文章编号:1001 - 2486(2004)01 - 0046 - 04

基于 Grobner 基与合冲模方法的 M - 带对称正交小波设计*

张增辉,成礼智
(国防科技大学理学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:通过引入计算代数中 Grobner 基以及合冲模的相关算法,提出对多相位矩阵进行正交化,从而得到了同时具有对称性和任意正则阶的 M - 带正交小波的高效设计方法。与现有方法相比,克服了构造过程复杂以及不能保持线性相位的缺陷。

关键词:多带正交小波;正则阶;对称;Grobner 基;合冲模
中图分类号:TN911 **文献标识码**:A

M-band Symmetric Orthogonal Wavelets Design via Grobner Basis and Syzygy Module

ZHANG Zeng-hui, CHENG Li-zhi
(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract:We present a method to design symmetric orthogonal M-band wavelets with arbitrary regularity by using Grobner basis and syzygy module algorithm in computing algebra to orthogonalize the polyphase matrix. By using the existing methods, the computational process is complicated and the linear-phase can not be achieved. These drawbacks can be overcome by using the new one.

Key words:M-band orthogonal wavelets;regularity;symmetric;Grobner basis;syzygy module

20 世纪 80 年代末,Daubechies,Mallat[1,2] 等人提出了正交小波的概念及其构造方法。小波变换作为一种新型变换,克服了传统 Fourier 变换不能同时分析信号时频局部特性的缺陷。两带小波具有良好的低频能量集中性质,但是对于中 — 高频少数频带含有大量信息的信号而言,其分析效果不好。此外,两带正交小波(Haar 小波除外)不具有线性相位性质,而线性相位性质对信号处理中保持信号不失真具有重要作用。为了克服两带小波的上述缺陷,1993 年,Steffen 等[3] 系统研究了 M - 带正交小波的构造理论与方法。当 $M > 3$ 时,M - 带线性相位(系数对称)正交小波恒存在,而 M - 带小波可以更加精确地表示信号在各种不同频带上的分量信息。

目前,M - 带正交小波设计的方法主要有两种。第一种方法[4] 是基于格型结构(Lattice structure)的,该方法对正交线性相位系统的格型结构限制小波的正则阶条件,得到格型结构中参数的约束条件,然后求解一个约束优化问题。但是这种约束条件一般都比较复杂,文献[4]中仅给出了 2 阶正则阶时参数满足的条件。第二种方法[3,6] 则通过构造出尺度滤波器,然后限制正则阶和完全重构正交的条件构造其余 $M-1$ 个小波滤波器。但是,正交化过程无法保证得到的小波滤波器具有线性相位(即系数对称性)。

1 预备知识

首先引入关于 M - 带线性相位滤波器与计算代数中合冲模的相关概念与算法。对于 M - 带滤波器系统而言,下面两个结论成立

命题 1[8] 设 $H_k(z)$ 是第 k 个线性相位的分析滤波器,其长度为 $L_k = n_k M + \beta + 1$,那么它的多相位元 $E_{k,l}(z)$,$(l = 0, \cdots, M-1)$ 满足

* 收稿日期:2003 - 06 - 16
基金项目:国家自然科学基金资助项目(10171109)
作者简介:张增辉(1980—),男,硕士生。

$$E_{k,l}(z) = \begin{cases} \pm z^{n_k}E_{k,\beta-1}(z^{-1}) & l = 0,\cdots,\beta \\ \pm z^{n_k-1}E_{k,M+\beta-1}(z^{-1}) & l = \beta+1,\cdots,M-1 \end{cases}$$

命题 2[5] 对于长度为 $L_i = n_iM + \beta + 1$ 的 M - 带线性相位完全重构滤波器系统有

(1) 若 M,β 分别是偶的和奇的,那么滤波器中 $M/2$ 个对称,$M/2$ 个反对称;

(2) 若 M,β 均是偶的,那么滤波器中 $M/2+1$ 个对称,$M/2-1$ 个反对称;

(3) 若 M 是奇的,那么滤波器$(M+1)/2$ 个对称,$(M-1)/2$ 个反对称。

定义 1[7] 设 $\boldsymbol{f}_1,\cdots,\boldsymbol{f}_s \in A^m$,$m\times s$ 矩阵 $\boldsymbol{F} = [\boldsymbol{f}_1,\cdots,\boldsymbol{f}_s]$ 的一个合冲(syzygy)是满足条件 $h_1\boldsymbol{f}_1 + h_2\boldsymbol{f}_2 + \cdots + h_s\boldsymbol{f}_s = 0$ 的向量$(h_1,\cdots,h_s) \in A^s$,其中 A 为 Noetherian 环 $k[x_1,x_2,\cdots,x_n]$。所有合冲的集合称为矩阵 $\boldsymbol{F}$ 的合冲模,用 $Syz(\boldsymbol{f}_1,\cdots,\boldsymbol{f}_s)$ 或 $Syz(\boldsymbol{F})$ 表示。

设 $\boldsymbol{f}_1 = (f_{11},\cdots,f_{m1})'$,$\cdots$,$\boldsymbol{f}_s = (f_{1s},\cdots,f_{ms})'$,合冲模 $Syz(\boldsymbol{f}_1,\cdots,\boldsymbol{f}_s)$ 为与 m 个向量$(f_{11},\cdots,f_{1s}),\cdots,(f_{m1},\cdots,f_{ms})$ 相正交的向量的集合。合冲模 $Syz(\boldsymbol{f}_1,\cdots,\boldsymbol{f}_s)$ 的计算通过两步来完成。第一步:计算 $<\boldsymbol{f}_1,\cdots,\boldsymbol{f}_s> \subseteq A^m$ 的 Grobner 基 $\{\boldsymbol{g}_1,\cdots,\boldsymbol{g}_t\}$,得到 $\{\boldsymbol{g}_1,\cdots,\boldsymbol{g}_t\}$ 的合冲模为 $Syz(\boldsymbol{g}_1,\cdots,\boldsymbol{g}_t) = <\boldsymbol{s}_1,\cdots,\boldsymbol{s}_r>$ 第二步:由 Buchberger 算法和多项式的长除法可知,对于矩阵 $\boldsymbol{F} = [\boldsymbol{f}_1,\cdots,\boldsymbol{f}_s]$ 和 $\boldsymbol{G} = [\boldsymbol{g}_1,\cdots,\boldsymbol{g}_t]$,存在 $t\times s$ 的矩阵 $\boldsymbol{S}$ 和 $s\times t$ 的矩阵 $\boldsymbol{T}$,使得 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{GS}$,$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{FT}$。设矩阵 $\boldsymbol{I}_s - \boldsymbol{TS}$ 的列向量为:$\boldsymbol{r}_1,\cdots,\boldsymbol{r}_s$。于是 $Syz(\boldsymbol{f}_1,\cdots,\boldsymbol{f}_s) = <\boldsymbol{Ts}_1,\cdots,\boldsymbol{Ts}_r,\boldsymbol{r}_1,\cdots,\boldsymbol{r}_s>$。

2 基于合冲模的 M - 带对称正交小波的设计

引理 1 设多项式 $f_1(x),\cdots,f_m(x)$ 满足 $f_1(x)f_1(x^{-1}) + \cdots + f_m(x)f_m(x^{-1}) = 1$,并且存在一个 i,$1 \leqslant i \leqslant m$,使得 $f_i(x)$ 的常数项不为零,那么它们的 Grobner 基为 $\{1\}$。

证明 容易看出 $f_1(x),\cdots,f_m(x)$ 是互素的。若不然,它们的最大公因式 $g(x)$ 必定满足 $g(x) \mid x^d$,其中 $d = \max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\{\deg(f_i(x))\}$。而 $f_i(x)$ 的常数项不为零,并且 $g(x) \mid f_i(x)$,所以必定有 $g(x) = 1$。从而 $f_1(x),\cdots,f_m(x)$ 互素,那么它们的 Grobner 基为 $\{1\}$。

定理 1 设 $\boldsymbol{F}(x) = [\boldsymbol{f}_1(x),\cdots,\boldsymbol{f}_m(x)]$ 为 $k\times m$ 的矩阵且满足 $\boldsymbol{F}(x)\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(x^{-1}) = \boldsymbol{I}_k$,并且存在一个 i,$1 \leqslant i \leqslant m$,使得 $\boldsymbol{f}_i(x)$ 的常数项不为零。那么,存在 $m\times k$ 的矩阵 $\boldsymbol{T}(x)$,使得 $\boldsymbol{F}(x)\boldsymbol{T}(x) = \boldsymbol{I}_k$ 成立。特别地,设矩阵 $\boldsymbol{I}_m - \boldsymbol{T}(x)\boldsymbol{F}(x)$ 的列向量为 $\boldsymbol{r}_1,\cdots,\boldsymbol{r}_m$,则有 $Syz(\boldsymbol{f}_1(x),\cdots,\boldsymbol{f}_m(x)) = <\boldsymbol{r}_1,\cdots,\boldsymbol{r}_m>$。

证明 多项式向量 $\boldsymbol{f}_1(x),\cdots,\boldsymbol{f}_m(x)$ 满足条件 $\boldsymbol{F}(x)\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(x^{-1}) = \boldsymbol{I}_k$,类似于引理 1 的证明,可得它们的 Grobner 基为 $\{e_1,\cdots,e_k\}$,其中 $\boldsymbol{I}_k = [e_1 \quad \cdots \quad e_k]$,即 $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{I}_k$。那么,由合冲模的概念可知 $Syz(\boldsymbol{G}) = 0$。根据合冲模的计算方法,存在 $m\times k$ 的矩阵 $\boldsymbol{T}(x)$,使得 $\boldsymbol{F}(x)\boldsymbol{T}(x) = \boldsymbol{I}_k$,并且 $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{F}$,所以 $\boldsymbol{f}_1(x),\cdots,\boldsymbol{f}_m(x)$ 的合冲模为

$$Syz(\boldsymbol{f}_1(x),\cdots,\boldsymbol{f}_m(x)) = <\boldsymbol{r}_1,\cdots,\boldsymbol{r}_m>$$

其中,$\boldsymbol{r}_1,\cdots,\boldsymbol{r}_m$ 为矩阵 $\boldsymbol{I}_m - \boldsymbol{T}(x)\boldsymbol{F}(x)$ 的列向量。

下面讨论 M - 带正交小波的构造方法。

设已知 M - 带正交小波滤波器系统的多相矩阵 $\boldsymbol{E}(z)$ 的前 k 行为

$$\begin{bmatrix} H_{0,0}(z) & H_{0,1}(z) & \cdots & H_{0,M-1}(z) \\ H_{1,0}(z) & H_{1,1}(z) & \cdots & H_{1,M-1}(z) \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ H_{k-1,0}(z) & H_{k-1,1}(z) & \cdots & H_{k-1,M-1}(z) \end{bmatrix}$$

由正交性质,第 $k+1$ 行$[H_{k,0}(z) \quad H_{k,1}(z) \quad \cdots \quad H_{k,M-1}(z)]$ 满足

$$[H_{i,0}(z) \quad \cdots \quad H_{i,M-1}(z)][H_{k,0}(z^{-1}) \quad \cdots \quad H_{k,M-1}(z^{-1})]^{\mathrm{T}} = 0, i = 0,1,\cdots,k-1 \tag{1}$$

对上式两边同时乘以 z^{d_0} 以保证 $z^{d_0}H_{k,l}(z^{-1})$,$l = 0,\cdots,M-1$ 均为 z 的多项式。设 $\boldsymbol{f}_i(z) = [H_{0,i}(z) \quad H_{1,i}(z) \quad \cdots \quad H_{k-1,i}(z)]^{\mathrm{T}}$,$i = 0,1,\cdots,M-1$,则式(1)等价于

$$\boldsymbol{f}_0(z)z^{d_0}H_{k,0}(z^{-1}) + \cdots + \boldsymbol{f}_{M-1}(z)z^{d_0}H_{k,M-1}(z^{-1}) = 0$$

由合冲模的概念得到 $z^{d_0}[H_{k,0}(z^{-1}) \quad \cdots \quad H_{k,M-1}(z^{-1})] \in Syz(f_0(z),\cdots,f_{M-1}(z))$ (2)

而由 $E(z)$ 的正交性又有

$$[f_0(z) \quad f_1(z) \quad \cdots \quad f_{M-1}(z)][f_0^{\mathrm{T}}(z^{-1}) \quad f_1^{\mathrm{T}}(z^{-1}) \quad \cdots \quad f_{M-1}^{\mathrm{T}}(z^{-1})]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{I}_k$$

设 $\boldsymbol{F}(z)=[f_0(z) \quad \cdots \quad f_{M-1}(z)]$，由定理1可得 $Syz(f_0(z),\cdots,f_{M-1}(z)) = < \boldsymbol{r}_0(z),\cdots,\boldsymbol{r}_{M-1}(z) >$。其中，$\boldsymbol{r}_0(z),\cdots,\boldsymbol{r}_{M-1}(z)$ 为矩阵 $\boldsymbol{I}_M - \boldsymbol{T}(z)\boldsymbol{F}(z)$ 的 M 个列向量，以及 $\boldsymbol{T}(z)$ 满足 $\boldsymbol{F}(z)\boldsymbol{T}(z) = \boldsymbol{I}_k$。

对于多项式 $r_0(z),\cdots,r_{M-1}(z)$，求出其 Grobner 基为 $t_0(z),\cdots,t_q(z)$，于是有 $< r_0(z),\cdots,r_{M-1}(z) > = < t_0(z),\cdots,t_q(z) >$，结合式(2)表明

$$z^{d_0}[H_{k,0}(z^{-1}) \quad \cdots \quad H_{k,M-1}(z^{-1})] \in < t_0(z),\cdots,t_q(z) > \tag{3}$$

令 $\tilde{t}_i(z) = z^{d_1}t_i(z^{-1}),i=0,1,\cdots,q$，其中 $d_1 \in N$ 的选取使得 $\tilde{t}_i(z),i=0,1,\cdots,q$ 均为多项式。由式(3)可知 $[H_{k,0}(z) \quad \cdots \quad H_{k,M-1}(z)] \in < \tilde{t}_0(z),\cdots,\tilde{t}_q(z) >$，即多相位矩阵的第 $k+1$ 行 $\boldsymbol{E}_k(z)$ 可以表示为系数为多项式的 $\tilde{t}_0(z),\cdots,\tilde{t}_q(z)$ 的线性组合，设为

$$\boldsymbol{E}_k(z) = \alpha_0(z)\tilde{\boldsymbol{t}}_0(z) + \cdots + \alpha_q(z)\tilde{\boldsymbol{t}}_q(z) \tag{4}$$

其中 $\alpha_i(z) = c_{i0} + c_{i1}z + \cdots + c_{ir}z^r,i=0,1,\cdots,q$。

又设 $\tilde{\boldsymbol{t}}_i(z) = [\tilde{t}_{i,0}(z) \quad \tilde{t}_{i,1}(z) \quad \cdots \quad \tilde{t}_{i,M-1}(z)],i=0,1,\cdots,q$，则式(4)的分量表示为

$$\boldsymbol{E}_{k,l}(z) = \alpha_0(z)\tilde{t}_{0,l}(z) + \alpha_1(z)\tilde{t}_{1,l}(z) + \cdots + \alpha_q(z)\tilde{t}_{q,l}(z) = \sum_{i=0}^{q}\alpha_i(z)\tilde{t}_{i,l}(z) = \sum_{i=0}^{q}\sum_{j=0}^{r}c_{i,j}z^j\tilde{t}_{i,l}(z)$$

当 $\boldsymbol{E}_k(z)$ 满足线性相位条件的情况下，由命题1得

$$\begin{cases}\displaystyle\sum_{i=0}^{q}\sum_{j=0}^{r}c_{i,j}z^j\tilde{t}_{i,l}(z) = \pm z^{n_1}\sum_{i=0}^{q}\sum_{j=0}^{r}c_{i,j}z^j\tilde{t}_{i,\beta-l}(z), & l=0,\cdots,\beta\\ \displaystyle\sum_{i=0}^{q}\sum_{j=0}^{r}c_{i,j}z^j\tilde{t}_{i,l}(z) = \pm z^{n_1-1}\sum_{i=0}^{q}\sum_{j=0}^{r}c_{i,j}z^j\tilde{t}_{i,M+\beta-l}(z), & l=\beta+1,\cdots,M-1\end{cases} \tag{5}$$

上述方程组为变量 $\{c_{ij},i=0,\cdots,q;j=0,\cdots,r\}$ 的线性方程组。由于一般情况下方程个数少于变量数，因此方程组的解一般含参数。求解式(5)得到与多相位矩阵的前 k 行 $E_0(z),\cdots,E_{k-1}(z)$ 相正交且具有线性相位(对称)性质的第 $k+1$ 行 $E_k(z)$。

最后再利用 $\boldsymbol{E}_k(z)\boldsymbol{E}_k^{\mathrm{T}}(z^{-1})=1$，求解相应的参数，即可得到正交多相位矩阵的第 $k+1$ 行。

综上所述，求解具有正则阶 N 的对称 M-带正交小波的算法可以描述为：

第一步 求解具有 N 阶正则阶的对称 M-带正交尺度滤波器(例如，可采用[9]中算法)以构造多相位矩阵 $E(z)$ 的第一行。

对于 $k=1,2,\cdots,M-1$，递推地进行如下操作：

第二步 设多相位矩阵 $E(z)$ 的前 k 行已知，即已知矩阵 $\boldsymbol{F}$，求第 $k+1$ 行的算法为：

• 利用 Euclidean 多项式除法求出矩阵 $\boldsymbol{T}$，使之满足 $\boldsymbol{FT}=\boldsymbol{I}_k$。计算矩阵 $\boldsymbol{I}_k - \boldsymbol{TF}$，设它的 k 个列向量为 $\boldsymbol{r}_0(z),\cdots,\boldsymbol{r}_{M-1}(z)$；

• 利用[7]中算法求出多项式组 $\boldsymbol{r}_0(z),\cdots,\boldsymbol{r}_{M-1}(z)$ 的 Grobner 基为 $\boldsymbol{t}_0(z),\cdots,\boldsymbol{t}_q(z)$；

• 令 $\boldsymbol{E}_k(z) = \alpha_0(z)\tilde{\boldsymbol{t}}_0(z) + \cdots + \alpha_q(z)\tilde{\boldsymbol{t}}_q(z)$，其中 $\tilde{\boldsymbol{t}}_i(z) = z^{d_1}\boldsymbol{t}_i(z^{-1}),i=0,1,\cdots,q$ 以及 $\alpha_i(z) = c_{i0} + c_{i1}z + \cdots + c_{ir}z^r,i=0,1,\cdots,q$。求解方程组(5)，得到 $E_k(z) = E_k(z)(s_1,s_2,\cdots,s_p)$；

• 利用 $E_k(z)E_k^{\mathrm{T}}(z^{-1})=1$ 求解参数 $s_1,s_2,\cdots,s_p$，即可得到线性相位的 M-带小波多相位矩阵的第 $k+1$ 行。

第三步 当 $k+1=M$ 时，算法终止；否则，回代到第二步。

下面以3-带具有2阶正则阶的对称正交小波的构造为例说明上述算法过程，更一般的 M-带对称正交小波设计原理与之完全相同。

第一步 利用文献[9]中的算法，首先构造3-带具有2阶正则阶的对称正交尺度滤波器为

$$H_0(z) = -\frac{1}{81} - \frac{4}{81}z + \frac{8}{81}z^2 + \frac{20}{81}z^3 + \frac{35}{81}z^4 + \frac{20}{81}z^5 + \frac{8}{81}z^6 - \frac{4}{81}z^7 - \frac{1}{81}z^8$$

由命题 2 可知，剩下的两组滤波器系数分别为对称和反对称。

第二步　求解多相位矩阵的第二行。

设 $f_0^{(0)}(z)=-\frac{1}{81}+\frac{20}{81}z+\frac{8}{81}z^2$，$f_1^{(0)}(z)=-\frac{4}{81}+\frac{35}{81}z-\frac{4}{81}z^2$，$f_2^{(0)}(z)=\frac{8}{81}+\frac{20}{81}z-\frac{1}{81}z^2$，利用上述计算合冲模的算法得到 $Syz(f_0^{(0)}(z),f_1^{(0)}(z),f_2^{(0)}(z))=\langle t_0^{(0)}(z),t_1^{(0)}(z)\rangle$，其中

$$\begin{cases} t_0^{(0)}(z)=[-24,8-5z,1+20z]^{\mathrm{T}} \\ t_1^{(0)}(z)=[-92+5z,39,8+40z]^{\mathrm{T}} \end{cases}$$

设 $E_1^{\mathrm{T}}(z^{-1})=(a+bz)t_0^{(0)}(z)+(c+dz)t_1^{(0)}(z)$，限制 $E_1(z)$ 是对称的，求解参数 a,b,c,d 应该满足的线性方程组得到

$$a=-8u+5v,\quad b=5u-8v,\quad c=u,\quad d=v$$

因此，与 $E_0(z)$ 相正交且对称的多相位矩阵第二行的一般形式为

$$E_1(z)=\begin{bmatrix} (100u-120v)z^2+(100v-115u)z+5v \\ (-25u+40v)z^2+(80u-50v)z+(40v-25u) \\ 5vz^2+(100v-115u)z+(100u-120v) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

结合 $E_1(z)E_1^{\mathrm{T}}(z^{-1})=1$，可求得

$$E_1(z)=\left[\frac{1}{160}(5+8z-40z^2),\frac{1}{80}(10+7z+10z^2),\frac{1}{160}(-40+8z+5z^2)\right]$$

第三步　求解多相位矩阵的第三行。

$$f_0^{(1)}(z)=\begin{pmatrix} -\frac{1}{81}+\frac{20}{81}z+\frac{8}{81}z^2 \\ \frac{1}{160}(5+8z-40z^2) \end{pmatrix},f_1^{(2)}(z)=\begin{pmatrix} -\frac{4}{81}+\frac{35}{81}z-\frac{4}{81}z^2 \\ \frac{1}{80}(10+7z+10z^2) \end{pmatrix},f_2^{(1)}(z)=\begin{pmatrix} \frac{8}{81}+\frac{20}{81}z-\frac{1}{81}z^2 \\ \frac{1}{160}(-40+8z+5z^2) \end{pmatrix}$$

利用上述计算合冲模的算法得到 $Syz(f_0^{(1)}(z),f_1^{(1)}(z),f_2^{(1)}(z))=\langle t_0^{(1)}(z)\rangle$，其中 $t_0^{(1)}(z)=[-8-z^2,4-4z^2,1+8z^2]^{\mathrm{T}}$。已验证 $[t_0^{(1)}(z^{-1})]^{\mathrm{T}}t_0^{(1)}(z)=\mathrm{const}$，因此得到 $E_2(z)=[-8z^2-1,4z^2-4,z^2+8]$。

综上所述，归一化后的 3— 带具有两阶消失矩的线性相位正交小波滤波器的多相位矩阵为

$$E(z)=\begin{bmatrix} \frac{-1+20z+8z^2}{27\sqrt{3}} & \frac{-4+35z-4z^2}{27\sqrt{3}} & \frac{8+20z-z^2}{27\sqrt{3}} \\ \frac{5+8z-40z^2}{27\sqrt{6}} & \frac{1}{27}\sqrt{\frac{2}{3}}(10+7z+10z^2) & \frac{-40+8z+5z^2}{27\sqrt{6}} \\ -\frac{1+8z^2}{9\sqrt{2}} & \frac{2\sqrt{2}}{9}(-1+z^2) & \frac{1+8z^2}{9\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

3　结 论

本文利用计算代数中 Grobner 基以及合冲模作为工具，通过对多相位矩阵的正交化，给出了 M－带正交小波的一般性设计算法，利用该算法可以得到同时具有对称性和任意正则阶的 M－正交小波。在不考虑多相位矩阵归一化的前提下，算法实现只需用到求解多项式最大公因式的 Euclidean 算法与 Grobner 基求解算法。特别地，当所求得的尺度滤波器为关于某个参数的多项式形式时，利用该算法求得的小波滤波器也为含参数的，因而可以根据实际问题中的不同要求适当选取参数，得到不同的小波系统。

（下转第 55 页）

(2) 本算法充分利用了形态学和区域几何特征对 ROI 中的目标进行滤波,能较好地为后面的目标识别过程提供目标切片,在降低计算量的同时提高了检测率。

(3) 对于一般 Hough 变换存在的问题,采取了平均 Hough 变换作为解决方法,把它的峰值点作为潜在的道路目标点更具有合理性。

(4) 检测变换域峰值点时,如果仅仅使用 CFAR 检测只能检测出峰值区域。本算法采用了结合全局 CFAR 检测的逐最大值点搜索的方法,能够精确地确定峰值点的位置。

此外,需要指出的是,在本文中所讨论的道路目标是贯穿于整幅图像的。对于非此类图像,可以将其分割为小块子图像,然后再对子图像分别用本文提供的算法进行道路提取。

参 考 文 献:

[1] Frost V S, et al. A Model for Radar Images and Its Application to Adaptive Digital Filtering of Multiplicative Noise[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1982, PAMI – 4(2): 157 – 165.

[2] Illingworth J, Jain A K. A Survey of the Hough Transform[J]. Comput. Vision Graphics Image Processing, 1988, 44: 87 – 116.

[3] Giardina C R, Dougherty E R. Morphological Methods in Image and Signal Processing[R]. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.

[4] Hough P V C. Method and Means for Recognizing Complex Patterns[P]. U. S. Patent 3069654, 1962.

[5] Wang Y, Chellappa R, Zheng Q. CFAR Detection of Targets in Full Polarimetric SAR Images[R]. CAR-TR-696, CS-TR-3177, University of Maryland and College, Park, November 1993.

[6] Rosenfeld A, Kak A C. Digital Picture Processing[M]. Academic Press, New York, 1982.

(上接第 49 页)

参 考 文 献:

[1] Daubechies I. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets [J]. Comm. Pure Appl. Math., 1988, 41: 990 – 996.

[2] Mallat S G. A Theory of Multiresolution Signal Decomposition: the Wavelet Representation [J]. IEEE Trans. on PAMI, 1989, 11: 674 – 693.

[3] Steffen P, Heller P N, et al. Theory of Regular M-band Wavelet Bases [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1993, 41: 3497 – 3510.

[4] Oraintara S, Tran T D, et al. Lattice Structure for Regular Paraunitary Linear-phase Filterbanks and M-band Orthogonal Symmetric Wavelets [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2001, 49: 2659 – 2672.

[5] Soman A K, Vaidyanathan P P, Nguyen T Q. Linear Phase Paraunitary Filter Banks: Theory, Factorizations and Designs [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1993, 41: 3480 – 3495.

[6] Lawton W, Lee S L, Shen Z. An Algorithm for Matrix Extension and Wavelet Construction [J]. Math. Computation, 1996, 65: 723 – 737.

[7] Adams W W, Loustaunau P. Introduction to Grobner Bases. Graduate Studies in Mathematics [M]. American Mathematical Society, Providence, R.I., 1994.

[8] Basu S, Choi H M. Hermite Reduction Methods for Generation of a Complete Class of Linear-phase Perfect Reconstruction Filter Banks-part I: Theory [J]. IEEE Trans. Circuits and System-Ⅱ Analog and Digtal Signal Processing, 1999, 46: 434 – 447.

[9] Belogay E, Wang Y. Compactly Supported Orthogonal Symmetric Scaling Functions [J]. Appl. Compput. Harmon. Anal., 1999, 7: 137 – 150.