

文章编号: 1001- 2486(2003) 05- 0058- 05

# 空间查询语言中拓扑关系的定义\*

钟志农, 景宁, 李军

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 拓扑关系是一种重要的空间关系, 被广泛应用于空间查询和空间分析中。因此定义一个完备、互斥且可以嵌入到空间查询语言中的命名拓扑关系集合有着非常重要的意义。当前, 对拓扑关系集合的定义还不能描述那些由点、线或面等不同维几何对象构成的复杂空间对象之间的拓扑关系。针对目前拓扑关系研究的不足, 引入了混合几何对象的概念, 基于 OpenGIS SQL 规范 (OpenGIS Simple Features Specification for SQL), 定义了一个拓扑关系集合: { *disjoint*, *touches*, *within*, *crosses*, *overlaps*, *contains*, *equal* }。它扩充了 OpenGIS SQL 规范中拓扑关系的定义和范畴, 具有完备性和互斥性, 为空间查询语言中的拓扑关系的定义提供了一个统一的框架。

**关键词:** 空间查询语言; 拓扑关系; 复杂空间对象; 完备性; 互斥性

中图分类号: TP18 文献标识码: A

## Topological Relationships in Spatial Query Languages

ZHONG Zhì nong, JING Ning, LI Jun

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Topological relationships are important spatial relationships, and used in numerous practical applications that involve spatial query and spatial analysis. So it is essential to use formal methods to identify and define a complete and mutually exclusive topological relationship set that can be embedded in spatial query languages. Now, the topological relationships that have been defined cannot represent the topological relationships between the two complex spatial features arbitrarily composed of points, lines and polygons, thus the researches on topological relationships are not complete. We introduce the formal definition of mixed geometry, and define a topological relationship set: { *disjoint*, *touches*, *within*, *crosses*, *overlaps*, *contains*, *equal* }. The set, extending the definitions of topological relationships in 'OpenGIS Simple Features Specification for SQL', is complete and exclusive, and can be taken as a unified framework to define topological relationships in spatial query languages.

**Key words:** spatial query language; topological relationship; complex spatial feature; completeness; exclusiveness

地理信息系统 (Geographic Information System, GIS) 是采集、存储、管理、分析和描述与空间和地理分布有关的数据信息系统。它把空间对象的地理位置和相关属性有机结合起来, 借助其独有的空间分析功能和可视化表达, 辅助用户进行各种决策。GIS 系统一般通过空间查询语言来表述用户的空间查询和空间分析的请求, 从而使用户能够与 GIS 系统进行交互。因此, 设计一种简单易用、功能强大的空间查询语言一直是 GIS 技术研究的一个重要内容。近年来, 在这个领域已经进行了大量的研究工作<sup>[1-4]</sup>, 它们的主要思想都是通过引入空间数据类型和空间操作算子来扩展 SQL 语言, 使用户能根据空间关系来查询空间对象。其中最重要的进展是 SQL3 多媒体规范 (SQL3/MM)<sup>[5]</sup> 和业界标准——OpenGIS SQL 实现规范 (OpenGIS Simple Features Specification for SQL)<sup>[6]</sup> 的制定, 这两个规范都定义了一系列的空间数据类型和空间关系, 为空间查询语言的设计和开发提供了一个框架。

空间查询语言中的空间关系主要包括拓扑关系、方向关系和度量关系等。其中拓扑关系是指那些在拓扑变换 (如平移、旋转、缩放) 中保持不变的性质, 主要描述空间对象间是否相邻、包含、重叠。拓扑关系作为一种重要的空间关系, 广泛应用于空间分析和查询中。

\* 收稿日期: 2003- 05- 23

作者简介: 钟志农 (1975—), 男, 博士生。

## 1 发展现状

拓扑关系集合是在概念层上,根据人们对拓扑关系的理解,以自然语言的方式定义的一些命名的拓扑关系及其语义,方便人们进行空间查询和空间推理。拓扑关系集合的定义必须满足以下两个基本性质<sup>[7]</sup>:

互斥性:两个空间对象之间的拓扑关系不能同时被拓扑关系集合中两个不同的关系所定义;

完备性:任何空间对象之间的拓扑关系都要能被拓扑关系集合中所定义的关系所描述。

目前拓扑关系集合的定义主要有:基于9交集模型定义的8个拓扑关系<sup>[8,9]</sup>,它主要描述简单面对象之间的拓扑关系;CBM<sup>[7,10]</sup>(Calculus-based Method)定义了5个关系,它可以描述简单点、线、面,复杂点、线、面以及多点、多线、多面等几何对象间的拓扑关系;RCC<sup>[11]</sup>(Region Collection Calculus)主要描述面对象之间的关系,用于空间推理。另外一个重要的进展是OGC(Open GIS Consortium)制定的业界标准——OpenGIS SQL,它定义了8个拓扑关系算子<sup>[6]</sup>,可用来描述简单点、线、面,复杂点、线、面以及多点、多线、多面等几何对象间的拓扑关系。其中OpenGIS SQL规范中的拓扑关系集合的定义是目前最完整、最全面的定义。但通过分析可以发现OpenGIS SQL对拓扑关系的定义还存在着以下的不足:

(1) 不满足互斥性

图1中(a)和(b)两种情况都同时满足OpenGIS SQL中Touches和Crosses的定义,因此它不满足互斥性。

(2) 不满足完备性

现实世界中存在这样一类空间对象,它们的空间描述可能由点、线或面对象共同组合而成,如重点工程可能由油井(点对象)、公路(线对象)和湖泊治理(面对象)组成。而目前所有的拓扑关系定义都不能描述此类空间对象之间的拓扑关系(包括OpenGIS SQL规范),因此当前的拓扑关系研究还不完备。

基于以上拓扑关系集合定义中的不足,本文引入了混合几何对象的概念,以混合几何对象为基础,对OpenGIS SQL中的拓扑关系的定义和范畴进行了扩充,定义了一个由7个拓扑关系组成的互斥、完备的拓扑关系集合,使其能够描述那些由不同维几何对象组成的复杂几何对象之间的拓扑关系,为空间查询语言中的拓扑关系集合的定义提供了统一的框架。

## 2 几何对象模型

地理信息系统中一般采用几何对象来描述空间实体的空间信息。由于空间实体的复杂性,地理信息系统中的几何对象主要分为两大类:简单几何对象和复杂几何对象。简单几何对象包括简单点、简单线和简单多边形。复杂几何对象又可以分为三类:

I类:单一的非简单几何对象。如复杂线(自交叉的线,多于两个端点的线)、复杂多边形(带洞的多边形)<sup>[10]</sup>。

II类:由同维几何对象构成的组合几何对象。如多点、多线和多多边形<sup>[9]</sup>。

III类:由不同维的几何对象构成的组合几何对象。

目前拓扑关系的定义还不能对第三类复杂几何对象之间的拓扑关系进行描述,如OpenGIS SQL规范只能表述I类、II类复杂几何对象的拓扑关系。为了使拓扑关系研究趋于完备,本文引入了混合几何对象的概念,作为描述第三类复杂几何对象拓扑关系的基础。约定: $P$ 表示0维几何对象(简单点或II类复杂点); $L$ 表示1维几何对象(简单线或I类、II类复杂线); $A$ 表示2维几何对象(简单多边形或I类、II类复杂多边形)。

定义 混合几何(Mixed Geometry):混合几何是由点(简单点或II类复杂点)、线(简单线或I类、II类复杂线)或多边形(简单多边形或I类、II类复杂多边形)等不同维几何元素组成的复杂几何对象,并且具有以下性质:

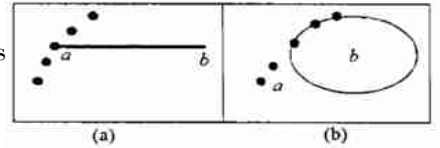


图1 同时满足Touches和Crosses定义的情况

Fig. 1 Two examples of meeting two topological relationship definitions

(1) 混合几何对象的任何两个子元素的内部不相交;

$$\forall O \in \text{Mixed Geometry}, \forall P_i, P_j \in O, i \neq j, I(P_i) \cap I(P_j) = \text{f}$$

(2) 一个子元素的内部不能与另一个子元素的边界相交;

$$\forall O \in \text{Mixed Geometry}, \forall P_i, P_j \in O, i \neq j, I(P_i) \cap B(P_j) = \text{f}$$

(3) 任何两个子元素的边界只能在有限个点上重叠;

$$\forall O \in \text{Mixed Geometry}, \forall P_i, P_j \in O, i \neq j, B_i = B(P_i), B_j = B(P_j)$$

$$(B_i \cap B_j) \subset \{P_1, \dots, P_k \mid P_i \in \text{point}, 1 \leq i \leq k\}$$

(4) 混合几何的边界由其子元素的边界组成, 它的内部为此混合几何去掉边界后的点组成。

其中  $I(\cdot)$ 、 $B(\cdot)$  分别表示一个几何对象的内部、边界<sup>[8]</sup>。根据混合几何对象的定义, 混合几何对象  $O$  可以表述为:  $O \subset \{P, L, A\}$ , 即  $O$  由  $P$ 、 $L$  或  $A$  组成,  $P$ 、 $L$ 、 $A$  分别代表对象  $O$  的点、线、面部分, 并且  $P$ 、 $L$ 、 $A$  只能在有限个点上重叠。当混合几何对象的子元素是同维对象时, 混合几何对象则转换为多点、多线或多面对象。

### 3 拓扑关系定义

混合几何对象是由不同维几何对象构成的复杂几何对象。对于混合几何对象之间的拓扑关系, 我们扩充和重定义了 OpenGIS SQL 规范中的拓扑关系定义, 定义了一个由 7 个拓扑关系组成的集合  $C$ :  $\{\text{disjoint}, \text{touches}, \text{within}, \text{crosses}, \text{overlaps}, \text{contains}, \text{equal}\}$ 。具体定义如下:

*disjoint*: 对于混合几何对象  $a$  和  $b$ ,  $a \subset \{P, L, A\}$ ,  $b \subset \{P, L, A\}$ 。

$$a. \text{disjoint}(b) \Leftrightarrow a \cap b = \text{f}$$

*touches*: 对于混合几何对象  $a$  和  $b$ ,  $a \subset \{P, L, A\}$ ,  $b \subset \{P, L, A\}$ 。

$$a. \text{touches}(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) = \text{f}) \wedge (a \cap b \neq \text{f})$$

*within*: 对于混合几何对象  $a$  和  $b$ ,  $a \subset \{P, L, A\}$ ,  $b \subset \{P, L, A\}$ 。

$$a. \text{within}(b) \Leftrightarrow (a \cap b = a) \wedge (I(a) \cap I(b) \neq \text{f}) \wedge (a \neq b)$$

*wrosses*: 对于混合几何对象  $a$  和  $b$ ,  $a \subset \{P, L\}$ ,  $b \subset \{P, L, A\}$ 。

$$a. \text{crosses}(b) \Leftrightarrow (a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b) \wedge (I(a) \cap I(b) \neq \text{f})$$

$$\wedge (\forall a_\alpha b_\beta) (I(a_\alpha) \cap I(b_\beta) \neq \text{f})$$

$$(\dim(I(a_\alpha) \cap I(b_\beta)) < \max(\dim(I(a_\alpha)), \dim(I(b_\beta))))$$

$$\wedge (a_\alpha \cap b_\beta \neq a_\alpha) \wedge (a_\alpha \cap b_\beta \neq b_\beta) \quad \alpha, \beta \in \{p, l, a\}$$

*overlaps*: 对于混合几何对象  $a$  和  $b$ ,  $a \subset \{P, L, A\}$ ,  $b \subset \{P, L, A\}$ 。

$$a. \text{overlaps}(b) \Leftrightarrow (a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b) \wedge (I(a) \cap I(b) \neq \text{f}) \wedge ((\dim(a) = 2)$$

$$\vee (\exists a_\alpha b_\beta) ((\dim(I(a_\alpha)) = \dim(I(b_\beta)) = \dim(I(a_\alpha) \cap I(b_\beta)))$$

$$\vee (a_\alpha \cap b_\beta = a_\alpha) \vee (a_\alpha \cap b_\beta = b_\beta)) \quad \alpha, \beta \in \{p, l, a\}$$

*contains*:  $a. \text{contains}(b) \Leftrightarrow b. \text{within}(a)$ 。

*equal*:  $a. \text{equal}(b) \Leftrightarrow a = b$ 。

式中,  $a_p$ 、 $a_l$  和  $a_a$  分别表示混合几何对象  $a$  的点部分、线部分和面部分。 $\dim(\cdot)$  算子<sup>[7]</sup>表示求对象的最大维数。

### 4 完备性与互斥性

对于第 II 类复杂几何对象, 其子元素之间可能互相重叠, 为了明确获取此对象的内部、外部、边界以及它的各个组成部分(点部分、线部分和面部分), 首先必须对其进行处理, 将其规则化为混合几何对象, 这样就可以使用上述拓扑关系的定义来描述第 III 类复杂几何对象间的拓扑关系。当使用拓扑关系集合  $C$  来描述第 I、II 类复杂几何对象或简单几何对象之间的拓扑关系时,  $C$  就等同于 OpenGIS SQL 中对拓扑关系的定义。因此本文所定义的拓扑关系可以对所有空间对象之间的拓扑关系进行描述, 为空间查

询语言中拓扑关系的定义提供了一个统一的框架。下面将证明拓扑关系集合  $C$  是互斥和完备的。

(1) 互斥性: 对于两个空间对象  $a, b$  和拓扑关系集合  $C$  中的任意两个不同的关系  $r_1, r_2$ , 如果  $a, b$  的拓扑关系为  $r_1$ , 则  $a, b$  的拓扑关系不满足  $r_2$ , 即:

$$r_1, r_2 \in C, r_1 \neq r_2, (a r_1 b) = T \Rightarrow (a r_2 b) = F$$

证明: 此命题的证明采用类似文献[10]中的证明方法。命题的证明分为7个部分, 每一个部分分别证明拓扑关系集合  $C$  中的一个关系与其它6个关系是互斥的。其形式如下:

Part 1:

$$(a \text{ overlaps } b) \Rightarrow (\neg(a \text{ touches } b)) \wedge (\neg(a \text{ within } b)) \wedge (\neg(a \text{ crosses } b)) \\ \wedge (\neg(a \text{ disjoint } b)) \wedge (\neg(a \text{ contains } b)) \wedge (\neg(a \text{ equal } b))$$

本文只对上面这个部分进行证明, 其它6个部分可以使用相似的方法证明。

(a) 根据定义

$$a. \text{ overlaps}(b) \Rightarrow (a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b) \wedge (I(a) \cap I(b) \neq f) \\ \Rightarrow (\neg(a \text{ touches } b)) \wedge (\neg(a \text{ within } b)) \wedge (\neg(a \text{ disjoint } b)) \\ \wedge (\neg(a \text{ contains } b)) \wedge (\neg(a \text{ equal } b))$$

(b) 如果  $\dim(a) = 2$ , 根据 *crosses* 的定义,  $a \subset \{P, L\}$ , 即  $\dim(a) \leq 1$ , 则  $(a \text{ overlaps } b) \Rightarrow \neg(a \text{ crosses } b)$ ;

(c) 如果  $\dim(I(a_\alpha)) = \dim(I(b_\beta)) = \dim(I(a_\alpha) \cap I(b_\beta))$ , 而在 *crosses* 的定义中,  $0 \leq \dim(I(a_\alpha) \cap I(b_\beta)) < \max(\dim(I(a_\alpha)), \dim(I(b_\beta)))$ , 所以可证  $\neg(a \text{ crosses } b)$ ;

(d) 如果  $(a_\alpha \wedge b_\beta = a_\alpha) \vee (a_\alpha \cap b_\beta = b_\beta)$  成立, 而在 *crosses* 中必须满足  $(a_\alpha \cap b_\beta \neq a_\alpha) \wedge (a_\alpha \cap b_\beta \neq b_\beta)$ , 因此可证  $\neg(a \text{ crosses } b)$ ;

由上可证 Part 1 成立。同样可以证明其它6个部分。因此可以证明拓扑关系集合  $C$  是互斥的。这样就可以使用拓扑关系集合  $C$  中定义的关系来描述图1中(a)、(b)的拓扑关系。根据定义, (a)、(b)中  $a, b$  之间的关系都为 *touches*。

(2) 完备性: 任意两个空间对象  $a, b$  的拓扑关系  $r$ , 必定可以用拓扑关系集合  $C$  中的一个关系进行描述, 即:  $(a r b) = T \Rightarrow r \in C$ 。

证明: 此命题的证明可以分为两个部分。第一个部分证明如果  $I(a) \cap I(b) = f$ , 则  $r \in \{\text{disjoint}, \text{touches}\}$ ; 第二个部分证明如果  $I(a) \cap I(b) \neq f$ , 则  $r \in \{\text{within}, \text{crosses}, \text{overlaps}, \text{contains}, \text{equal}\}$ 。

Part 1:  $I(a) \cap I(b) = f \Rightarrow r \in \{\text{disjoint}, \text{touches}\}$

$I(a) \cap I(b) = f$  又存在两种情况: ①如果  $a \cap b = f$ , 根据定义则  $(a \text{ disjoint } b)$ ; ②如果  $a \cap b \neq f$ , 则  $(a \text{ touches } b)$ 。因此 Part 1 成立。

Part 2:  $I(a) \cap I(b) \neq f \Rightarrow r \in \{\text{within}, \text{crosses}, \text{overlaps}, \text{contains}, \text{equal}\}$

当  $I(a) \cap I(b) \neq \Phi$  时, 存在以下几种情况:

(a)  $a = b$ , 根据定义则  $(a \text{ equal } b)$ 。

(b)  $a \neq b$ , 如果  $a \cap b = a$ , 则  $(a \text{ within } b)$ ; 如果  $a \cap b = b$ , 则  $(a \text{ contains } b)$ 。

(c)  $(a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b)$ ; 考虑以下情况: ①当  $\dim(a) = 2$  时, 则  $(a \text{ overlaps } b)$ ; ②如果  $a, b$  中存在子元素, 使得  $(a_\alpha \wedge b_\beta = a_\alpha) \vee (a_\alpha \cap b_\beta = b_\beta)$ , 则  $(a \text{ overlaps } b)$ ; ③如果不存在  $(a_\alpha \wedge b_\beta = a_\alpha) \vee (a_\alpha \cap b_\beta = b_\beta)$ , 即对于所有  $a_\alpha, b_\beta$ ,  $(a_\alpha \wedge b_\beta \neq a_\alpha) \wedge (a_\alpha \cap b_\beta \neq b_\beta)$ , 又由于  $I(a) \cap I(b) \neq \Phi$ , 所以总存在  $I(a_\alpha) \cap I(b_\beta) \neq f$ , 这时又存在两种情况: (i) 如果存在  $\dim(I(a_\alpha)) = \dim(I(b_\beta)) = \dim(I(a_\alpha) \cap I(b_\beta))$  时, 则  $(a \text{ overlaps } b)$ ; (ii) 如果对于所有的  $I(a_\alpha) \cap I(b_\beta) \neq f$ , 都存在  $\dim(I(a_\alpha) \cap I(b_\beta)) < \max(\dim(I(a_\alpha)), \dim(I(b_\beta)))$ , 则  $(a \text{ crosses } b)$ 。

由(a)、(b)、(c)可以得到 Part 2 成立。因此由 Part 1 和 Part 2, 可以证明拓扑关系集合  $C$  是完备的。

## 5 结束语

空间查询语言与一般查询语言的一个重要区别是, 空间查询语言提供了一系列空间关系算子, 使用

户能根据空间关系来查询空间数据库。拓扑关系作为一种重要的空间关系,被广泛应用于空间查询和空间分析中。因此在概念层上,定义一个完备和互斥的、可以嵌入到空间查询语言中的拓扑关系集合有着非常重要的意义。当前,对拓扑关系集合的研究还不能描述那些由不同维几何对象构成的复杂空间对象之间的拓扑关系。本文针对目前拓扑关系研究的不足,对空间对象模型进行了分析,引入了混合几何对象的概念,基于业界标准——OpenGIS Simple Features Specification for SQL对拓扑关系及其语义的定义,定义了一个拓扑关系集合: $\{ disjoint, touches, within, crosses, overlaps, contains, equal \}$ 。它可以描述任意空间对象之间的拓扑关系,并证明了此拓扑关系集合是完备和互斥的。因此本文的研究,为空间查询语言中的拓扑关系的定义提供了一个统一的框架。

## 参考文献:

- [1] Egenhofer M J. Spatial SQL: A Query and Presentation Language [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 1994, 6(1): 86-95.
- [2] Erwig M, Schneider M. Developments in Spatio-temporal Query Languages [C]. IEEE Int. Workshop on Spatio-Temporal Data Models and Languages, 1999: 441-449.
- [3] Huang B, Lin H. Design of a Query Language for Accessing Spatial Analysis in the Web Environment [J]. GeoInformatica, 1999, 3(2): 165-183.
- [4] Lin H, Huang B. SQL/SDA: A Query Language for Supporting Spatial Data Analysis and Its Web-based Implementation [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2001, 13(4).
- [5] SQL Multimedia and Application Packages (SQL/MM, Part 3: Spatial) [S]. ISO Working Draft, 1995.
- [6] Open GIS Consortium, Inc. OpenGIS Simple Features Specification for SQL, Revision 1.1 [S]. May 5, 1999.
- [7] Clementini E, Felice P D, Van Oosterom P. A Small Set of Formal Topological Relationships Suitable for End-user Interaction, in D. Abel and B. C. Ooi (Ed), Advances in Spatial Databases [C]. Third International Symposium. SSD'93. LNCS, Springer-Verlag, Singapore, 1993, 692: 277-295.
- [8] Egenhofer M J, Franzosa R D. Point-set Topological Spatial Relations [J]. International Journal for Geographical Information Systems, 1991, 5(2): 161-174.
- [9] Clementini E, Shama J, Egenhofer M J. Modeling Topological Spatial Relations: Strategies for Query Processing [J]. Computers and Graphics, 1994, 18(6): 815-822.
- [10] Clementini E, Felice P D. A Model for Representing Topological Relationships between Complex Geometric Features in Spatial Databases [J]. Information Sciences, 1994, 90(1-4): 121-136.
- [11] Wolter F, Zakharysacher M. Spatial Reasoning in RCC-8 with Boolean Region Terms [C]. In Proceedings of ECAI 2000, IOS Press, 2000: 240-250.