

一种单站无源定位方法及其可观测性分析*

冯道旺,李宗华,周一宇,孙仲康

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘 要 利用非线性系统可观测性定理分析了径向加速度信息在目标运动分析(TMA)中的可观测性问题,得到径向加速度观测所能确定的目标状态参数及其需要满足的观测条件,从而证明一种联合径向加速度和角度信息的单站无源定位方法的可行性,并分析其可观测条件和可观测度。通过计算机仿真验证了讨论的结果。

关键词 可观测性 单站无源定位 目标运动分析

中图分类号 TN713 **文献标识码** A

A New Single Observer Passive Location and Tracking Technology and Its Observability Analysis

FENG Dao-wang, LI Zong-hua, ZHOU Yi-yu, SUN Zhong-kang

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract The observability problem of the passive location system utilizing the radial acceleration information of the emitter is analyzed. It is proved that the range and speed information of the emitter can be determined from the radial acceleration under certain conditions, so a new target motion analytical technology using bearing and radial acceleration measures is deduced. The observability conditions for this technology are analyzed and verified with the computer simulation.

Key words observability; passive localization; target motion analysis

传统的只测角(bearing-only)单站无源定位技术只利用了目标的角度信息。有关分析表明:对运动辐射源定位要求观测平台有一定的机动飞行^[1,2],这为该技术的应用带来诸多的不便。此外,跟踪收敛速度慢、精度低也是该方法的严重缺点。而研究增加辅助信息实现对运动目标的快速、无机动定位成为单站无源定位领域的发展趋势,如:文献[3,4]分别提出增加来波频率和到达时间测量的定位方法。最新研究发现,目标相对观测器的径向加速度可提供目标位置和运动的有关信息,并为无源定位所利用^[5]。该参数可以通过测量来波的载频变化率或脉冲重频变化率而获得,与增加频率观测或到达时间观测的方法相比,不要求估计信号的原始载频或脉冲重复频率,因而具有更快的定位收敛速度。

1 定位的数学模型

在目标运动分析中,目标的巡航飞行状态通常以匀速直线运动模型来描述。以观测器为原点建立坐标系,则TMA所需估计的参数是目标的相对位置和运动。以下讨论二维平面的跟踪定位问题,由于空间目标都可以完全限制在其航迹与观测站所组成的平面上描述,所得结论可推广到三维空间中去。

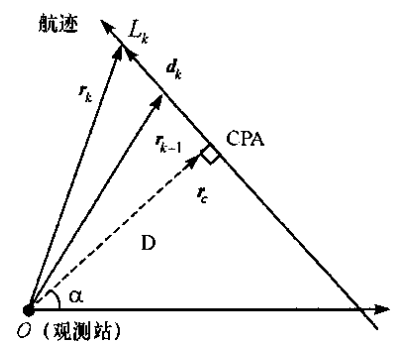


图 1 目标运动模型
Fig.1 The trajectory of target on plane

图 1 在二维极坐标系下描绘了目标的相对运动航迹,其中:定义航迹法线的偏角为 α ,记观测站到航

* 收稿日期 2003 - 09 - 05
作者简介 冯道旺(1975—),男,博士生。

迹的最近点(即航路捷径点)为 CPA,其位置矢量是 r_c ; k 时刻目标的位置矢量为 r_k ,则从 CPA 到目标的矢量 $l_k = r_k - r_c$; 匀速直线运动的速度矢量是一个常量 v 。若定义如下标量:

$$v = |v|; \quad L_k = l_k \cdot v / v; \quad D = \begin{cases} |r_c|, & \text{由 } r_c \text{ 到 } v \text{ 是逆时针方向} \\ -|r_c|, & \text{由 } r_c \text{ 到 } v \text{ 是顺时针方向} \end{cases} \quad (1)$$

则描述匀速直线运动目标的状态矢量可以定义为 $X_k = (D, L_k, v, \alpha)^T$ 。选择这个状态矢量的好处是可以很好地解决系统可观测项与非可观测项之间的耦合问题,且容易得出直观的分析结论。对于匀速直线运动,在该状态矢量下可建立如下的状态方程和观测方程:

$$\text{状态方程: } X_k = \Phi_{k-1,k} X_{k-1} \quad (2)$$

$$\text{观测方程: } Z_k = h(X_k) \quad (3)$$

其中,状态转移矩阵(T 为观测间隔)为

$$\Phi_{k-1,k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

而观测方程则是一个非线性函数。对于径向加速度,其表达式为

$$a_k = \frac{D^2 v^2}{(D^2 + L_k^2)^{3/2}} \quad (4)$$

2 可观测性分析

2.1 非线性系统的可观测性和可观测度^[6]

对于非线性系统的可观测性分析,工程研究中多采用 Lee 和 Dum 等人所提出的可观测性定理。

定理 对于非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), t); \quad x(t_0) = x_0 \\ y(t) &= h(x(t), t) \end{aligned}$$

如果对于凸集 $S \in R^n$ 上的所有 x_0 , 都有

$$M(x_0) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(\tau, t_0) H^T(\tau) H(\tau) \Phi(\tau, t_0) d\tau \quad (7)$$

是正定的,则系统在 S 上是完全可观测的。上式中 $H(t) = \frac{\partial h(x, t)}{\partial x}$, $\Phi(t, t_0) = \frac{\partial f(x, t)}{\partial x}$ 。

上述定理在本文所讨论的离散系统式(2) ~ (3) 的等价的结论是^[2] 对于初始集合 S 中的矢量 X_{k0}^* , 记 Gramer 矩阵为

$$\Gamma(k, k - N + 1) = [H_k \quad H_{k-1} \quad \cdots \quad H_{k-N+1}]^T \quad (5)$$

其中, Jacobi 阵 $H_{k-i} = \frac{\partial Z_{k-i}}{\partial X_k}$ 。如果存在正整数 N 使得 $\text{rank} \Gamma(k, k - N - 1) = n$ (n 为状态维数), 则系统在 S 上是完全可观测的。

为了度量可观测系统受到测量噪声干扰的程度,应该有一个能够反映系统可观测性强弱的量。根据非线性方程的牛顿迭代解法,可以证明状态估计的协方差为

$$\text{cov}(X_k - \hat{X}_k) = (\Gamma^T R^{-1} \Gamma)^{-1} \quad (6)$$

由于 $\det(\Gamma^T R^{-1} \Gamma)^{-1}$ 是状态不确定超椭圆球体体积的量度,因此可以认为 $|\det(\Gamma)|$ 也具有准确性度量的性质,故可根据 $|\det(\Gamma)|$ 的大小来度量系统的可观测度。

2.2 利用径向加速度信息定位的可观测分析

由(4) 式可以看到,径向加速度与航迹法线偏角无关,因此根据径向加速度信息至少无法得到 α 的估计,这说明系统对于目标定位是不完全可观测的。但把状态矢量改为三维的 $X_k = (D, L_k, v)^T$, 则状态

转移矩阵将改为

$$\Phi_{k-1,k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将第 $k-i$ 时刻的观测值表达如下

$$a_{k-i} = \frac{D^2 v^2}{[D^2 + (L_k - ivT)^2]^{3/2}} \quad (7)$$

则在 X_k 处的 Jacobi 阵为

$$H_{k-i}^a = \frac{\partial a_{k-i}}{\partial X_k} = [Dv^2(2L_{k-i}^2 - D^2)/r_{k-i}^5 \quad -3D^2v^2L_{k-i}/r_{k-i}^5 \quad D^2v(2r_{k-i}^2 + 3ivT \cdot L_{k-i})/r_{k-i}^5]^T \quad (8)$$

其中, $r_{k-i} = \sqrt{D^2 + L_{k-i}^2}$ 。

对于3维状态向量,至少需要进行 $N=3$ 次观测才有可能全部估计出其中的各项。因此这里考虑由连续的三次观测所得的 Gramer 阵,如下

$$\Gamma_a(k, k-2) = [H_k^a \quad H_{k-1}^a \quad H_{k-2}^a]^T \quad (9)$$

经过化简可以求得

$$\det \Gamma_a(k, k-2) = -\frac{42D^7v^8T^3}{r_k^5 \cdot r_{k-1}^5 \cdot r_{k-2}^5} \quad (10)$$

从上式可以看到,当 $D \neq 0$ 且 $v \neq 0$ 时, $\det \Gamma_a(k, k-2) \neq 0$ 。这说明由三次径向加速度的观测值可以估计出目标运动状态中的 D 、 L_k 和 v 三个参数,从而确定目标相对于观测器的距离和速率。

另一方面,从式(10)也可以看出影响系统可观测度的因素。观测间隔 T 足够小时, $r_{k-2} \approx r_{k-1} \approx r_k$, 因此得到 k 时刻的可观测度的度量如下

$$\rho_k = \left| \frac{42D^7v^8T^3}{r_k^{15}} \right| = 42 \left(\frac{v}{r_k} \right)^8 T^3 \cos^7 \theta \quad (11)$$

其中, $0 \leq \theta \leq \pi/2$ 为目标航迹与径向方向之间的最小角度。可见观测时间间隔 T 和相对速率 v 越大、目标斜距 r_k 越小、目标运动方向越靠近切向的方向,系统的可观测度越强。其中 v 、 r_k 及 θ 对系统可观测度有较大的影响。

结论 1 对于非径向、相对匀速直线运动的目标,由径向加速度的三次观测可以惟一确定目标的距离和速度大小,但无法确定目标的方位和运动方向。目标距离越近、相对运动速度越大、运动方向越接近切向方向,则可观测度越强。

2.3 联合利用径向加速度信息和角度信息定位的可观测分析

以上分析表明,单独的径向加速度观测并不能够达到定位完全的可观测,但可以观测到目标的距离和速率。相关研究证明,利用角度信息可以确定目标运动的方向,而不能实现测距^[6]。可见,径向加速度与角度信息在对目标定位中可实现互补。

角度测量方程为

$$\beta_k = \arctan \frac{L_k}{D} + \alpha \quad (12)$$

因此得到 β_{k-i} 在状态矢量 $(D, L_k, v, \alpha)^T$ 下的 Jacobi 阵如下

$$H_{k-i}^\beta = [-L_{k-i}/r_{k-i}^2 \quad D/r_{k-i}^2 \quad -DT/r_{k-i}^2 \quad 1]^T \quad (13)$$

而 a_{k-i} 在同样状态矢量下的 Jacobi 阵为

$$H_{k-i}^a = [Dv^2(2L_{k-i}^2 - D^2)/r_{k-i}^5 \quad -3D^2v^2L_{k-i}/r_{k-i}^5 \quad D^2v(2r_{k-i}^2 + 3ivT \cdot L_{k-i})/r_{k-i}^5 \quad 0]^T \quad (14)$$

联合径向加速度信息和角度信息定位时,测量方程是(4)、(12)式的组合。对于4维的状态矢量,至少需要两次的观测才可能估计出状态矢量中的所有项。考虑由连续的两次观测所得的 Gramer 阵如下

$$\Gamma_{\alpha,\beta}(k-1, k) = [H_k^\alpha \quad H_k^\beta \quad H_{k-1}^\alpha \quad H_{k-1}^\beta]^T \quad (15)$$

经过化简可以求得

$$\det \Gamma_{\alpha,\beta}(k,k-1) = -\frac{3D^4v^5T^2}{r_k^5 \cdot r_{k-1}^5} \tag{16}$$

可见,当 $D \neq 0$ 且 $d \neq 0$ 时, $\det \Gamma_{\alpha,\beta}(k,k-1) \neq 0$ 。这说明由两次观测就可以完全地估计出目标状态中的所有参数。同样地,根据(16) 式可以看到: v 越大、 r_k 越小以及目标航迹在视向方向的夹角越小时,系统的可观测度越强。

结论 2 对于非径向的匀速直线运动目标,由径向加速度和角度信息各两次的观测可以惟一确定其位置和速度;且目标的距离越小、相对运动速度越大、运动越接近切向方向,其可观测度越强。

3 仿真实验

为了验证上述结论,仿真一个利用径向加速度和角度信息对匀速直线运动目标定位和跟踪的过程。目标运动场景如图 2 所示。目标相对观测器以速率 v 做匀速直线运动,在初始点上目标到观测器的距离 $r_0 = 200\text{km}$,运动方向与距离矢量的夹角为 θ 。设径向加速度的测量误差为 0.1m/s^2 、角度测量误差为 1mrad ,对 θ 及 v 选择不同数值做比较实验,得到测距的相对误差曲线如图 3 所示。

由图 3 可以看到:当 $\theta = 0$ 时,目标和观测器之间只有径向运动,则误差曲线不收敛。这说明在无切向运动情况下,系统是不可观测的;当 $\theta \neq 0$ 时误差曲线可以收敛,因此系统是可观测的。此时目标的可观测度将取决于角度 θ 及目标速度的大小。目标速度大小一定时,比较 $\theta = \pi/4$ 和 $\theta = \pi/3$ 两种情况的定位误差可以发现: θ 越大,误差就越小;当 θ 一定,比较 $v = 200\text{m/s}$ 和 $v = 350\text{m/s}$ 两种速率情况下的定位误差可以看到: v 较大时,定位误差较小。仿真结果符合系统可观测性分析的结论。

4 结论

通过系统的可观测性分析,证明了一种新体制的单站无源定位技术。该技术利用辐射源径向加速度信息和角度信息,可以实现平台无机动条件下对运动目标的定位和跟踪。通过分析得到如下结论:目标与观测器之间具有非径向运动时,利用角度信息和径向加速度信息可以实现对匀速运动目标的单站无源定位;目标距离越近、相对运动的速率越大并且运动方向越接近切向,其可观测度越高。

参 考 文 献:

[1] Nardon S C, Aidala V J. Observability Criteria for Bearing-only Target Motion Analysis [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic systems, 1981, AES - 17 : 162 - 166.

[2] Teak L S. Observability of Target Tracking with Bearing-only Measurements [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1996, AES - 32 : 1468 - 1471.

[3] Passerixux J M, Pillon D, Blanc-Benon P, Jauffret C. Target Motion Analysis with Bearings and Frequencies Measurements via Instrumental Variable Estimator [C]. Proc ICASSP 1989 2645 - 2652.

[4] Sun Zhongkang, Zhang Ming. Passive Location and Tracking Using DOA and TOA Measurement of Single Non-maneuvering Observer [C]. NAECON, 1988.

[5] 孙仲康. 基于运动学原理的无源定位技术[A]. 雷达无源定位跟踪技术研讨会论文集[C], 2001.

[6] 孙仲康,周一宇,何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京:国防工业出版社,1996 : 196 - 225.

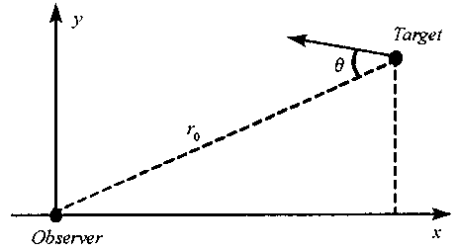


图 2 仿真的目标运动场景
Fig.2 Target scenarios used in the simulation

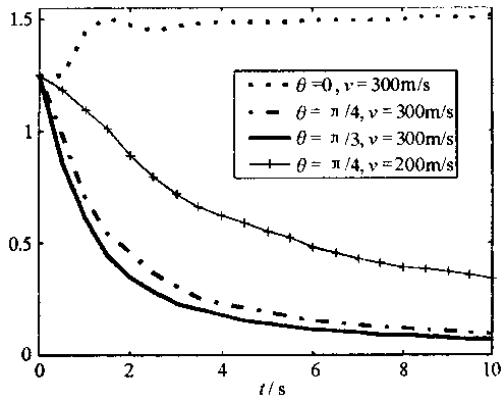


图 3 目标跟踪的相对误差曲线
Fig.3 The relative ranging error of tracking

