文章编号:1001-2486(2003)06-0039-06

多传感器量测融合算法的性能比较*

余安喜,胡卫东,周文辉
(国防科学技术大学 ATR 重点实验室,湖南 长沙 410073)

摘 要:归纳三类多传感器量测融合算法,即扩维滤波法、伪序贯滤波法和复合量测滤波法。采用协方差分析的方法比较各类算法的滤波精度,证明它们均能在各自给定的条件下实现线性最小均方意义上的最优滤波。仿真实例对各类算法的计算量和灵活性等性能进行比较,结果表明扩维型信息滤波器的计算量最小、灵活性最高,扩维型 Kalman 滤波器、伪序贯滤波器的计算量较大,而两种复合量测滤波器对各传感器的量测矩阵有一定要求,以致灵活性较差。所得结论对量测融合算法的实际应用具有一定的指导意义。

关键词:多传感器量测融合;复合量测;性能比较
中图分类号:TN953 文献标识码:A

Performance Comparison of Multisensor Measurement Fusion Algorithms

YU An-xi, HU Wei-dong, ZHOU Wen-hui
(ATR Key Lab, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Currently there exist three multisensor measurement fusion methods, namely, augmented method, pseudo-sequential filtering method, and combined measurement filtering method. Accuracy of these algorithms are compared by a covariance analysis method, and a conclusion is drawn that they can all obtain LMMSE (Linear Minimum Mean-Square Error) estimation under some assumptions. Other performance of these algorithms, such as computation cost and flexibility, is compared by Monte-Carlo simulation. Results show that augmented method based on information filter has the lowest computation cost and highest flexibility, augmented method based Kalman filter and pseudo-sequential filter have higher computation cost, and the two combined measurement filters are less flexible because they demand that sensor measurement matrixes satisfy some additive conditions. These conclusions are valuable in practical engineering applications.

Key words: multisensor measurement fusion; combined measurement; performance comparison

多传感器量测融合要求融合中心接收来自多个传感器的原始量测信息,将其转换到某个公共坐标系统,然后进行融合滤波处理,形成统一的目标状态估计。多传感器量测融合在理论上对任何指定的传感器测量方程都具有可证明为最优的位置估计[1];但与多传感器状态矢量融合相比,它要求系统具有更高的总线带宽,以便通过高速原始量测数据要求融合滤波器具有更强的中心处理能力[2]。

现有的多传感器的量测融合算法通常可归纳为三类,即扩维滤波法、伪序贯滤波法和复合量测滤波法。这些融合算法在滤波精度、计算量和使用灵活性等方面各有所长,因此本文将详细比较各算法的性能差异,从而为量测融合算法的实际应用提供一些算法选择的依据。

扩维滤波法[3,5,6]通过增大 Kalman 滤波器量测矢量的维数,然后进行更高维的滤波处理,从而综合估计目标的状态。这种方法对各传感器的量测方程形式没有任何要求,甚至当各传感器的量测误差相关时也能直接处理,因此在使用上最为灵活;但由于该方法引入了高维矩阵的乘法和求逆运算,因此其计算量较大。

伪序贯滤波器[4,6]首先对其中一个传感器量测进行正常的Kalman滤波,再把其他传感器量测滤波

* 收稿日期:2003-04-25
基金项目:国家部委预研项目基金资助(41307010104)
作者简介:余安喜(1978—),男,博士生。

的外推时间设置为零,然后进行当前时刻目标状态的重复更新。对于 N 个不同传感器的量测集, 该方法要经过 N 次递推滤波, 在每次滤波过程中, 滤波方程中对应的量测矩阵和量测误差协方差随着传感源的不同而自适应变化。伪序贯滤波法对各传感器的量测方程在形式上没有任何限制, 但由于融合中心对每一批传感器量测都进行一次滤波处理, 当单位时间内融合中心接收的传感器量测较多时, 滤波器消耗的计算资源将很大。

复合量测滤波法[5, 7, 8] 首先依据一定的准则实现多传感器量测复合, 然后对复合量测进行滤波。复合量测滤波法往往在灵活性上略显不足, 如要求传感器量测矩阵具有相同的维数等附加条件[5]。由于复合量测滤波法具有较小的计算量, 因而具有更加广泛的应用前景。

1 多传感器量测融合

1.1 扩维滤波法

假设有 N 个传感器, 离散形式的目标状态方程和传感器量测方程分别表示为

$$\boldsymbol{x}(k) = \boldsymbol{F}(k)\boldsymbol{x}(k-1) + \boldsymbol{w}(k-1) \tag{1}$$

$$z_i(k) = \boldsymbol{H}_i(k)\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{v}_i(k), \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{2}$$

其中, k 表示离散时间的索引标记, $\boldsymbol{x}(k)$ 为目标的状态矢量, $\boldsymbol{z}(k)$ 为传感器量测矢量, 状态扰动噪声 $\boldsymbol{w}(k)$ 和传感器量测误差 $\boldsymbol{v}_i(k)$ 均为零均值的白色高斯随机过程, 相应的协方差矩阵分别为 $\boldsymbol{Q}(k)$ 和 $\boldsymbol{R}_i(k)$。

假设状态扰动噪声与各个传感器量测噪声之间相互独立, 即对所有的 k、i、j, 有

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{w}(k)\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(l)] = Q(k)\delta_{kl}, \quad \mathrm{E}[\boldsymbol{w}(k)\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}(l)] = 0$$

而各传感器量测噪声之间可能是相关的, 即具有如下关系:

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{v}_i(k)\boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}(j)] = R_{ij}(k)\delta_{kl}, \quad \mathrm{E}[\boldsymbol{v}_i(k)\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}(j)] = R_i(k)\delta_{kl}$$

扩维滤波法是将所有的传感器量测集中起来, 形成一个更高维的量测矢量 $z_A(k)$, 即

$$z_A(k) = \boldsymbol{H}_A(k)\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{v}_A(k) \tag{3}$$

其中,

$$z_A(k) = [\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}(k) \quad \boldsymbol{z}_2^{T}(k) \quad \cdots \quad \boldsymbol{z}_N^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{H}_A(k) = [\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}(k) \quad \boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}}(k) \quad \cdots \quad \boldsymbol{H}_N^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{v}_A(k) = [\boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}}(k) \quad \boldsymbol{v}_2^{T}(k) \quad \cdots \quad \boldsymbol{v}_N^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}, \quad \mathrm{E}[\boldsymbol{v}_A(k)\boldsymbol{v}_A^{\mathrm{T}}(j)] = \boldsymbol{R}_A(k)\delta_{kl}, \quad \mathrm{E}[\boldsymbol{w}(k)\boldsymbol{v}_A^{\mathrm{T}}(l)] = 0$$

其中, $\boldsymbol{H}_A(k)$ 为扩维后的量测矩阵, $\boldsymbol{v}_A(k)$、$\boldsymbol{R}_A(k)$ 为扩维后的量测误差矢量及其协方差矩阵。

1. 扩维型 Kalman 滤波器

由(1)、(3) 式构成 Kalman 滤波器的状态转移方程和量测方程, 通过滤波可以获得线性最小均方意义上的最优目标状态估计。设 $k-1$ 时刻的目标状态估计为 $\hat{\boldsymbol{x}}(k-1 \mid k-1)$, 相应的估计误差协方差矩阵为 $\boldsymbol{P}(k-1 \mid k-1)$, 则目标状态的一步预测方程为

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k \mid k-1) = \boldsymbol{F}(k)\hat{\boldsymbol{x}}(k-1 \mid k-1)$$

$$\boldsymbol{P}(k \mid k-1) = \boldsymbol{F}(k)\boldsymbol{P}(k-1 \mid k-1)\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(k) + \boldsymbol{Q}(k-1)$$

由扩维量测矢量更新下一时刻的目标状态为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_A(k \mid k) = \hat{\boldsymbol{x}}(k \mid k-1) + \boldsymbol{K}_A(k)[z_A(k) - \boldsymbol{H}_A(k)\hat{\boldsymbol{x}}(k \mid k-1)]$$

$$\boldsymbol{P}_A(k \mid k) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_A(k)\boldsymbol{H}_A(k)]\boldsymbol{P}(k \mid k-1)$$

$$\boldsymbol{K}_A(k) = \boldsymbol{P}(k \mid k-1)\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k)[\boldsymbol{H}_A(k)\boldsymbol{P}(k \mid k-1)\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k) + \boldsymbol{R}_A(k)]^{-1} \tag{4}$$

其中, (4) 式中出现了高维矩阵的求逆运算, 当传感器较多、量测维数较高时, 这种运算往往是不允许的, 因此, 必须想办法来避免(4) 式的出现。

2. 扩维型信息滤波器

条件 **1** 各传感器的量测误差两两相互独立, 即 $\mathrm{E}[\boldsymbol{v}_i(k)\boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}(j)] = 0 (i \neq j)$。

由条件 1, 易得

$$\boldsymbol{R}_A(k) = \operatorname{diag}\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_1(k) & \boldsymbol{R}_2(k) & \cdots & \boldsymbol{R}_N(k) \end{bmatrix} \tag{5}$$

这样, 可以采用信息滤波器来取代 Kalman 滤波器, 以避免高维矩阵的求逆运算。记信息状态矢量 $\hat{\boldsymbol{a}}(k_1 \mid k_2) \equiv \boldsymbol{P}^{-1}(k_1 \mid k_2)\hat{\boldsymbol{x}}(k_1 \mid k_2)$, 其中, $\boldsymbol{P}^{-1}(k_1 \mid k_2)$ 称为信息矩阵, 则扩维型信息滤波器可描述如下:

$$\begin{aligned}
&\hat{\boldsymbol{a}}(k \mid k-1) = \boldsymbol{P}^{-1}(k \mid k-1)\boldsymbol{F}(k)\hat{\boldsymbol{x}}(k-1 \mid k-1) \\
&\hat{\boldsymbol{a}}_A(k \mid k) = \hat{\boldsymbol{a}}(k \mid k-1) + \boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_A^{-1}(k)\boldsymbol{z}_A(k) \\
&\boldsymbol{P}_A^{-1}(k \mid k) = \boldsymbol{P}^{-1}(k \mid k-1) + \boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_A^{-1}(k)\boldsymbol{H}_A(k) \\
&\hat{\boldsymbol{x}}_A(k \mid k) \equiv \boldsymbol{P}_A(k \mid k)\hat{\boldsymbol{a}}_A(k \mid k) \\
&\boldsymbol{R}_A^{-1}(k) = \operatorname{diag}\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_1^{-1}(k) & \boldsymbol{R}_2^{-1}(k) & \cdots & \boldsymbol{R}_N^{-1}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6}$$

这样, 高维矩阵的求逆分解为几个低维矩阵的求逆, 计算量大大降低。

1.2 伪序贯滤波法

在条件 1 下, 则基于伪序贯滤波的量测融合算法可描述为:

$$\begin{aligned}
&\hat{\boldsymbol{x}}_{B,1}(k \mid k) = \hat{\boldsymbol{x}}(k \mid k-1) + \boldsymbol{K}_{B,1}(k)[\boldsymbol{z}_1(k) - \boldsymbol{H}_1(k)\hat{\boldsymbol{x}}(k \mid k-1)] \\
&\boldsymbol{K}_{B,1}(k) = \boldsymbol{P}(k \mid k-1)\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}(k)[\boldsymbol{H}_1(k)\boldsymbol{P}(k \mid k-1)\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}(k) + \boldsymbol{R}_1(k)]^{-1} \\
&\boldsymbol{P}_{B,1}(k \mid k) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{B,1}(k)\boldsymbol{H}_1(k)]\boldsymbol{P}(k \mid k-1) \\
&\hat{\boldsymbol{x}}_{B,i}(k \mid k) = \hat{\boldsymbol{x}}_{B,i-1}(k \mid k) + \boldsymbol{K}_{B,i}(k)[\boldsymbol{z}_i(k) - \boldsymbol{H}_i(k)\hat{\boldsymbol{x}}_{B,i-1}(k \mid k)], \quad i = 2, 3, \cdots, N \\
&\boldsymbol{K}_{B,i}(k) = \boldsymbol{P}_{B,i-1}(k \mid k)\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)[\boldsymbol{H}_i(k)\boldsymbol{P}_{B,i-1}(k \mid k)\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k) + \boldsymbol{R}_i(k)]^{-1} \\
&\boldsymbol{P}_{B,i}(k \mid k) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{B,i}(k)\boldsymbol{H}_i(k)]\boldsymbol{P}_{B,i-1}(k \mid k)
\end{aligned}$$

可见, 伪序贯滤波法实现灵活, 但需要进行 N 次滤波更新, 计算量较大。

1.3 复合量测滤波法

复合量测滤波法有两种复合量测算法, 它们对应的量测方程具有如下通用形式:

$$\boldsymbol{y}_i(k) = \boldsymbol{C}_i(k)\boldsymbol{x}(k) + \xi_i(k), \quad i = 1, 2 \tag{7}$$

其中, $\boldsymbol{y}_i(k)$ 为复合量测, $\boldsymbol{C}_i(k)$ 为复合量测对应的量测矩阵, $\xi_i(k)$ 为复合量测的误差, 相应的误差协方差记为 $\Sigma_i(k)$。这样, 由(7) 式得复合量测的状态更新方程为

$$\begin{aligned}
&\hat{\boldsymbol{x}}_i(k \mid k) = \hat{\boldsymbol{x}}(k \mid k-1) + \boldsymbol{K}_i(k)[\boldsymbol{y}_i(k) - \boldsymbol{C}_i(k)\hat{\boldsymbol{x}}(k \mid k-1)] \\
&\boldsymbol{K}_i(k) = \boldsymbol{P}(k \mid k-1)\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}(k)[\boldsymbol{C}_i(k)\boldsymbol{P}(k \mid k-1)\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}(k) + \Sigma_i(k)]^{-1} \\
&\boldsymbol{P}_i(k \mid k) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_i(k)\boldsymbol{C}_i(k)]\boldsymbol{P}(k \mid k-1)
\end{aligned} \tag{8}$$

1. 量测复合算法一

条件 2 矩阵 $\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{H}_i(k)$ 是可逆的。

在条件 1 和条件 2 下, 可得 $\boldsymbol{x}(k)$ 的加权最小二乘估计为

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{y}_1(k) = \hat{\boldsymbol{x}}^0(k) = [\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_A^{-1}(k)\boldsymbol{H}_A(k)]^{-1}\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_A^{-1}(k)\boldsymbol{z}_A(k) \\
&\Sigma_1(k) = [\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_A^{-1}(k)\boldsymbol{H}_A(k)]^{-1}
\end{aligned}$$

将(5) 式代入, 并化简得

$$\boldsymbol{y}_1(k) = \Sigma_1(k)\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{z}_i(k), \quad \Sigma_1(k) = \left[\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{H}_i(k)\right]^{-1}$$

$$\boldsymbol{y}_1(k) = \boldsymbol{x}(k) + \xi_1(k), \quad \boldsymbol{C}_1(k) = \boldsymbol{I}, \quad \Sigma_1(k) = \operatorname{Var}[\xi_1(k)]$$

2. 量测复合算法二

条件 3 各传感器的量测矩阵具有相同的因子, 即有 $\boldsymbol{H}_i(k) = \boldsymbol{M}_i(k)\boldsymbol{C}_2(k)$, 且矩阵

$\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{M}_i(k)$ 是可逆的。

令 $\boldsymbol{b}(k)=\boldsymbol{C}_2(k)\boldsymbol{x}(k)$, 则在条件1和条件3下, 可得 $\boldsymbol{b}(k)$ 的加权最小二乘估计为

$$\boldsymbol{y}_2(k)=\hat{\boldsymbol{b}}(k)=\Sigma_2(k)\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{z}_i(k),\qquad \Sigma_2(k)=\left[\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{M}_i(k)\right]^{-1}$$

则

$$\boldsymbol{y}_2(k)=\boldsymbol{C}_2(k)\boldsymbol{x}(k)+\xi_2(k),\qquad \Sigma_2(k)=\mathrm{Var}[\xi_2(k)]$$

2 算法精度分析

下面将采用协方差分析的方法, 对以上五种多传感器量测融合算法的滤波精度进行分析和比较。

定理1 在条件**1**下, 扩维滤波法与伪序贯滤波法具有相同的估计精度。

证明:(数学归纳法) 众所周知, Kalman 滤波器与信息滤波器是等价的。不妨设传感器个数为 n, 则

(1) 当 $n=1$ 时, 有

$$\boldsymbol{H}_{A,1}(k)=\boldsymbol{H}_1(k),\qquad \boldsymbol{R}_{A,1}(k)=\boldsymbol{R}_1(k)$$

则

$$\boldsymbol{K}_{A,1}(k)=\boldsymbol{P}(k\mid k-1)\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}(k)[\boldsymbol{H}_1(k)\boldsymbol{P}(k\mid k-1)\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}(k)+\boldsymbol{R}_1(k)]^{-1}=\boldsymbol{K}_{B,1}(k)$$

$$\boldsymbol{P}_{A,1}(k\mid k)=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_{B,1}(k)\boldsymbol{H}_1(k)]\boldsymbol{P}(k\mid k-1)=\boldsymbol{P}_{B,1}(k\mid k)$$

此时两种滤波器具有相同的估计精度。

(2) 当 $n=m-1(1<m\leqslant N)$ 时, 两滤波器具有相同的估计精度, 即有下式成立

$$\boldsymbol{P}_{A,m+1}(k\mid k)=\boldsymbol{P}_{B,m-1}(k\mid k)\tag{9}$$

则当 $n=m$ 时,

$$\boldsymbol{H}_{A,m}(k)=[\boldsymbol{H}_{A,m-1}^{\mathrm{T}}(k)\quad \boldsymbol{H}_m^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}},\qquad \boldsymbol{R}_{A,m}(k)=\mathrm{diag}[\boldsymbol{R}_{A,m-1}(k)\quad \boldsymbol{R}_m(k)]$$

由信息滤波器公式(6) 得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{A,m}^{-1}(k\mid k)&=\boldsymbol{P}^{-1}(k\mid k-1)+\boldsymbol{H}_{A,m}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_{A,m}^{-1}(k)\boldsymbol{H}_{A,m}(k)\\&=\boldsymbol{P}^{-1}(k\mid k-1)+\boldsymbol{H}_{A,m-1}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_{A,m-1}^{-1}(k)\boldsymbol{H}_{A,N-1}(k)+\boldsymbol{H}_m^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_m^{-1}(k)\boldsymbol{H}_m(k)\\&=\boldsymbol{P}_{A,m-1}^{-1}(k\mid k)+\boldsymbol{H}_m^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_m^{-1}(k)\boldsymbol{H}_m(k)\end{aligned}\tag{10}$$

已知矩阵求逆公式$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BCB}^{\mathrm{T}})^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}-\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{C}^{-1}+\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{A}^{-1}$, 则对(10) 式两边求逆得

$$\boldsymbol{P}_{A,m}(k\mid k)=\boldsymbol{P}_{A,m-1}(k\mid k)-\boldsymbol{P}_{A,m-1}(k\mid k)\boldsymbol{H}_m^{\mathrm{T}}(k)[\boldsymbol{R}_m(k)+\boldsymbol{H}_m(k)\boldsymbol{P}_{A,m-1}(k\mid k)\boldsymbol{H}_m^{T}(k)]^{-1}\boldsymbol{H}_m(k)\boldsymbol{P}_{A,m-1}(k\mid k)$$

$$\boldsymbol{P}_{B,m}(k\mid k)=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_{B,m}\boldsymbol{H}_m(k)]\boldsymbol{P}_{B,m-1}(k\mid k)$$

$$\boldsymbol{K}_{B,m}=\boldsymbol{P}_{B,m-1}(k\mid k)\boldsymbol{H}_m^{\mathrm{T}}(k)[\boldsymbol{H}_m(k)\boldsymbol{P}_{B,m-1}(k\mid k)\boldsymbol{H}_m^{\mathrm{T}}(k)+\boldsymbol{R}_m(k)]^{-1}$$

$$\boldsymbol{P}_{A,m}(k\mid k)=\boldsymbol{P}_{B,m}(k\mid k)$$

(3) 同理, 当 $n=N$ 时, 有 $\boldsymbol{P}_{A,N}(k\mid k)=\boldsymbol{P}_{B,N}(k\mid k)$。

由上可知, 定理1得证。

定理2 在条件**1**和条件**2**下, 基于量测复合算法一的复合量测滤波和扩维滤波法具有相同的估计精度。

证明: 由(8) 式得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_1(k\mid k)&=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_1(k)\boldsymbol{C}_1(k)]\boldsymbol{P}(k\mid k-1)\\&=\boldsymbol{P}(k\mid k-1)-\boldsymbol{P}(k\mid k-1)\{\boldsymbol{P}(k\mid k-1)+[\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_A^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{H}_A(k)]^{-1}\}^{-1}\boldsymbol{P}(k\mid k-1)\end{aligned}$$

利用矩阵求逆公式对上式进一步化简得

$$\boldsymbol{P}_1(k\mid k)=[\boldsymbol{P}^{-1}(k\mid k-1)+\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_A^{-1}(k)\boldsymbol{H}_A(k)]^{-1}$$

再由(6) 式得 $\boldsymbol{P}_A(k\mid k)=\boldsymbol{P}_1(k\mid k)$, 从而定理2得证。

定理3 在条件**1**和条件**3**下, 基于量测复合算法二的复合量测滤波和扩维滤波法具有相同的估计

精度。

证明: 由(8) 式, 并利用矩阵求逆公式得

$$\boldsymbol{P}_2(k|k)=\{\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}(k|k-1)\boldsymbol{C}_2^{\mathrm{T}}(k)[\boldsymbol{C}_2(k)\boldsymbol{P}(k|k-1)\boldsymbol{C}_2^{\mathrm{T}}(k)+\Sigma_2(k)]^{-1}\boldsymbol{C}_2(k)\}\boldsymbol{P}(k|k-1)$$
$$=[\boldsymbol{P}^{-1}(k|k-1)+\boldsymbol{C}_2^{\mathrm{T}}(k)\Sigma_2^{-1}(k)\boldsymbol{C}_2(k)]^{-1} \quad (11)$$

又因为

$$\boldsymbol{C}_2^{\mathrm{T}}(k)\Sigma_2^{-1}(k)\boldsymbol{C}_2(k)=\boldsymbol{C}_2^{\mathrm{T}}(k)\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{M}_i(k)\boldsymbol{C}_2(k)=\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_A^{-1}(k)\boldsymbol{H}_A(k) \quad (12)$$

将(12) 式代入(11) 式, 并由(6) 式知 $\boldsymbol{P}_A(k|k)=\boldsymbol{P}_2(k|k)$, 从而定理 3 得证。

3 仿真实例

设仿真中目标的状态矢量为 $\boldsymbol{x}=[X\ \dot{X}\ Y\ \dot{Y}]^{\mathrm{T}}$, 目标的状态转移方程采用常速度(CV) 运动模型, 其中 X、Y 分量上的加速度为相互独立的零均值白色随机过程, 在一个采样周期内保持不变, 相应的均方差为 $10\mathrm{m/s^2}$。各传感器同步采样, 采样周期均为 1s, 各量测方程满足条件 1。

不妨设第 100s 的周期以后, 滤波器进入稳态, 其状态估计误差协方差矩阵的迹为 P_s, 采用 C 语言进行 1000 次仿真运算花费的时间总和为 T_s。仿真中将用 P_s 度量各融合算法滤波精度, 用 T_s 来度量各融合算法的计算量。

1. 实例 一

设有三个传感器参与融合, 对应的量测矩阵、量测误差协方差分别为

$$\boldsymbol{H}_1(k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{H}_2(k)=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{H}_3(k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{R}_1=\begin{bmatrix}400&0\\0&400\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{R}_2=\begin{bmatrix}900&0\\0&900\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{R}_3=\begin{bmatrix}400&0\\0&400\end{bmatrix}$$

记 $\det[\cdot]$ 为矩阵的行列式, 则有 $\det\left[\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{H}_i(k)\right]>0$, 此时条件 2 成立, 因此可以应用量测复合算法一; 又易知条件 3 不成立, 故量测复合算法二不能使用。

2. 实例 二

同样假设有三个传感器参与融合, 对应的量测矩阵、量测误差协方差分别为

$$\boldsymbol{H}_1(k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{H}_2(k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{H}_3(k)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{R}_1=\begin{bmatrix}400&0\\0&400\end{bmatrix},\quad R_2=900,\quad R_3=625$$

取

$$\boldsymbol{M}_1(k)=\mathrm{diag}[1,1],\quad \boldsymbol{M}_2(k)=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{M}_3(k)=\begin{bmatrix}0&1\end{bmatrix}$$

则

$$\boldsymbol{C}(k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$$
$$\det\left[\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{H}_i(k)\right]=0$$
$$\det\left[\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{M}_i(k)\right]>0$$

此时条件 3 成立, 因此可以应用量测复合算法二; 而条件 2 不成立, 量测复合算法一不能使用。

对于以上两个实例, 表 1 列出了使用不同融合算法得到的滤波精度和计算时间。

表1 几种量测融合算法的仿真性能比较

Tab. 1 Performance comparison of five measurement fusion algorithms

滤波性能		Kalman 滤波	信息滤波器	伪序贯滤波法	复合量测算法一	复合量测算法二
实例一	滤波误差 P_s	470.438	470.438	470.438	470.438	—
	计算时间 T_s	3.630s	2.820s	3.740s	3.078s	—
实例二	滤波误差 P_s	620.084	620.084	620.084	—	620.084
	计算时间 T_s	2.478s	2.240s	3.278s	—	2.260s

4 结论

本文归纳了三类多传感器量测融合算法,即扩维滤波法、伪序贯滤波法和复合量测滤波法,并采用协方差分析的方法及两个典型实例的仿真试验对它们的性能进行了比较,从而得出如下结论:

(1) 在各自给定的条件下,各滤波器均能实现线性最小均方误差意义上的最优滤波。

(2) 在给定的条件下,扩维型信息滤波器及两种复合量测滤波器的计算量较小。

(3) 在实现灵活性上,扩维型滤波器最高;伪序贯滤波器不能直接处理传感器间量测误差相关的情形;两种复合量测滤波器则还要求传感器量测矩阵分别满足条件2和条件3,故灵活性较低。

以上结论将有助于指导实际量测融合系统的算法选取,由于各种算法的滤波精度是相同的,因此从尽可能节省处理器的计算负载方面考虑,一个可行的量测融合算法的选取原则如下:

①如果系统满足条件1和条件3时,则宜选用复合量测算法二;

②如果系统不满足条件3,但满足条件1和条件2,则宜选用复合量测算法一;

③如果系统不满足条件2和条件3,但满足条件1,则应当采用扩维型信息滤波器;

④如果系统不满足条件1,则采用扩维型 Kalman 滤波器。

参考文献:

[1] Waltz E, Llinas J, Multisensor Data Fusion [M]. Boston, Artech House, 1990.

[2] Blackman S, Popoli R. Design and Analysis of Modern Tracking Systems [M]. Boston, Artech House, 1999.

[3] Chong Chee-Yee, Mori Shozo, Chang Kuo-Chu. Distributed Multitarget Multisensor Tracking, in Yaakov Bar-Shalom, Multitarget-multisensor Tracking: Advanced Applications [M]. Boston, Artech House, 1990.

[4] 刘同明, 夏祖勋, 解洪成. 数据融合技术及其应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.

[5] Gan Qiang, Harris C J. Comparison of Two Measurement Fusion Methods for Kalman-filter-based Multisensor Data Fusion [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1): 273–280.

[6] Krieg M L, Gray D A. Radar and Optical Track Fusion Using Real Data [C]. Proc. 1st Australian Data Fusion Symposium (ADFS–96), Adelaide, Australia: 25–30.

[7] Roecker J A, McGillem C D. Comparison of Two-sensor Tracking Methods Based on State Vecor Fusion and Measurement Fusion [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1988, 24(4): 447–449.

[8] Li Yifeng, Leung Henry, Lo Titus, Litva John. New Architectures for Centralized Multisensor Multitarget Tracking [J]. SPIE 2468: 118–128.