

文章编号:1001-2486(2003)05-0040-04

## 基于虚拟时间延迟线阵列的联合频率—到达角二维谱估计<sup>\*</sup>

孙晓昶<sup>1</sup>, 张忠华<sup>2</sup>, 龚享铱<sup>1</sup>, 皇甫堪<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 中国卫星海上测控中心, 江苏江阴 214431)

**摘要:** 提出基于虚拟时间延时线阵列的联合频率—到达角二维谱估计方法, 把经典的子空间方法推广到空时二维域并进行了改进。基本思路是估计空时噪声子空间和空时信号子空间, 然后, 利用两个空时子空间特征进行频率—到达角联合二维搜索。正常情况下可分辨的信源数远远超出阵元数目; 在信号源宽带较大或信号源波长偏离阵列尺寸较远时, 不会像经典方法一样出现大的偏差或估计信源角度范围受限; 同时给出信号源的频率和到达角估计, 更全面地反映了信号特征。

**关键词:** 阵列信号处理; MUSIC 方法; 到达角估计; 频率估计; 空时处理**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:**A

## Joint Frequency-DOA Estimation Exploiting Virtual Tapped-delay-line Array

SUN Xiao-chang<sup>1</sup>, ZHANG Zhong-hua<sup>2</sup>, GONG Xiang-yi<sup>1</sup>, HUANGFU Kan<sup>1</sup>

(1. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. SMTG, Jiangyin 214431, China )

**Abstract:** A kind of joint frequency-DOA spectrum estimation using virtual tapped-delay-line array is proposed, which generalizes the classical subspace algorithm to two-dimensional space-time domain. The proposed method has three advantages: firstly, increasing the freedom degrees of the corresponding array leading to an enhanced ability to identify much more emitters; secondly, almost free from estimation bias due to the divergence of signal wavelength from what the array size expresses; thirdly, estimating not only the DOAs but also the frequency domain characters of emitters. The obtained characteristic of emitters is more integral.

**Key words:** array signal processing; music algorithm; DOA estimation; frequency estimation; space-time processing

本文与普通的阵列处理方法的不同之处是假定各阵元中频 A/D 采样后的 I、Q 支路上存在虚拟的时间延迟单元, 只需要像经典 DOA 方法一样记录快拍数据, 在处理快拍数据时把这种虚拟的时间延迟单元引入数据处理, 本文称为虚拟的时间延迟阵列方法。虚拟的时间延迟只是算法中的数据重排, 虚拟时间延迟头实际上是移位操作, 不是真正的时间延迟线硬件。

虚拟时间延迟线阵列自由度远远高于其对应阵列, 因而在同样的阵元数目下可以估计的信号源数目更多。经典的 DOA 方法可估计的最大信号源数目为: 阵元数 - 1; 而同样阵元数的虚拟时间延迟阵列可估计的最大信号源数目为: 阵元数 × 虚拟延时抽头数 - 1。

经典的 DOA 方法的前提是窄带假设, 方向矢量  $a(\theta)$  中的参量  $\lambda_0$  与信号波长  $\lambda_i$  几乎是相等的, 这样得到的谱峰位置准确地表示了信号的入射方向。如果信号的带宽较大, 窄带假设的前提不再满足, 会产生角度估计误差或待估信源角度范围受限<sup>[1,2]</sup>。利用虚拟时间延迟线阵列采用空—频联合估计的方法, 同时估计频率和到达角, 可以圆满地解决这一问题。

另外, 利用虚拟时间延迟阵列能同时给出信号源的频率和到达角估计, 更全面地反映了信号特征, 估计结果不仅可以看出信号的到达角, 同时可以看出信号是点频还是窄带或宽带, 对于后两者还可以估计其带宽<sup>[3]</sup>, 这也是经典的 DOA 方法无法实现的。

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2003-06-12

作者简介: 孙晓昶(1966—), 男, 工程师, 博士生。

许多情况下,信号满足窄带假设前提,经典的 DOA 方法可以应用,空间谱估计偏差很小。但是如果应用虚拟时间延迟阵列会带来更多的优势。实际上,如果信号处理带宽较大,就可以考虑应用虚拟时间延迟阵列,这样可以使自由度增加,可估计的最大信号源数目增加,信号特征更加全面,估计偏差更小。普通的阵列只是其对应的虚拟时间延迟阵列的特例。

## 1 虚拟时间延迟线阵列的信号模型

阵列(ULA)的阵元序号为  $k(k = 1, \dots, K)$ , 虚拟时间延迟抽头序号为  $p(p = 0, \dots, P - 1)$ , 快拍序号为  $n(n = 1, \dots, N)$ , 信号源序号为  $m(m = 1, \dots, M)$ 。由图 1, 第  $k$  个阵元的第  $p$  个虚拟时间抽头的离散化输出为:

$$x_k(n-p) = \sum_{m=1}^M a_{km} S_m(n - \tau_{km} - p) + n_k(n-p) \quad (1)$$

其中,  $S_m(\cdot)$  为第  $m(m = 1, \dots, M)$  个信号源,  $a_{km}$  为  $k$  个阵元对第  $m$  个信号源的响应,  $\tau_{km}$  为  $m$  个信号在第  $k$  阵元相对于参考阵元的传播延时,  $n_k(\cdot)$  表示第  $k$  个阵元的加性噪声。

将整个处理带宽对频率均匀分成多段, 如果频率段分得足够细, 每一个频率段可以近似于单频信号(频率  $f_i(i = 1, \dots, I)$ )进行处理, 完全符合窄带假设。定义  $PK \times 1$  空时矢量  $x(n) = [x_1(n), \dots, x_1(n-P), x_2(n), \dots, x_2(n-P), \dots, x_k(n), \dots, x_k(n-P)]^T$ , 在  $S_m(\cdot)$  为远场信号源时  $x(n)$  式可以表示为:

$$x(n) = \sum_{i=1}^I (A_k \otimes A_p) S(n, f_i) + N(n) = AS(n) + N(n) \quad (n = P, \dots, N) \quad (2)$$

其中,

$$A_k = \begin{bmatrix} a_{11} \exp(-j\phi_{11}) & \cdots & a_{1M} \exp(-j\phi_{1M}) \\ \vdots & & \vdots \\ a_{K1} \exp(-j\phi_{K1}) & \cdots & a_{KM} \exp(-j\phi_{KM}) \end{bmatrix}$$

$$A_p = [\exp(-j\phi_{11}), \dots, \exp(-j\phi_{P1})]^T$$

$$N(n) = [n_1(n), \dots, n_1(n-(P-1)), \dots, n_K(n), \dots, n_K(n-(P-1))]^T$$

$$A = [A_{k1} \otimes A_{p1}, A_{k2} \otimes A_{p2}, \dots, A_{kI} \otimes A_{pI}]$$

$$S(n) = [S(n, f_1), S(n, f_2), \dots, S(n, f_I)]^T$$

在  $A_k$  和  $A_p$  表示式中,  $\phi_{km}$  为空域相移, 且  $\phi_{km} = 2\pi(k-1)\frac{d}{\lambda_i} \cos\theta_m = 2\pi(k-1)\frac{d}{\lambda_0}(1-f_i/f_0) \cos\theta_m$ ,

$\lambda_0, f_0$  分别为载波波长和载波频率,  $\theta_m(m = 1, \dots, M)$  为信号到达角,  $\phi_p$  为时间延迟相移, 且  $\phi_p = 2\pi(p-1)f_i \Delta T$ ,  $\Delta T$  为虚拟时间抽头时间间隔。试验中假定各阵元对所有的源的响应均相同, 即  $a_{km} = 1(k = 1, \dots, K; m = 1, \dots, M)$ 。

## 2 在虚拟时间延迟线阵列下的 MUSIC 算法表述

设噪声是零均值, 方差为  $\sigma_n^2$ , 其相关时间小于虚拟延迟线的时延  $\Delta T$ , 则阵元噪声之间及阵元噪声和信号之间均相互独立, 阵列输出空时协方差矩阵可以表示为:

$$R = E[x(n)x^H(n)] = AE[S(n)S^H(n)]A^H + \sigma_n^2 I_{KP} = ARsA^H + \sigma_n^2 I_{KP} \quad (3)$$

矩阵  $R$  的特征分解为:  $R = \sum_{i=1}^{KP} \lambda_i e_i e_i^H$ , 特征值按降序排列, 最小特征值有  $KP - r$  个重根, 对应的特征向量为  $e_i(i = r+1, \dots, KP)$ 。利用矩阵  $A$  的特殊结构知, 对于不同分段频率  $f_i$ , 有:

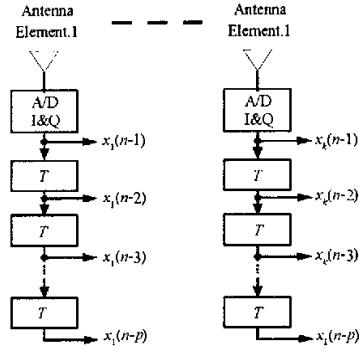


图 1 虚拟时间延迟线阵列结构图

Fig. 1 Structure of virtual tapped-delay-line array

$$\text{Range}\{\mathbf{e}_{r+1}, \dots, \mathbf{e}_{Kp}\} \perp \text{Range}\{\mathbf{A}_{k1} \otimes \mathbf{A}_{\mu}, \mathbf{A}_{k2} \otimes \mathbf{A}_{\mu}, \dots, \mathbf{A}_{kl} \otimes \mathbf{A}_{\mu}\} \quad (4)$$

由(4)式可知,虚拟抽头延迟线大大增加了阵列的自由度,可以辨识  $KP - 1$  个独立信号源。

由此,空频二维谱函数可以表示为:

$$P(\theta, f_i) = \left[ \frac{1}{KP} \sum_{r=1}^{KP} \left| (\mathbf{A}(f_i, \theta) \otimes \mathbf{A}_{\mu})^H \mathbf{e}_i \right|^2 \right]^{-1} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{A}(f_i, \theta) = \exp(-j2\pi \frac{d}{\lambda_0} (1 - f_i/f_0) \cos\theta \cdot [0, \dots, K-1]^T)$ 。

至此,可以  $f_i, \theta$  作为二维搜索变量,计算联合空频二维谱函数。

### 3 阵元噪声之间相关及相关源情况下的推广 MUSIC 方法

虚拟时间延迟阵列法是否可行的一个至关重要的前提是阵元的噪声之间及信号和阵元噪声之间的独立性。阵元噪声相关时,会影响子空间的估计,造成误差<sup>[4,5]</sup>。实际上,为了得到好的时频域效果,希望虚拟延迟线  $\Delta T$  的时延尽量小。这样虽然对信号和阵元噪声间的独立性影响不大,但会破坏阵元噪声之间的独立性,因为阵元噪声之间相关时间小于虚拟延迟线的时延  $\Delta T$  的条件难以满足。因此,一般情况下(5)式对二维谱函数的计算误差较大。

阵元噪声之间相关主要包括两个形成因素:其一是阵元噪声本身的相关性;其二是由于噪声相关时间小于虚拟延迟线的时延  $\Delta T$  不满足,造成同一阵元的噪声延时相关。作者研究了长噪声相关时间及低信噪比下的应用改进,推广的方法不仅利用了噪声子空间信息,也利用了信号子空间信息,已经不是真正意义上的 MUSIC 方法,且不需要判断噪声子空间,因而具有更强的稳健性。我们的试验中,可以在信噪比为  $-10\text{dB}$  左右,准确计算空频二维谱。

本文方法可以推广应用到相干源环境。作者研究了相干源存在时的虚拟时间延迟阵列方法,把正反向子阵平滑法<sup>[2,6]</sup> 推广应用于虚拟时间延迟线阵列,试验证实可以解决相干源辨识问题。

### 4 仿真实验及与经典方法的比较

虚拟时间延迟线使阵列自由度大大增加,可分辨的最大信源数目超出(阵元数目  $- 1$ )的限制,正常情况下可分辨的信源数远远超出阵元数目,同时给出信号源频域特征。

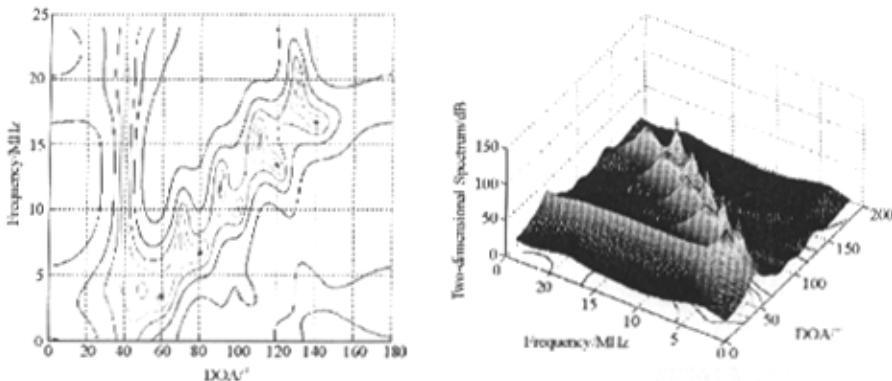


图 2 虚拟时间延时线阵列法的联合频率—到达角二维谱估计

Fig. 2 Joint frequency-DOA estimate by virtual-tapped-line method

图 2 中,信号的处理带宽为  $20\text{MHz}$ ,120% 过采样,载波频率较高( $1.5\text{GHz}$ ),阵元数为 7。这时仍然满足窄带假设前提,如果应用经典 DOA 方法,只能估计 6 个信号源,而且这 6 个信号源的频域特征无法得知;利用同样阵元数的虚拟延时阵列,虚拟时间延时数为 5,同时估计 1 个宽带信号(带宽  $20\text{MHz}$ ,到达角  $40^\circ$ ),5 个窄带信号(带宽  $4\text{MHz}$ ,中心频率间隔  $3.02\text{MHz}$ ,到达角  $[50^\circ, 70^\circ, 90^\circ, 110^\circ, 130^\circ]$ ),5 个单频信号(频率

[3.33 6.67 10.00 13.33 16.67] MHz, 到达角[60 80 100 120 140] $^{\circ}$ ), 共11个信号源, 信号的频域特征也一目了然。

虚拟时间延迟阵列法在信号源宽带较大或信号源波长偏离阵列尺寸表示的波长较远时的估计偏差明显小于经典 DOA 方法。

表1、表2的试验中, 载波频率为 100MHz, 中频为 10MHz, 处理带宽为 20MHz, 阵元数为 7, 虚拟时间延时抽头数为 5, 信号源的方位角真值和到达角估计值见表 1, 频率真值和估计值见表 2。

表 1 信号处理带宽较大时本文方法与经典 DOA 方法比较(单位: $^{\circ}$ )

Tab.1 Comparison with classical DOA methods in wide bandwidth( $^{\circ}$ )

方位角真值	10	50	90	130	170
本文方法	9.8	49.9	90.0	130.1	170.6
MUSIC 方法	20.6	52.9	90.0	132.8	谱峰丢失
TLS-ESPRIT 方法	23.2	53.1	90.0	133.2	谱峰丢失

表 2 信号处理带宽较大时本文方法的估计频率与 FFT 比较(单位:MHz)

Tab.2 Frequency estimation comparison with FFT in wide bandwidth(MHz)

频率真值	2	6	10	14	18
本文方法	1.96	5.98	10.00	14.01	18.02
单阵元信号 FFT	1.98	5.97	10.00	14.00	18.02

## 5 总结

对于普通阵列的快拍数据, 本文假定存在时间延时单元, 对快拍数据按一定的空时结构重排, 对重排后的数据用二维推广的子空间方法联合估计频率和到达角, 实现对快拍数据更为有效的利用。与经典 DOA 方法相比有三个优势: 最突出优点是阵列自由度大大增加, 可分辨的最大信源数目超出(阵元数目 - 1)的限制, 正常情况下可分辨的信源数远远超出阵元数目; 其二是在信号源宽带较大或信号源波长偏离阵列尺寸较远时, 不会像经典方法一样出现大的偏差或估计信源角度范围受限; 第三个优势是同时给出信号源的频率和到达角估计, 更全面地反映了信号特征。

本文方法的缺点是比一维 MUSIC 计算量几乎成平方级增加, 性能的提高以计算量增加为代价。

## 参 考 文 献:

- [1] Ottersten B, Kailath T. Direction-of-arrival Estimation for Wide-band Signal Using the ESPRIT Algorithm[J]. IEEE Trans. ASSP, 1990, 38(2):317 – 327.
- [2] Krim H, Viberg M. Two Decades of Array Signal Processing Research[J]. IEEE SP. Magazine, 1996, 13(7):67 – 84.
- [3] Wax M, Shan T J, Kailath T. Spatial-temporal Spectral Analysis by Eigenstructure Methods[J]. IEEE Trans. ASSP, 1984, 32(8).
- [4] Li F, Vaccaro R. Performance Degradation of DOA Estimator Due to Unknown Noise Field[J]. IEEE Trans. SP, 1992, 40(3):686 – 690.
- [5] Xu X L, Buckley K. Bias Analysis of the MUSIC Location Estimator[J]. IEEE Trans, 1992, 40(10):2559 – 2569.
- [6] Pillai S U, Kwon B H. Forward/Backward Spatial Smoothing Techniques for Coherent Signal Identification[J]. IEEE Trans. ASSP, 1989, 37(1):8 – 15.



