

## 规整化 SAR 图像特征提取\*

王 岩, 梁甸农, 郭汉伟

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘 要:** SAR 成像算法通常都基于 FFT 运算, 图像分辨率要受到瑞利限的制约。为了提高图像分辨率, 目前常用的 SAR/ISAR 超分辨成像算法大多借助于现代谱估计技术。从解方程的角度考虑, 认为有限长数据的高分辨率谱估计是一个欠定方程问题, 估计的结果存在“病态”性。在 Bayes 估计准则下, 把信号谱的先验概率密度作为规整项包含进信号频谱的最大后验概率估计中, 提高谱估计的分辨率。将这种方法用于 SAR 图像峰值特征提取, 提高了图像分辨率。

**关键词:** 合成孔径雷达; 规整化; 特征提取

中图分类号: TN957 文献标识码: B

## Regularized SAR Image Feature Extraction

WANG Yan, LIANG Dian-nong, GUO Han-wei

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** SAR images generated on the basis of FFT suffer the poor resolution. In super-resolution algorithms of SAR/ISAR image the modern spectral estimation technique is usually used, such as Minimum Variance Method (MVM), AR model, eigen-vector, MUSIC and maximum entropy, to improve the resolution of the image. High-resolution spectral estimation of finite length sample is considered an underdetermined problem. In the framework of Bayesian criteria, a prior probability density function (pdf) of the spectra is included as a regular term in the cost function for MAP estimation. To improve the efficiency of calculation in 2-D case, fast algorithm is derived. The better resolution is achieved by the method while the method is applied to SAR image peak feature extraction.

**Key words:** synthetic aperture radar (SAR); regularization; feature extraction

大部分 SAR 成像算法通常都基于 FFT 运算。用 FFT 进行谱估计, 分辨率要受到瑞利限的制约, 即采样点数越多, 分辨率越高。常用的 SAR/ISAR 超分辨成像算法大多借助现代谱估计算法, 比如最小方差法、AR 模型、特征结构分解 (EV), MUSIC 算法和最大熵谱估计等技术, 可以超越瑞利限的制约。

本文从解方程的角度考虑, 认为有限长数据的高分辨率谱估计是一个欠定 (Underdetermined) 问题, 估计的结果存在“病态”性。在 Bayes 估计准则下, 把信号谱的先验概率密度作为规整项包含进信号谱的最大后验概率 (MAP) 估计中, 提高有限长数据谱估计问题的分辨率。

## 1 SAR 回波模型

首先介绍 SAR 的回波观测模型。假设成像区域含有  $N$  个点目标, 目标之间相互独立, 一频率为  $f$  的正弦信号照射在目标区域。在角度为  $\theta$  时, 整个成像区域的回波为所有目标回波之和<sup>[1]</sup>, 即

$$E(f, \theta) = \sum_{i=1}^N S_i(f, \theta) \exp\left[-j \frac{4\pi f}{c} (x_i \sin\theta + y_i \cos\theta)\right] \quad (1)$$

$\{x_i, y_i \mid i = 1, \dots, N\}$  为目标坐标,  $t_i$  是各散射中心的延迟,  $S_i(f, \theta)$  是各散射中心的散射特性, 对于点目标,  $S_i(f, \theta)$  等于常数。定义  $f_x = f \sin\theta, f_y = f \cos\theta$ , 则  $f^2 = f_x^2 + f_y^2$ , (1) 式等同于

\* 收稿日期: 2003 - 04 - 30

作者简介: 王岩 (1976 -), 男, 博士生。

$$E(f, \theta) = \sum_{i=1}^N S_i \exp\left[-j \frac{4\pi}{c} (f_x x_i + f_y y_i)\right] \quad (2)$$

可见, SAR回波在频率—角度域为  $N$  个二维正弦信号之和: 正弦信号的频率对应于散射中心, 对于最大不模糊距离的归一化坐标, 其幅度等于散射中心的散射强度。因此 SAR 成像可以看作是二维谱估计问题, 其归一化坐标就是正弦信号的频率, 散射强度等于正弦信号的幅度, 又称作雷达散射截面 (RCS)。

## 2 一维规整化谱估计

利用 DFT 计算  $N$  点长信号的频谱, 只能得到基本频率  $\omega_k = 2\pi/N$  的整数倍位置上的频谱分量, 如果在两个离散谱线之间存在较大频谱分量时就不能检测出来, 这称为“栅栏”效应。采取对时间序列补零的方法使谱线加密, 可以减少“栅栏”效应。但是补零不能降低有限数据造成的旁瓣高度, 同时也不能提高谱估计的分辨率。设序列补零至  $M$  点,  $M > N$ , 则得到频谱的 IDFT 为:

$$x_n = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X_k e^{j2\pi kn/M}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

写作矩阵方程形式:  $\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{X}$ , 其中,  $\mathbf{x} \in C^N$ ,  $\mathbf{X} \in C^M$ , 分别表示时间序列和未知的频谱,  $\mathbf{F}$  为  $N \times M$  的变换矩阵, 其中的元素  $F_{n,k} = 1/MN \times e^{j2\pi kn/M}$ 。由于  $M > N$ , 该方程为欠定方程,  $\mathbf{X}$  有无限多个解, 因此有限长序列的频谱估计是一个“病态”问题。为了得到惟一解, 需要增加规整化约束, 得到代价函数

$$J(\mathbf{X}) = \Phi(\mathbf{X}) + \|\mathbf{x} - \mathbf{F}\mathbf{X}\|_2^2 \quad (4)$$

$\mathbf{X}$  是使(4)式最小的解, 其中  $\Phi(\mathbf{X})$  为规整项。下面从 Bayes 最优估计准则推导需要增加的规整化约束。

假设观测数据受到高斯分布为  $N(0, \sigma_x^2)$  的噪声的污染, 且已知频谱服从先验概率  $p(\mathbf{X} | \sigma_x)$ ,  $\sigma_x$  是分布的参数, 根据 Bayes 准则, 频谱  $\mathbf{X}$  在给定观测数据和参数时的后验概率分布为:

$$p(\mathbf{X} | \mathbf{x}, \sigma_x, \sigma_n) = \frac{p(\mathbf{X} | \sigma_x) p(\mathbf{x} | \mathbf{X}, \sigma_n)}{p(\mathbf{x} | \sigma_x, \sigma_n)} \quad (5)$$

文献[2]提出了  $\mathbf{X}$  的先验概率服从 Cauchy 分布的假设, 推导出最大后验概率估计的规整项为

$$\Phi(\mathbf{X}) = \sum_{k=0}^{M-1} \ln(1 + X_k^* X_k / 2\sigma_x^2) \quad (6)$$

对式(4)求导, 并令其等于 0, 得到使代价函数最小的  $\mathbf{X}$  为

$$\mathbf{X} = (\lambda \mathbf{Q}^{-1} + \mathbf{F}^H \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^H \mathbf{x} \quad (7)$$

其中,  $\lambda = \sigma_n^2 / \sigma_x^2$ ,  $\mathbf{Q}$  为  $M \times M$  的对角阵, 其对角元素为  $Q_{ii} = 1 + X_k^* X_k / 2\sigma_x^2$ 。由于  $\mathbf{Q}$  与  $\mathbf{X}$  有关, (7)式需要采用递归的方式求解。因此规整化谱估计的步骤如下:

- (1) 指定的迭代精度  $\varepsilon$ : 估计出  $\mathbf{X}$  的初值  $\mathbf{X}^0$ , 这可以用序列的 DFT 近似;
- (2) 求出矩阵  $\mathbf{Q}$ , 代入式(7), 求出  $\mathbf{X}^k$ ;
- (3) 若  $\|\mathbf{X}^k - \mathbf{X}^{k-1}\|_2 / \|\mathbf{X}^k\|_2 > \varepsilon$ ,  $k = k + 1$ , 转(2); 否则迭代收敛, 得到  $\mathbf{X}$  的估计。

下面给出利用规整化方法估计正弦信号频谱的仿真结果。假设一信号包含两个正弦信号, 其归一化频率分别为 0.2 和 0.21, 幅度都等于 0.5, 叠加高斯噪声的方差为 0.1, 数据长度为 50, 可以算出, 50 点数据的傅立叶分辨率  $Fbin = 1/50 = 0.02$ , 大于两正弦信号的频率之差, 因此不能将两个信号区分开来。

我们采用 Cauchy 模型的最大后验概率估计, 取频谱点数  $M = 200$ , 频谱分布的参数  $\sigma_x = 0.1$ 。经过若干次迭代, 得到的频谱很明显地将两个信号区分开, 而且旁瓣电平极大降低, 达到  $-40\text{dB}$  以上。为了更清楚地看到规整化谱估计的迭代过程, 我们将各次迭代的频谱和对应的时间序列分别画出, 如图 1(c)、(d) 所示。可以看到, 随着迭代次数的增加, 两个信号的谱峰逐渐区分开来; 对应的时间序列有效数据的长度也越来越长, 形状也越来越接近原序列的周期延拓, 可见规整化频谱估计方法等效于数据外推技术<sup>[2]</sup>。

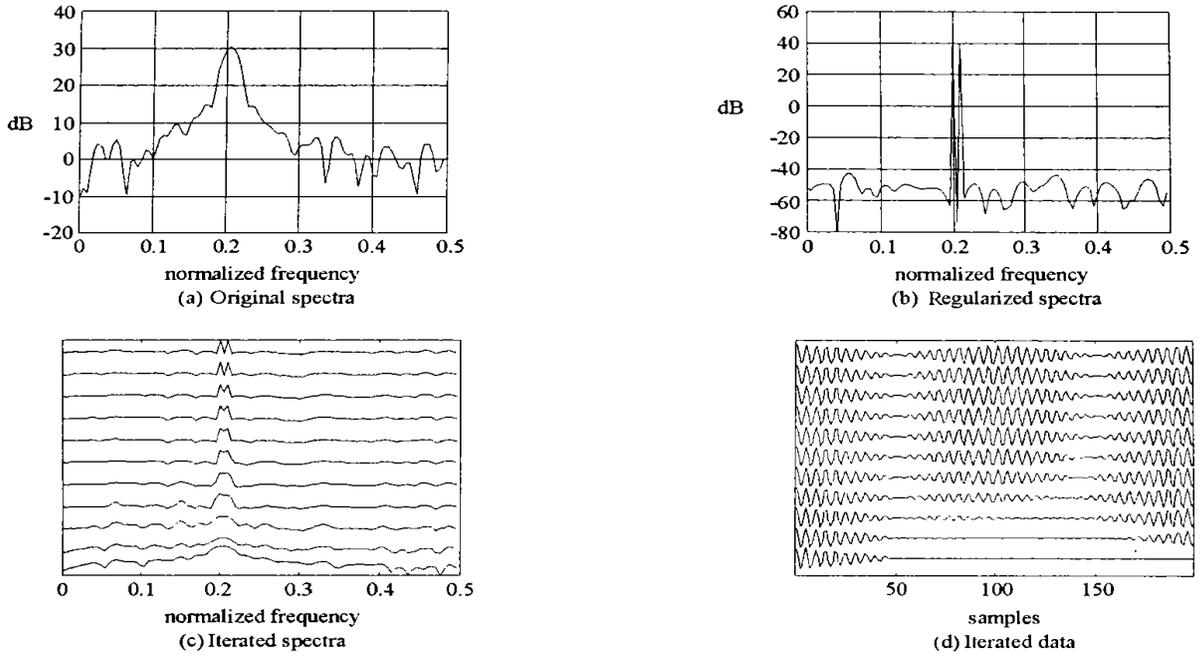


图1 一维规整化谱估计结果

Fig. 1 One dimensional regularized spectra estimation

### 3 二维规整化谱估计

SAR 图像在原始回波域是一组二维复正弦信号的叠加, 如果能够将 SAR 回波的频谱估计出来, 就可以得到目标的峰值特征, 因此可以将规整化谱估计方法推广到二维情况, 来提高谱估计的分辨率, 并降低频谱旁瓣。对于二维矩阵  $f$ , 大小为  $M \times N$ , 其二维傅立叶逆变换为:

$$f(m, n) = \frac{1}{MN} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} F(k, l) \exp\left[j2\pi\left(\frac{km}{M} + \frac{nl}{N}\right)\right] \quad (8)$$

二维傅立叶逆变换的核函数  $g(m, n; k, l) = g_1(m, k)g_2(n, l)$ , 因此二维 DFT 可以分解为两个一维的 DFT。根据矩阵乘法, 上式可以写作  $f = G_1^T F G_2$ ,  $G_1$  和  $G_2$  的元素分别是  $g_1(m, k)$  和  $g_2(n, l)$ , 大小分别为  $M \times M$  和  $N \times N$ , 且  $G_1$  和  $G_2$  是对称阵。如果将  $F$  和  $f$  按行或者列排成列矢量  $F$  和  $f$ , 则两者关系为  $f = GF$ , 其中  $G$  为  $G_1$  和  $G_2$  的直积 (Kronecker), 大小为  $MN \times MN$ <sup>[5]</sup>, 即  $G = G_1 \leftarrow G_2$ 。

同样, 采用  $F$  服从 Cauchy 分布模型的 MAP 估计, 可以得到:

$$F = (\lambda Q^{-1} + G^H G)^{-1} G^H f \quad (9)$$

其中,  $\lambda = \sigma_n^2 / \sigma_x^2$ ,  $Q$  为  $MN \times MN$  的对角阵。对 (9) 式进行迭代求解, 可以得到形式为列矢量的二维频谱的规整化估计。将  $F$  排列成二维矩阵, 就得到数据的二维频谱。

假设二维方阵大小为  $N \times N$ , 对于矢量表达式, 乘加运算的次数为  $O(N^4)$ , 而矩阵表达式只需要  $O(N^3)$ , 因此利用矢量形式的表达式存在运算量大的缺点。另外 (9) 式中存在两个变换矩阵之积  $G^H G$ , 并且要进行两次  $MN \times MN$  大小矩阵求逆运算, 运算量巨大, 因此需要寻求快速求解的方法。

由于  $Q$  是对角阵, 可以方便地求出  $Q^{-1}$ , 由矩阵直积的性质得到

$$G^H G = (G_1 \leftarrow G_2)^H (G_1 \leftarrow G_2) = (G_1^H G_1) \leftarrow (G_2^H G_2) \quad (10)$$

$$G^H G = 1/MN \times I_{MN} \leftarrow I_{NN} = 1/MN \times I_{MN \times MN} \quad (11)$$

$G^H G$  为对角阵, 因此  $\lambda Q^{-1} + G^H G$  也为对角阵, 可以方便地求出它的逆矩阵。对于 (9) 式中  $G^H f$ , 也不需要求出  $G^H$  并进行矩阵相乘运算, 方法如下: 由于  $Gf$  对应于对矩阵  $f$  进行二维傅立叶变换并排列成一维矢量, 即  $Gf = \text{vec}(DFT(f)) = \text{vec}(G_1^T f G_2)$ , 其中  $\text{vec}(\cdot)$  表示排列成矢量的操作, 则

$$G^H f = \text{vec}((G_1^T)^H f G_2^H) \quad (12)$$

由于  $G_1$  和  $G_2$  是对称阵, 又有

$$DFT(f^H) = G_2 f^H G_1' = ((G_1')^H f G_2)^H$$

因此首先对矩阵  $f$  求共轭转置, 然后对其进行二维 DFT, 对变换的结果再进行共轭转置, 并按列排列成矢量, 即可得到  $G^H f$ 。这种方法省去了求变换矩阵和矩阵相乘的过程, 节省了求解的运算量。

#### 4 试验结果

首先给出对二维复正弦函数进行规整化谱估计的仿真结果。假设二维信号包含两个正弦信号, 归一化频率分别为  $f_{x1} = 0.2$  和  $f_{x2} = 0.22$ ,  $f_{y1} = f_{y2} = 0.2$ , 信号幅度都等于 0.5, 噪声的方差为 0.9, 数据点数为  $80 \times 80$ 。如图 2(a) 所示, 由于存在较强的噪声, 两个信号不容易区分出来。采用二维规整化频谱估计, 得到规整化谱估计的三维图像如图 2(b) 所示。两个信号被清楚地区分开来, 噪声也受到了很大的抑制。

然后, 我们又利用真实目标的 SAR 图像进行了规整化峰值增强试验。所选数据为 MSTAR 的一幅图像, 图 2(c) 中目标为一辆装甲运兵车。MSTAR 的数据为了降低旁瓣, 对原始数据加了  $-35\text{dB}$  的 Taylor 窗, 在降低旁瓣的同时也降低了图像的分辨率。我们首先去掉加窗的影响, 然后利用规整化频谱估计对图像进行增强, 得到规整化图像如图 2(d) 所示。可见相干斑噪声受到极大抑制, 图像峰值得到增强, 许多在原图像中看不到的散射中心凸显出来, 显示了规整化方法对于提取 SAR 图像峰值特征的有效性。图中  $x, y$  坐标表示像素数,  $z$  坐标表示幅度大小。

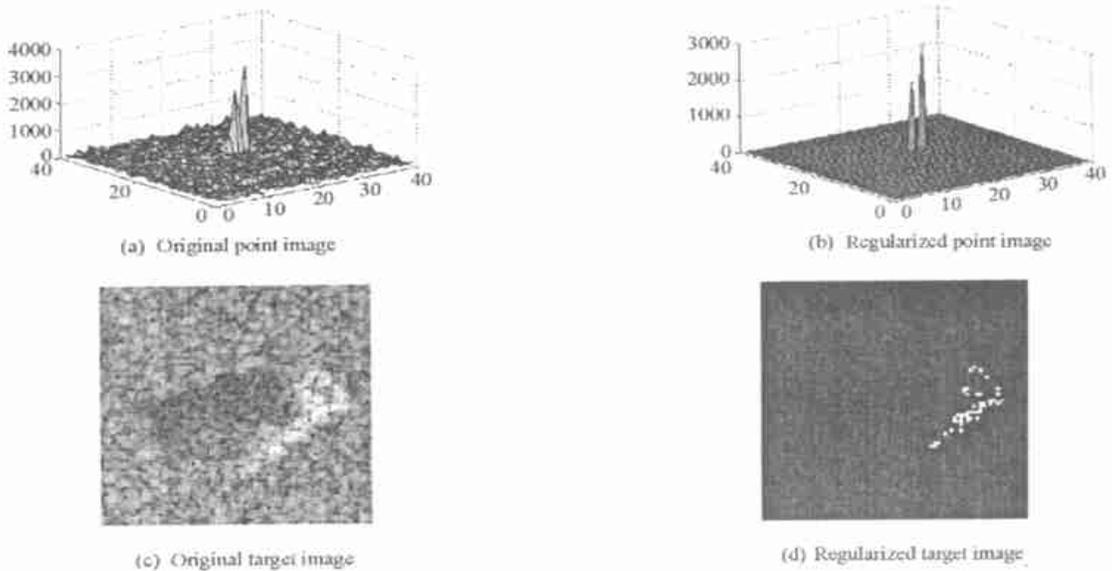


图 2 二维规整化谱估计和 SAR 峰值提取

Fig. 2 Two-dimensional regularized spectra estimation and SAR peak extraction

#### 参考文献:

- [1] Potter L C, Moses R L. Attributed Scattering Centers for SAR ATR[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1997, 6(1): 79- 91.
- [2] Sacchi M D, Ulyrch T J, Walker C J. Interpolation and Extrapolation Using a High-resolution Discrete Fourier Transform[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1998, 46(1): 31- 38.
- [3] Ciucci P, Idier J, Giovannelli J F. Regularized Estimation of Mixed Spectra Using a Circular Gibbs-Markov Model[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2001, 49(10): 2202- 2213.
- [4] Cetin M, Karl W C. Feature-enhanced Synthetic Aperture Radar Image Formation Based on Non-quadratic Regularization[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2001, 10(4): 623- 631.
- [5] 孙即祥. 数字图象处理[M]. 石家庄: 河北教育出版社, 1993.