤波器系数量化影响小,性能明显优于直接型椭圆滤波器。在满足性能指标的前提下,级联型椭圆滤波器所需的系数量化比特数小于典型椭圆滤波器所需的系数量化比特数,可以大大减小硬件实现复杂性。

4 小结

本文提出的稳健的数字 IIR 滤波器设计方法中,稳健性主要体现在滤波器的稳定性和滤波器性能对系数量化的不敏感性上。另外,采用经验最优零、极点组织方法可以使级联滤波器的最大幅度限有较大程度的减小,可以有效地实现电平调整和防止数据溢出。因此,这种稳健的数字 IIR 滤波器设计方法具有较大的实际意义。

参考文献:

- [1] Taylor F J. Digital Filter Design Handbook [M]. Marcel Dekker Inc., 1983.
- [2] 程佩青. 数字滤波与快速傅里叶变换[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- [3] Antoniou A. Digital Filters: Analysis and Design [M]. McGraw - Hill Inc., 1979.
- [4] [美] Ingle Vilg K, Proakis John G. 数字信号处理及其 MATLAB 实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 1998.
- [5] 黄席椿, 高顺泉. 滤波器综合法设计原理[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1978.
- [6] [美] 拉姆. 模拟和数字滤波器设计与实现[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1985.
- [7] Bose N K. Digital Filters Theory and Applications [M]. Elsevier Science Publishing Co. Inc., 1985.
- [8] 沈永欢, 梁在中, 许履瑚, 蔡 . 实用数学手册[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [9] Knowles J B, Olcayto E M. Coefficient Accuracy and Digital Filter Response [J]. IEEE Trans. On Circuit Theory, 1968, CT - 15 (1): 31 - 41.