

Rayleigh-Taylor 不稳定性的 SPH 模拟^{*}

汤文辉¹, 毛益明²

(1. 国防科技大学理学院, 湖南 长沙 410073; 2. 解放军理工大学理学院, 江苏 南京 211101)

摘要 采用 SPH 方法模拟了流体界面的 Rayleigh-Taylor 不稳定性, 给出了界面初始扰动的发展过程, 得到了蘑菇状的扰动图像, 并对两种不同初始分布的扰动过程进行了比较。分析表明, 计算结果合理, SPH 方法适合于界面不稳定性的模拟。

关键词 Rayleigh-Taylor 不稳定性, SPH 方法, 数值模拟

中图分类号 O35 **文献标识码** B

SPH Simulation of Rayleigh-Taylor Instability

TANG Wen-hui¹, MAO Yi-ming²

(1. College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Institute of Sciences, PLA Univ. of Science and Technology, Nanjing 211101, China)

Abstract Rayleigh-Taylor instability of fluid interface was simulated by the smoothed particle Hydrodynamic (SPH) method. The growth of the interface instability was presented, and the fungus appearance of the instability was obtained. The characters showed by the numerical results indicate that the numerical results are logical, and the SPH method has the potential to simulate Rayleigh-Taylor instability.

Key words Rayleigh-Taylor instability, SPH method, numerical simulation

两种不同密度的流体在重力或惯性力作用下的界面不稳定性问题称为 Rayleigh-Taylor 不稳定性(简称 R-T 不稳定性)。在流体的高速运动中, 常常会伴随较大的加速度, 因此产生与加速度反向的惯性力。只要存在物质界面, 就会有 R-T 不稳定性。R-T 不稳定性在惯性约束聚变、超新星爆发、电磁内爆、水下爆炸等过程中起着重要作用, 因而受到广泛重视。在 R-T 不稳定性的发展过程中, 非线性越来越强烈, 初始的流体界面将发生非常复杂的大变形, 两种流体间的混合度不断提高, 所以通常需要采用数值方法进行研究。但由于流体间的相互侵入与混合, 利用传统的有限差分法或有限元法进行数值模拟都存在相当大的困难^[1]。光滑粒子流体动力学 (Smoothed Particle Hydrodynamics, 简称 SPH) 方法抛弃了网格的概念, 理论上具有处理任意变形问题的能力, 所以利用 SPH 方法模拟 R-T 不稳定性应该是可行的。本文对此进行了尝试研究, 得到了合理的数值结果。

1 SPH 方法简介

SPH 方法是一种纯 Lagrange 方法, 产生于 1977 年。最初, 这种方法被用来解决天体物理中流体质团在三维空间任意流动的问题。经过 20 多年的发展, 该方法已经比较成熟, 并被推广到流体动力学问题的各个方面, 如纯流体模型下流体力学问题的模拟计算、材料动载响应的数值模拟以及贯穿和侵彻问题的模拟等, 并且得到了比较好的计算结果^[2,3]。文献结果表明, SPH 方法在处理大变形问题上确实具有独到之处。

在 SPH 方法中, 整个流场被离散成一系列“粒子”, 所有物理量由这些“粒子”负载, 粒子的运动受流体力学方程组的约束。在任意时刻和任意位置, 各物理量的值通过一个称为“核函数”的积分核进行“核

^{*} 收稿日期 2003 - 09 - 05

作者简介 汤文辉(1964—), 男, 教授, 博士。

函数估值”得到,其基本公式参见文献[2~4]。

2 计算模型及结果

考虑两种液体在重力作用下的平面二维运动,上面一层液体密度大,上下层液体密度比为3:1,边界为固壁。设液体的纵向(z 方向)尺度各为1.6cm,横向(x 方向)尺度为1.2cm, x 坐标的原点取在中间位置,初始扰动设为单波长正弦函数,且相对于横向尺度的中点是对称的,其交界面的数学表达式为

$$\chi(x) = 1.6 + 0.08\sin[3\pi(x/1.2 + 0.5)]$$

初始情况如图1(a)所示。我们对上述流体运动采用SPH方法进行模拟,粒子间距取为0.02cm,固壁采用文献[4]方法处理,得到界面不稳定性的发展过程如图1(b)~(f)所示。可以看出,随着扰动的不断发展,上面的重流体不断向轻流体侵入,在 $t = 3s$ 左右开始形成蘑菇状,在 $t = 4s$ 时形成比较明显的蘑菇头。

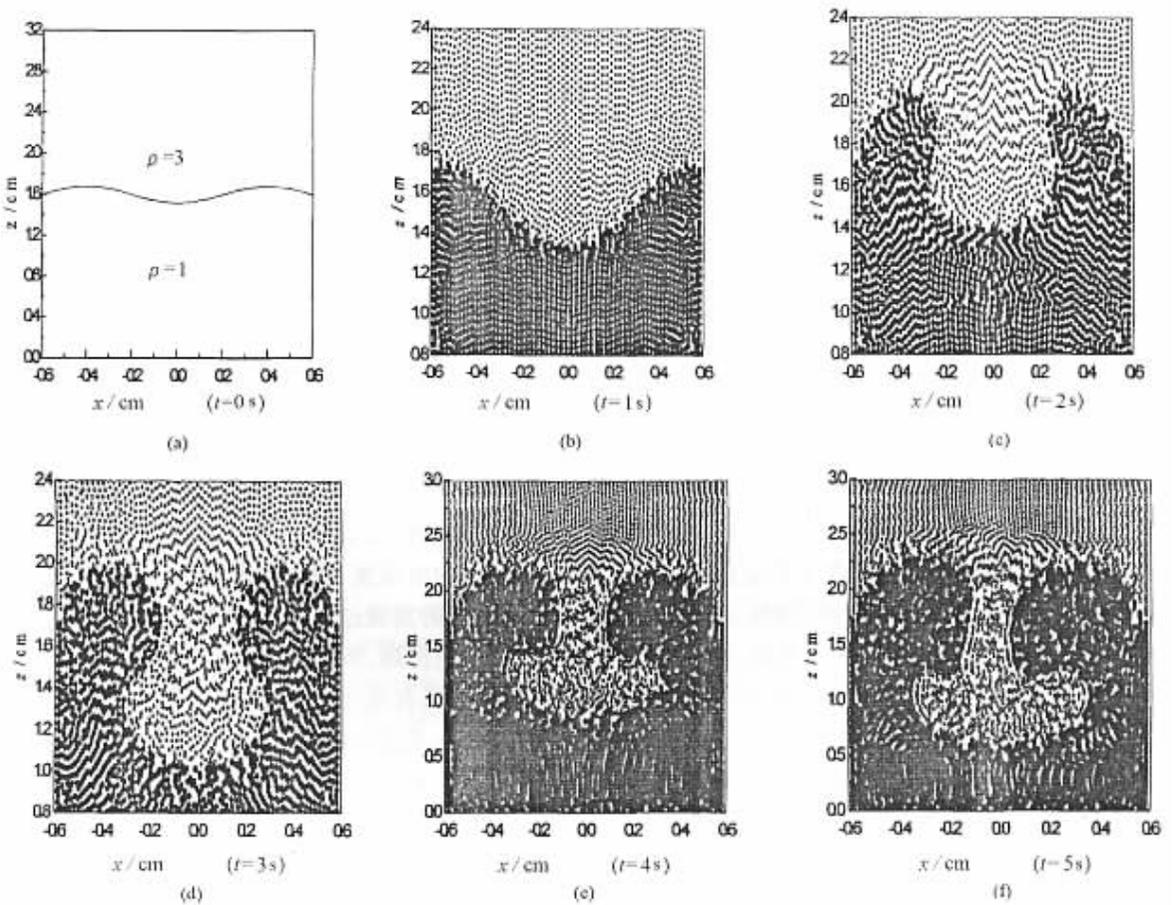


图1 界面运动的 R-T 不稳定性(初始扰动对称分布)

Fig.1 The growth of the Rayleigh-Taylor instability from a symmetrical initial perturbation

仍考虑上面流体的运动,但初始扰动改为非对称分布,如图2(a)所示,分界面的数学表达式为

$$\chi(x) = 1.6 + 0.08\sin[2\pi(x/1.2 + 0.5)]$$

由此得到界面扰动的发展过程如图2(b)~(f)所示。

与图1比较可知,非对称扰动与对称扰动的发展过程有较大差异。当初始扰动呈对称分布时,重流体从扰动前沿先竖直向下侵入轻流体,然后形成对称蘑菇头。当初始扰动呈非对称分布时,重流体沿斜方向路径侵入轻流体,蘑菇头形状不对称。

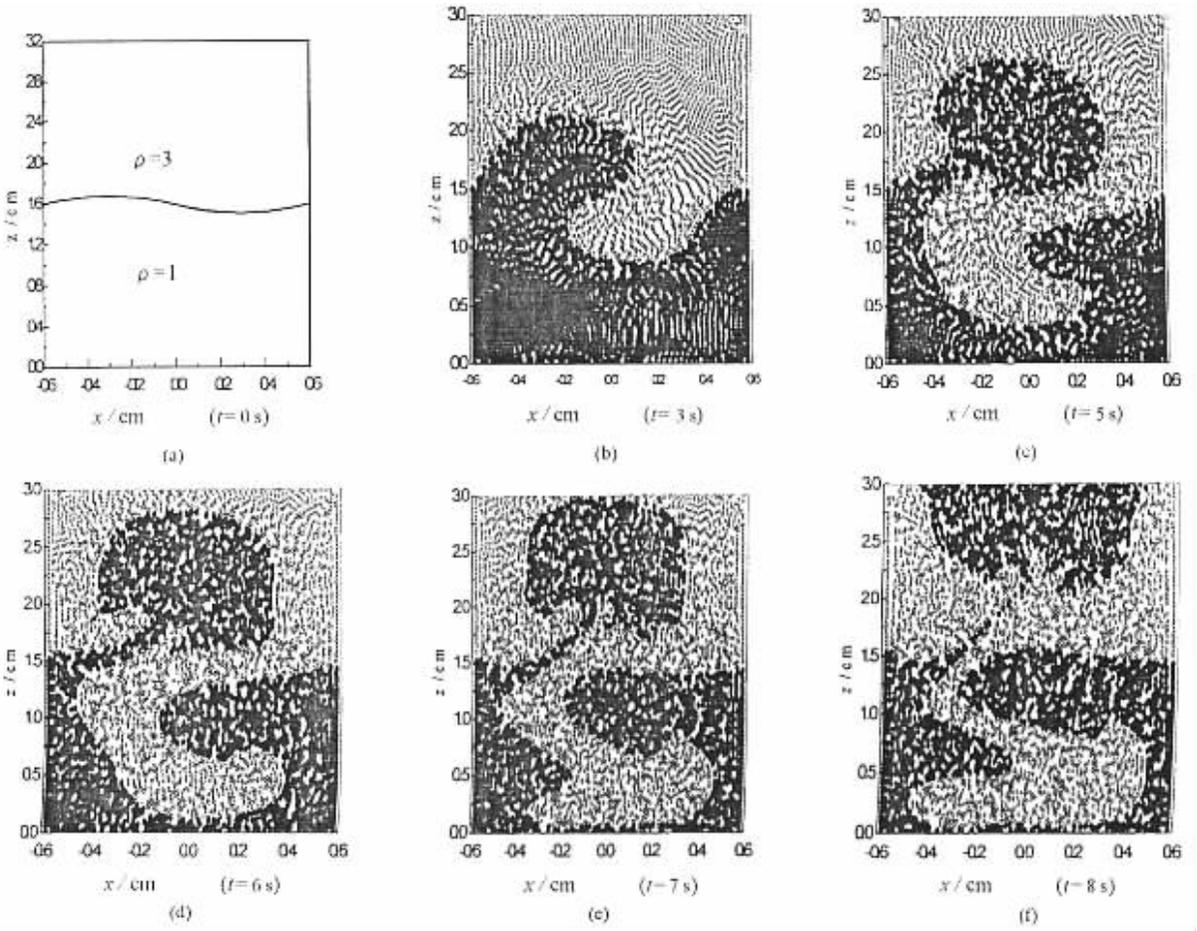


图 2 界面运动的 R-T 不稳定性(初始扰动非对称分布)

Fig.2 The growth of the Rayleigh-Taylor instability from a unsymmetrical initial perturbation.

3 结束语

界面不稳定性的发展是一个非线性过程,到后期,两种流体相互侵入。侵入的流体在另一种流体中运动时将发生碎裂,从而形成若干新的扰动,流体的颗粒度逐渐减小,并导致多种扰动之间的相互竞争,两种流体的界面越来越复杂,混合程度不断增加。现有的理论一般只能描述早期过程,即使是数值计算,也只能描述早、中期。本文采用无网格的 SPH 方法对界面不稳定性发展过程的早、中期进行了初步的数值模拟,从所得到的结果来看是比较成功的。我们认为,采用 SPH 方法模拟界面不稳定性是非常有前景的,因此值得进一步深入研究。

参考文献:

[1] 王继海. 二维非定常流和激波[M]. 北京: 科学出版社, 1994.
 [2] Campbell J, Vignjevic R, Libersky L D. A Contact Algorithm for Smoothed Particle Hydrodynamics[J]. Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., 2000, 184: 49 - 65.
 [3] Parshikov A N, Medin S A, Loukashenko I I, Milekhin V A. Improvements in SPH Method by Means of Interparticle Contact Algorithm and Analysis of Perforation Tests at Moderate Projectile Velocities[J]. Int. J. Impact Eng., 2000, 24: 779 - 796.
 [4] 汤文辉,毛益明. SPH 数值模拟中固壁边界的一种处理方法[J]. 国防科技大学学报, 2001, 23(6): 54 - 57.

