文章编号: 1001－2486(2003)05－0044－04

基于分形理论的微地形的重建*

秦宣云[1], 卜英勇[2], 夏毅敏[2], 邓跃红[2], 罗伯文[2]
(1. 中南大学数学科学与计算科学学院, 湖南 长沙 410083; 2. 中南大学机电工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘 要: 对自然地表分形特征进行了分析和总结, 并结合微地形所具有的自然特性, 提出了具有方向性分形特征的中点随机位移法。实验结果表明该方法能较好地反映原始数据的总体轮廓, 而且还能较好地再现原始微地形的粗糙起伏及各向异性, 因而是一种可行的构造三维地形的插值方法。

关键词: 分形; 三角网; 中点位移法; 分形布朗函数
中图分类号: TP391; TP75 文献标识码: A

The Reconstructing of the Tiny Terrain Based on Fractal Theory

QIN Xuan-yun[1], BU Ying-yong[2], XIA Yi-min[2], DENG Yue-hong[2], LUO Bo-wen[2]
(1. College of Mathematics and Computing Science, Central South University, Changsha 410083, China;
2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: This paper gives an analysis and summary of the features of the natural terrain, and integrating with the nature trait of tiny terrain, presents a midpoint random displacement method with orientation fractal trait. The result of the test shows that the total outline for original data is preferably generated and rough undulation and anisotropy of the original tiny terrain are preferably reproduced by this method. Thus this is a feasible interpolation method that constructs 3-D terrain.

Key words: fractal; triangle network; midpoint displacement; fractal Brownian function

三维微地貌显示对于直观地理解地形数据空间结构, 提高分析数据的计算水平是十分重要的。在地形模拟与分析领域中, 将地形看做一种随机过程已被人们所公认[1]。随着分形几何的出现, 将地形作为一种扩展的布朗运动(即分数维布朗运动)的观点已在地形分析领域得到广泛应用[2,3]。在深海资源采集过程中, 需要对微地形进行三维地形测量, 与以往宏观地形分形模拟方法相比较[4,5], 它在考虑地形的各向异性问题上有所欠缺, 因此与真实地形相比有所失真。针对微地形所呈现出的各向异性, 根据所测的数字高程数据, 基于已有的研究成果, 把地形看成布朗运动随机过程, 将分形几何模型与随机点网格生成技术及实用回归技术相结合, 提出了具有方向性分形特征的中点随机位移三角网法, 实验表明该方法是切实可行的。

1 自然地表分形特征的提取

分形布朗函数 $f(x)$ 是这样的实数随机函数, 它对于任意 x 和 Δx, 满足下式[6]:

$$P\left\{\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\|\Delta x\|^H}<t\right\}=F(t) \tag{1}$$

式中, x 为 N 维欧氏空间 R^N 中的任一点, $F(t)$ 是随机变量 t 的概率分布函数, 参数 H 为常数, 其范围: $0<H<1$, Δx 是偏移量。当 $F(t)$ 为Gauss分布时, $f(x)$ 的分形维数 D 与 H 满足: $D=N+1-H$, 因此, 对于三维空间上的一个曲面 $N=2$, 有 $D=3-H$。

设 $F(t)$ 为零均值的Gauss分布函数 $N(0,\sigma^2)$, 即

* 收稿日期: 2003－05－19
基金项目: 国家十五重点攻关项目(DY105－03－02)
作者简介: 秦宣云(1966—), 男, 副教授, 博士生。

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right) ds \tag{2}$$

根据分形布朗函数的定义, 它的增量的方差应满足:

$$E[\,|f(x+\Delta x)-f(x)|\,]\cdot\|\Delta x\|^{-H} = C \tag{3}$$

式中 $E[\,|f(x+\Delta x)-f(x)|\,]$ 是给定间隔 Δx 的分形布朗函数值的期望值, 常数值 C 等于随机变量 t 的均值, 由(2) 式可得 $C=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\sigma$。将(3) 式两边取对数有

$$\log E[\,|f(x+\Delta x)-f(x)|\,]-H\log\|\Delta x\| = \log C \tag{4}$$

因此分形布朗运动函数的参数 H 和 $\log C$ 分别为点列 $\{\log\|\Delta x\|, \log E[\,|f(x+\Delta x)-f(x)|\,]\}$ 的斜率和截距。再由 $C=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\sigma$, 即可得到 $F(t)$ 的方差 σ^2。

由于 $\log E[\,|f(x+\Delta x)-f(x)|\,]$ 和 $\log\|\Delta x\|$ 成线性关系, 因此可采用最小二乘法求取分形布朗运动函数的参数 H 和 $\log C$。

分形布朗函数 $f(x)$ 是非平稳过程, 具有统计自相似性, 且其增量 $\Delta f=f(x+\Delta x)-f(x)$ 是平稳过程, 也具有统计自相似性[7]。

许多地球物理学家从跨越大范围时间和空间尺度的地形数据分析入手, 总结了大量与真实地形相关的数据特征[8], 例如: 具有分数维、多级分形、各向异性、一定标度范围内统计自相似性, 非平稳随机过程等。

从上述对分形布朗函数及自然界地形特性分析可知, 两者具有相同的特征, 因此可以将自然界地形曲面作为分形布朗曲面来研究讨论, 即地形高程函数 $z=f(x,y)$ 作为分形布朗函数 $f(x)(x=(x,y))$, 其分形参数 H、σ 可根据分形布朗函数的参数确定方法来确定。

2 具有方向性分形特征的中点随机位移三角法

首先采用基底为等间隔矩阵网格来提取微地形的原始高程数据, 再由原始高程数据统计出原始数据的分形特征后, 就可以用基于分形特征的空间三角网格剖分法对这些数据进行插值。该算法的总体思想是: 先将由原始高程数据点构成的多面体分割成多个三角形(如图 1 所示, 将多边形 $A_1B_1C_1D_1$ 分成三角形 $A_1B_1C_1$ 及 $A_1C_1D_1$), 然后再将这些空间三角形进行随机细分, 分割成多个空间子三角形。如此递归细分, 直至获得满意的细节。在进行具体三角网格剖分时, 采用的方法是中点位移法, 即对线段中点处的高程进行位移。注意到实际微地形具有的各向异性, 在不同方向上的地形变化特性不一样, 表面粗糙起伏程度也不一样, 因此本文提出了改进的内插公式, 用相对于矩形网格水平方向、垂直方向和对角方向等三个方向的数据分别进行分形特征数值计算, 再对不同方向的线段中点, 根据对应方向分维特征数值叠加一随机量。此时, 中点位移量为:

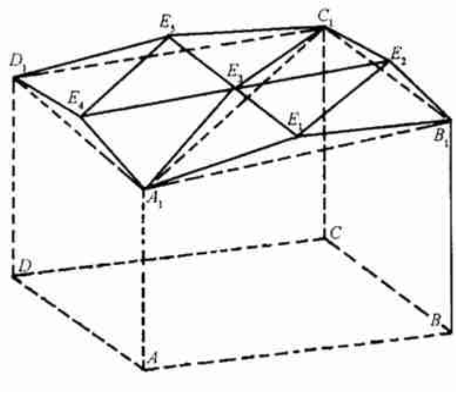

图 1 中点位移三角网格法

Fig. 1 Triangle network method with midpoint displacement

$$f_{r,n}\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right) = [f_{r,n-1}(x_1,y_1)+f_{r,n-1}(x_2,y_2)]/2+\Delta_{r,n} \tag{5}$$

其中, r 取值 1, 2, 3 分别表示水平、垂直和对角方向, n 表示第 n 次细分。$\Delta_{r,n}$ 采用 Yokoya 模型[9]:

$$\Delta_{r,n} = \left(\frac{d_0}{2^n}\right)^{H_r}\sigma_r(1-2^{2H_r-2})\cdot \text{gauss} \tag{6}$$

这里 d_0 为初始网间距, H_r, $\sigma_r(r=1,2,3)$ 为分形参数, gauss ~ $N(0,1)$.

对 $M\times N$ 个网格高程数据按如下方法求取 H_r, $\sigma_r(r=1,2,3)$:

(1) 水平方向分维特征数值H_1, σ_1

按照(5)式,取

$$E_1(k)=\frac{\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-k-1}|f(x,y)-f(x,y+k)|}{M(N-k)} \tag{7}$$

其中k为步长,$f(x,y)$为点(x,y)处的高程数值。

根据最小二乘线性回归方法求出$\log E_1(k)$对$\log(k)$的直线斜率H_1和截距C_1,从而得出σ_1。

(2) 垂直方向分维特征数值H_2, σ_2

取

$$E_3(k)=\frac{\sum_{y=0}^{N-1}\sum_{x=0}^{M-k-1}|f(x,y)-f(x+k,y)|}{M(N-k)} \tag{8}$$

同理求得H_2, σ_2。

(3) 对角方向分维特征数值H_3, σ_3

类似取

$$E_2(k)=\frac{\sum_{x=0}^{M-k-1}\sum_{y=0}^{N-k-1}|f(x,y)-f(x+k,y+k)|}{2(M-k)(N-k)}+\frac{\sum_{x=0}^{M-k-1}\sum_{y=k}^{N-1}|f(x,y)-f(x+k,y-k)|}{2(M-k)(N-k)} \tag{9}$$

同理可求得H_3, σ_3。

3 实验结果与分析

本文的研究是在国家大洋协会提供的国家海洋技术发展项目下为深海资源采集过程中提供形象直观的实时三维微地形模型进行的。实验所采集的原始数据来源于实验室试验使用的一个模拟微地形,区域大小为80cm × 120cm。原始控制点数据为62 × 17个矩形网格点高程数值。图2是原始控制点数据的矩形网模型,图3是采用文中具有方向性分形特征的中点随机位移三角网格法所生成的模型,其中编程硬件环境是CPU Intel PⅢ800、内存256MB、软件环境为Windows/NT操作平台,在VC++ 6.0系统下进行编程运行,共生成10 540个三角形,

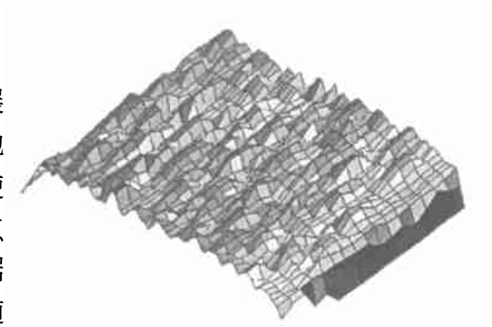

图2 原始控制点矩形网格模型

Fig.2 Rectangle grid model of data of original point

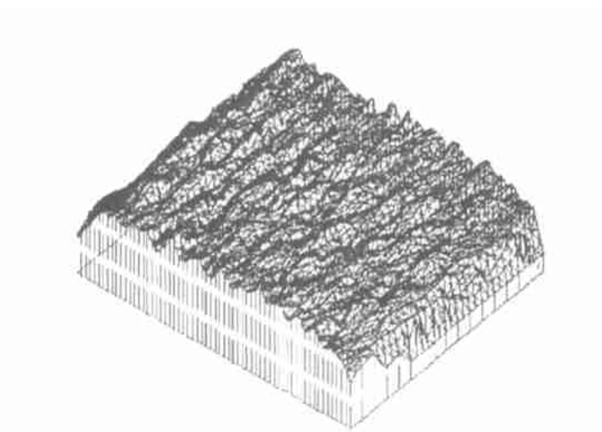

图3 具有方向性分形特征的中点随机位移三角网格法

Fig.3 Midpoint rand displacement triangle network method with orientation fractal trait

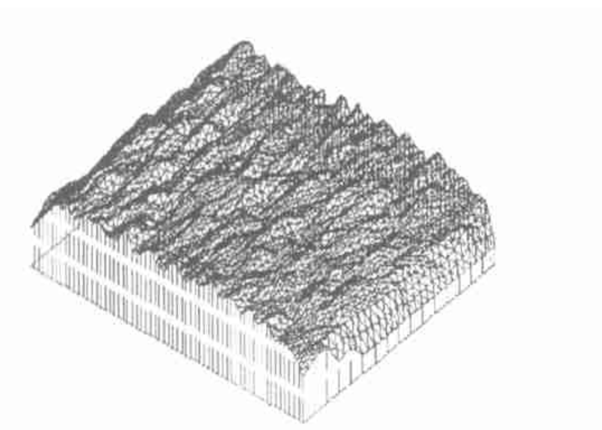

图4 各向同性分形特征的中点随机位移三角网格法

Fig.4 Midpoint rand displacement triangle network method with orientation fractal trait

所耗机时为0. 56s。图 4 是按文献[5] 的方法, 用各向同性分形特征的中点随机位移三角网法所生成的模型。比较图 3 和图 4 不难看出, 经具有方向性分形特征的中点随机位移三角网法所生成的模型, 不仅能够如实地反映原始数据的总体轮廓, 而且还可以较好地再现原始微地形的粗糙起伏和波动特性及各向异性, 而在各向同性条件下, 图形不具有原始微地形的粗糙起伏和波动特性, 图形显得比较光滑, 因而本文所叙述的方法是一种切实可行的三维地形重构的插值方法。

4 结 论

提出了一种具有方向性分形特征的中点随机位移三角网格法。该方法针对微地形的细节变化及各向异性, 采用网格结点的水平、垂直和对角三个方向的分形特征数值对中点高程数值, 进行随机扰动的插值方法来模拟微地形。实验表明, 用该方法能较好地再现微地形特征, 上机运行速度较快, 结果令人满意。

参 考 文 献:

[1] 陶闯, 陶本藻. 分形布朗随机过程的统计分析及其应用前景[J] . 测绘学报, 1994, (3) : 3 – 9.

[2] 梁家琳. 分形布朗随机过程及其在三维数据内插中的应用[J] . 测绘科技通讯, 1998, 21(4) : 10 – 13.

[3] 佘龙华, 沈林成, 常文森. 基于 FBM 的分形模拟原理研究[J] . 宇航学报, 1999, 20(3) : 21 – 25.

[4] 朱庆, 张庆珩. 基于分形的数学地形分析[J] . 北方交通大学学报, 1995, 19(2) : 159 ~ 164.

[5] 张继贤, 柳健, 李德仁. 地形生成技术与方法的研究[J] . 中国图象图形学报, 1997, 2(8, 9) : 638 – 644.

[6] Mandelbrat B B. The Fractal Geometry of Nature[M] . Freeman, San Francisco, 1982.

[7] Sayles R S, Thomas T R. Surface Topography as a Nonstationary Random Process[J] . Nature, 1987, 271: 431 – 434.

[8] Berry M V, Hannay T R. Topography of Random Surface[J] . Nature, 1978: 273 – 278.

[9] Yokoya N, Yamamoto K, Funakubo N . Fractal-based Analysis and Interpolation of 3D Nature Surface Shapes and Their Application to Terrain Modeling[J] . Computer Vision Graphics Image Process, 1989, 46: 284 – 302.