

文章编号:1001-2486(2003)05-0076-04

直接序列扩频码元同步的快速捕获及跟踪^{*}

宫二玲,王跃科,杨俊

(国防科技大学机电工程与自动化学院,湖南长沙 410073)

摘要:讨论基于软件无线电技术的直接序列扩频码元捕获及跟踪的快速算法。利用伪随机序列尖锐的自相关特性,通过计算中频接收信号与本地匹配滤波器的循环相关完成码元捕获,提出了循环相关的两种快速算法,并分析了正确捕获概率及平均捕获时间,最后给出码元跟踪的简便算法及精度。仿真及实验验证了所述算法的正确性和有效性,特别适用于信噪比较低、对设备体积及功耗限制严格的通信系统中。

关键词:直接序列扩频;码元捕获;快速跟踪;软件无线电

中图分类号:TN911.71 **文献标识码:**A

Fast Code Acquisition and Tracking for DS/SS

GONG Er-ling, WANG Yue-ke, YANG Jun

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Fast algorithms of code acquisition and tracking for DS/SS are presented based on software radio. Code acquisition can be done via calculating the cycle-correlation between received IF signal and local matched filter, using the auto-correlation's sharp characteristic of PN sequence. Two fast algorithms for cycle-correlation are presented. Their correct acquisition probabilities and average acquisition times are analyzed. Finally a simple algorithm of code tracking and its precision are presented. The correctness and validity of these algorithms have been tested by simulation and experiment, and they can be used especially when the SNR is very low and the size and power of the instruments are strictly limited.

Key words: DS/SS; code acquisition; fast tracking; software radio

直接序列扩频接收机的解扩需建立在收发两端 PN 码的精确同步基础上。同步通过两个阶段完成:捕获与跟踪。捕获是粗同步,可以将接收信号和本地信号相位之差缩小到 PN 码的一个码片或更小范围内。跟踪是精细同步,让本地参考信号精确跟踪接收信号的相位变化。

在工程应用中,同步通常通过声表面波匹配滤波器 SAW、MF 或延时锁定环完成。文献[1]混合使用 SAW、MF 与延时锁定环,对长码实现快速捕获,适用于大信噪比信号。文献[2]以专用数字相关器完成码元捕获与跟踪,在同步保持时间、虚警概率上都具有较好的性能指标,且对 SNR 的变化不敏感。文献[2, 3]运用自适应滤波器,根据最小均方误差准则搜索判定 PN 码的正确相位,使硬件复杂度显著降低。文献[4, 5]以一系列移位的本地 PN 信号构成辅助信号,根据辅助信号与接收信号的相关结果,以环路实现对码元相位的预估计,作为相干码元捕获的先验信息,可以使平均捕获时间降低,但实现的复杂度大。文献[6]则根据辅助信号与接收信号的相关结果,直接用极大似然方法获得接收信号的相位估计,用以初始化本地 PN 序列,再用常规的串行搜索方法快速捕获码元。

1 码元捕获的原理

设接收到的中频采样信号为

$$x(n) = A_k \cdot PN(nT_s) \cdot \cos(2\pi f_c nT_s + \phi_0) + a(nT_s) \quad (1)$$

其中 $A_k (= \pm 1)$ 为第 k 个信息符号; $PN(nT_s)$ 是码片周期为 L 的 PN 序列,该 PN 序列的码片速率为

* 收稿日期:2003-03-02

作者简介:宫二玲(1971—),女,讲师,博士生。

$f_{PN}, T_s (= 1/f_s)$ 为接收端的采样周期, f_c 为接收信号的中频频率, ϕ_0 为中频的初始相位, 是均匀分布于 $[0, 2\pi]$ 的随机变量; $a(nT_s)$ 是均值为 0、方差为 σ^2 的正态白噪声。

假设 f_c 已经提取得到, 则选取本地匹配滤波器为与 ϕ_0 无关的复指数型函数:

$$h(n) = PN(nT_s) \cdot e^{-j2\pi f_c nT_s} \quad (2)$$

假设 PN 序列采用周期 $L = 511$ 的 m 序列, 且 $f_s = 8 \cdot f_c, f_c = f_{PN}$, 则一个信息符号对应的采样点 $N = L \cdot \frac{f_s}{f_{PN}} = 4088$, 对一个信息符号做 N 点循环相关, 并取模:

$$|R(m)| = \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n+m) \cdot h(n) \right|, m = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3)$$

其中信息分量:

$$\begin{aligned} |R_s(m)| &= \frac{1}{2} \left| \sum_{n=0}^{N-1} PN[(n+m)T_s] \cdot PN(nT_s) \cdot (e^{j\phi_0} \cdot e^{j2\pi f_c(n+m)T_s} + e^{-j\phi_0} \cdot e^{-j2\pi f_c(n+m)T_s}) \cdot e^{-j2\pi f_c nT_s} \right| \\ &\approx \frac{1}{2} \left| \sum_{n=0}^{N-1} PN[(n+m)T_s] \cdot PN(nT_s) \right| = \begin{cases} \frac{1}{2} |N - (L+1) \cdot |m||, & |m| < \frac{N}{L} \\ \frac{N}{2L}, & \frac{N}{L} \leq |m| \leq \frac{N}{2} \end{cases} \quad (4) \end{aligned}$$

噪声分量为随机变量:

$$|R_n(m)| = \left| \sum_{n=0}^{N-1} a[(n+m)T_s] \cdot PN(nT_s) \cdot e^{-j2\pi f_c nT_s} \right| \quad (5)$$

其均值为零, 方差: $\text{Var}[|R_n(m)|] = N \cdot \sigma^2, \forall m_0$ 。

图 1 为 $|R_s(m)|, m \in \left(-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right)$ 的部分曲线, 可以看出 $m = 0$ 时, $|R_s(m)|$ 取得最大值, 则在无噪声时, 只要找出 $|R(m)|$ 中的最大值点即为码元同步的起始点。可见该码元捕获方法的理论根据是 PN 序列尖锐的自相关特性, 在一个信息符号长度内做循环相关, 相关值的模最大的位置即为码元起点。

2 码元捕获的精度

实际上 $|R(m)|$ 为随机变量, 服从正态分布 $N(|R_s(m)|, N\sigma^2)$, 若做分辨率为 $\frac{T_c}{8}$ (T_c 为 PN 序列的码片宽度), 即一个采样点的捕获, 且假设 $|R(m)|$ 相对于变量 m 为独立分布, 则正确捕获概率 $P_{C,1}$:

$$\begin{aligned} P_{C,1} &= P\{|R(0)| > \max_{m \neq 0} |R(m)|\} \\ &= P\{|R(0)| > |R(1)|\} \cdot P\{|R(0)| > |R(2)|\} \cdot \dots \cdot P\{|R(0)| > |R(N-1)|\} \\ &\triangleq P_1 \cdot P_2 \cdot \dots \cdot P_{N-1} \quad (6) \end{aligned}$$

其中 $P_i = \int_{\frac{|R(0)|+|R(i)|}{2}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi N\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x - |R(0)|)^2}{2N\sigma^2}\right\} dx, i = 1, 2, \dots, N-1$ 。

若做分辨率为 $\frac{T_c}{2}$ 的捕获, 正确捕获概率 $P_{C,4} = P\{\max_{|m| \leq 4} |R(m)| > \max_{|m| > 4} |R(m)|\}$ 。

用 Matlab 语言仿真得到 $N = 4088$, 分辨率为 $\frac{T_c}{8}$ 时的正确捕获概率 $P_{C,1}$ 与输入信噪比 $SNRI = \frac{1}{2\sigma^2}$ 的关系曲线, 如图 2 所示。其中右曲线表示仅在一个信息符号内做循环相关时的正确捕获概率, 左曲线表示将连续 8 个信息符号叠加后做循环相关的正确捕获概率, 可见将信号叠加有消除噪声的作用, 大大提高了正确捕获概率。

假设收发两端中频偏差为 f_b , 接收信号仍如(1)式, 本地匹配滤波器为:

$$h(n) = PN(nT_s) \cdot e^{-j2\pi(f_c + f_b)nT_s} \quad (7)$$

此时求循环相关的模, 其中的信息分量为:

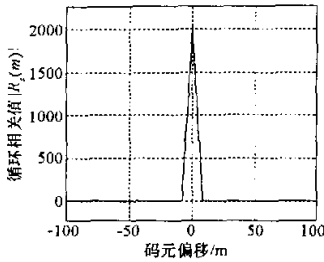


图1 |R_s(m)|的部分曲线
Fig.1 Part curve of |R_s(m)|

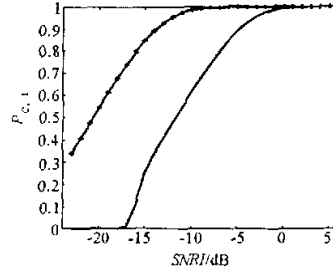


图2 正确捕获概率 P_{c,1} 与输入信噪比 SNRI 的关系曲线
Fig.2 Relation between P_{c,1} and SNRI

$$\begin{aligned}
 & |R_s(m)| \\
 \approx & \frac{1}{2} \left| \sum_{n=0}^{N-1} PN[(n+m)T_s] \cdot PN(nT_s) \cdot e^{j\theta_0} \cdot e^{j2\pi f_c m T_s} \cdot e^{-j2\pi f_b n T_s} \right| \\
 = & \frac{1}{2} \left| \sum_{n=0}^{N-1} PN[(n+m)T_s] \cdot PN(nT_s) \cdot e^{-j2\pi f_b n T_s} \right| \quad (8)
 \end{aligned}$$

可知 f_b 对 $|R_s(0)|$ 的影响为: $|R_s(0)| = \frac{1}{2} \left| \frac{1 - e^{j2\pi f_b N T_s}}{1 - e^{j2\pi f_b T_s}} \right|$, 见图3。

分析可知, 当 $\frac{f_b}{f_s} \leq \frac{1}{4N}$ 时, $|R_s(0)|$ 的衰减将小于 90%, 对码元捕获的性能影响很小。

以上分析表明, 码元捕获可以通过计算接收信号与本地匹配滤波器的循环相关完成, 但直接进行整个信息符号的循环相关, 运算量为 $2N^2 = 33.4M$ 次实数乘法运算, 运算时间过长。

3 码元捕获的快速算法

以下算法均考虑 PN 序列采用周期 $L = 511$ 的 m 序列, $f_s = 8 \cdot f_c$, $f_c = f_{PN}$, 一个信息符号对应的采样点数 $N = 4088$ 的情况。

3.1 梳状匹配滤波器法

用 16 个起点不同的本地匹配滤波器循环叠加成为梳状匹配滤波器, 如图 4 所示。

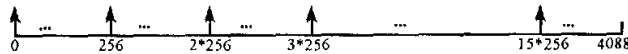


图4 梳状匹配滤波器
Fig.4 Combing matched filter

该滤波器与一个信息符号对应的 4088 个采样点连续做 256 点相关, 可得到最大值点 M_0 , 则码元同步点可能为 $M_0, M_0 + 256, M_0 + 256 * 2, \dots, M_0 + 256 * 15$ 中的一个, 再用常规的本地匹配滤波器最多做 16 次相关, 找出最大值点, 即为码元同步点。此方法融合了常规的串行、并行码元捕获方法。仿真及分析表明, 该算法的运算量为 $2 \times (256 + 16) \times N = 2.224M$ 次实数乘法运算, 若用 75MIPS 的高速数字处理芯片 ADSP2189 完成, 则需要的时间约为 29.7ms。该方法的缺陷是: 在用梳状滤波器进行粗搜索时, 将导致噪声分量相对信息分量上升 16 倍, 折合 12dB, 即输出信噪比将下降 12dB, 使得正确捕获概率大大降低。可以根据实际工程中的输入信噪比、对捕获时间及正确捕获概率的要求, 确定梳状滤波器的组成。也可以在码频变化较慢时, 将码元起始点对准的 k 个信息符号叠加后, 再与梳状匹配滤波器做循环相关, 判断码元起始点, 此时输出信噪比将增加 $10 \log_{10} k$ dB。

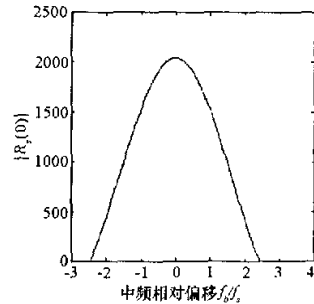


图3 中频偏差对 |R_s(0)| 的影响
Fig.3 Influence of IF offset to |R_s(0)|

3.2 用 4096 点 FFT 做循环相关

设 $x(n), h(n)$ 的长度均为 $N(N$ 为 2 的整数次幂), 对它们分别做 N 点 FFT, 记 $X(k) = FFT[x(n)], H(k) = FFT[h(n)]$, 则 $R(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n+m) \cdot h(n)$ 可以通过如下 FFT 运算来完成:

$$R(m) = \frac{1}{N} FFT[X^*(k) \cdot H(k)], m = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1 \quad (9)$$

鉴于本文中一个信息符号对应的采样点数 $N = 4088$, 并非 2 的整数次幂, 不能直接用 FFT 实现循环相关, 可将周期性的 PN 序列表示成傅立叶级数, 再进行 2 的整数次幂采样, 得到的新序列作为伪随机码对信息符号进行扩频, 本地匹配滤波器也用新序列构造。本文中对新序列的点数为 $N' = 4096$ 为例进行描述。

周期为 $L = 511$ 的 PN 序列用傅立叶级数可近似表示为:

$$\overline{PN}(t) = \sum_{i=0}^{L-1} \overline{P}_i(t) = \sum_{i=0}^{L-1} \left[A_i \sum_{k=-L}^L (a_k \cdot e^{-jk2\pi/L}) \cdot e^{jk\frac{2\pi}{L}t} \right] \quad (10)$$

其中 A_i 为第 i 个码片的取值, $A_i = \pm 1, \overline{P}_i(t)$ 为第 i 个码片的傅立叶级数表示, k 为截取的谐波阶数, $a_k = \frac{\sin(k\pi/L)}{k\pi}, T_c$ 为码片宽度。

将 $\overline{PN}(t)$ 离散化, 即对 PN 序列的每个周期进行 N' 点采样, 可以得到:

$$\overline{PN}(n) = \sum_{i=0}^{L-1} \left[A_i \sum_{k=-L}^L (a_k \cdot e^{-jk2\pi/L}) \cdot e^{jk\frac{2\pi}{L} \cdot \frac{LT}{N'}n} \right] = \sum_{k=-L}^L a_k \cdot e^{jk\frac{2\pi}{N'}} \left[\sum_{i=0}^{L-1} A_i \cdot e^{-jk\frac{2\pi}{L}i} \right] \quad (11)$$

可以验证, 新序列 $\overline{PN}(n)$ 以 $N' = 4096$ 为周期, 且具有尖锐的自相关特性。通过选取适当的谐波阶数 k , 可以去除基带外的频谱分量, 在调制到中频时不致引起频谱混叠, 起到了频域滚降滤波的作用。

发送端以 $\overline{PN}(n)$ 作为伪随机码对信息符号进行扩频, 接收端也以 $\overline{PN}(n)$ 构造匹配滤波器, 对接收到的中频采样信号做 N' 点循环相关, 得到模的最大值点即为码元起始点。此时可利用 N' 点 FFT 完成, 运算量为 $3 \times 2N' \log_2 N' = 0.295M$ 次实数乘加, 用 ADSP2189 完成, 需计算时间 4.2ms。

表 1 列出捕获的两种快速算法与直接做循环相关方法的运算量比较(其中运算量以实数乘加次数衡量)。可见, 本文提出的快速算法的运算量比直接循环相关方法大大减少, 节约了捕获时间。

表 1 捕获的快速算法与直接循环相关方法运算量比较

Tab.1 Computation comparing of fast algorithms and direct cycle-correlation algorithm for code acquisition

方 法	直接循环相关法	梳状匹配滤波器法	4096 点 FFT 方法
运算量(次)	33.423M	2.224M	0.295M

4 码元跟踪快速算法

由于收发两端采样时钟偏差的存在, 导致信号中的实际码元起点相对于原参考起点会随时间而缓慢变化, 需检测出这个变化并调整收端的码元起点。原理是依据 PN 序列尖锐的自相关特性, 利用匹配滤波公式(3), 分别计算原来的起始点 m_0 左、右各 $i(i = 1, 2, 3, \dots)$ 个采样点的相关值的模 $|R(m_0 - i)|, |R(m_0 + i)|$; 与 $|R(m_0)|$ 比较, 最大值处即为新的码元起点。若取 $i = 1$, 且假设码元起始点已偏移到 $m_0 + 1$ 的位置, 类似于正确捕获概率的分析, 可知此时的正确跟踪概率 $P_{t,1}$ 为:

$$P_{t,1} = P\{|R(m_0 + 1)|^2 > |R(m_0)|^2, |R(m_0 + 1)|^2 > |R(m_0 - 1)|^2\} \\ \geq \left[\Phi \left(\frac{|R_{sig}(0)|^2 - |R_{sig}(1)|^2}{2N\sigma^2} \right) \right]^2 \quad (12)$$

类似地, 可以分析其它情况下的正确跟踪概率。

的解为:

$$C(S(t), t) = E_{\rho} \left[(S(T) - k)^+ \exp \left[- \int_t^T r(s) ds \right] \mid F_t \right] \quad (4)$$

注:当 $\mu(t) = \mu, \sigma(t) = \sigma, r(t) = r$ 时,通过解微分方程(3) 或用概率论方法直接由(4) 得出期权价格的显示解就是著名的 Black-Scholes 公式。

3 结论

倒向随机微分方程在金融市场上具有很重要的价值,文中所解决的问题为期权定价提供了理论依据,也说明金融市场上的一些问题可以转化为解决倒向随机微分方程的问题。

参考文献:

- [1] Wilmott P, Dewynne J, Howison G. Option Pricing: Mathematical Models and Computation[J]. United Kingdom, Oxford financial Press, 1993.
- [2] Karoui N E, Peng S, Quenez M C. Backward Stochastic Differential Equations in Finance[J]. Mathematical Finance, 1997, 7(1): 1 - 71.
- [3] 彭实戈. 倒向随机微分方程及其应用[J]. 数学进展, 1997, 26(2).
- [4] 严加安, 彭实戈, 等. 随机分析选讲[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

(上接第 79 页)

5 结束语

讨论了基于软件无线电技术,对直接序列扩频的码元起始点进行捕获与跟踪的几种快速算法。方案对中频采样信号的处理全部用软件算法实现,适用于信噪比较低,对设备体积及功耗有严格限制的通信系统中。本方案在某通信系统中已得到应用,系统运行结果符合技术要求。

参考文献:

- [1] 雷鸣, 查光明. 一种扩频 PN 码的混合同步系统[J]. 电子科技大学学报, 1996, 25(9): 358 - 361.
- [2] El-Tarhuni M G, Sheikh A U H. Performance analysis for an adaptive filter code-tracking technique in direct-sequence spread-spectrum systems[J]. IEEE Trans. Commu., Aug. 1998, 46(8): 1058 - 1064.
- [3] 张蔚, 张宗橙. 直接序列扩频捕获的门限调整技术与混合方案[J]. 江苏通信技术, 2000, 16(2): 5 - 9.
- [4] Salih M, Tantaratana S. A closed-loop coherent acquisition scheme for PN sequences using an auxiliary sequence[J]. IEEE J. Select. Areas Commu., Oct. 1996, 14(10): 1653 - 1659.
- [5] Salih M, Tantaratana S. A closed-loop coherent PN acquisition system with a pre-loop estimator[J]. IEEE Trans. Commu., Sep. 1999, 47(9): 1394 - 1405.
- [6] Kang S, Lee Y H. Rapid acquisition of PN signals for DS/SS systems using a phase estimator[J]. IEEE J. Select. Areas Commu., Jun. 2001, 19(6): 1128 - 1137.
- [7] Corazza G E. On the MAX/TC criterion for code acquisition and its application to DS-SSMA systems[J]. IEEE Trans. Commu., Sep. 1996, 44(9): 1173 - 1182.

