文章编号:1001-2486(2004)01-0095-04

水下声源引起的水表面横向微波的理论研究*

戴振宏[1,2],孙金祚[1],隋鹏飞[1]
(1. 烟台大学光电信息科学技术学院,山东 烟台 264005; 2. 清华大学物理系,北京 100080)

摘 要 利用水下声信号在水表面引起的水表面横向微波振幅很小的条件,将普遍的流体力学方程线性化,推导出在水下点声源的激励下,水表面产生的二维横向微波色散关系以及波的传播形式。结果表明,二维水表面的横向微波具有和一维情况类似的结果,即具有波长短、传播速度小的特点,因而可以对入射到表面的激光束进行调制,为水下声信号检测奠定了理论基础。

关键词 声信号;声源;表面横向微波;理想流体
中图分类号:O471 **文献标识码**:A

Theoretical Study on the Water Surface Transversal Mini-wave due to the Underwater Sound Field

DAI Zhen-hong[1,2], SUN Jin-zuo[1], SUI Peng-fei[1]
(1. Institute of Science and Technology for Opt-electronic Information, Yantai University, Yantai 264005, China;
2. Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100080, China)

Abstract: On the condition of the underwater acoustic signal, the perturbed amplitude would be small, and the general hydrodynamic equation may be linearied. On the basis of this approximation, the horizontal dispersion relation and the form of the water surface are obtained. The results show that the water surface transversal mini-wave has the characteristics of shorter wavelength and lower velocity, therfore it can modulate the light indensity of the incident laser beam on the water surface, which lays the theoretical foundation for the detection of underwater signal.

Key words: acoustic signal; sound source; surface transversal wave; ideal fluid

利用激光遥感技术从空中探测水下声信号是一项重要课题。据知,截至20世纪80年代末期,探测水下的声信号一直限于水下探测方法。由于对水下声信号探测的需要以及对无直接接触性遥感技术的需求,人们期望能在水上平台实现对水下声信号的探测。国内初期的探索是由大连测控技术研究所进行的,研究者用"空气声接收阵列"作为接收器,在真实海洋环境下从船舶平台上接收水下的声信号。由于声波从水中传入空气时,在水和空气的分界面上产生较大衰减,这使利用声学方法遥测深水处声源的研究面临挑战。采用光探测水下声源的方法,由激光从水表面提取水下的声信号,从而使利用遥感技术机动地探测水下的声源成为可能。

到目前为止,国内有关水表面横向微波的理论研究尚不多见,国外的研究者已经开展了该领域的基础性研究工作[1~3]。把激光技术用于从水面探测水下声源的研究始见于Tulane大学M.S.Lee的文章[1]。该文报道利用水下声信号对水表面产生的微扰来调制激光束,建立了解释接收光瞳上接收强度调制效应的简单模型。但对于水下声信号引起的水表面微波的解释是粗糙的,其中有些是不准确的结果。本文中,利用深水处的声信号在水表面引起的扰动很弱,从而水表面横向微波振幅很小的条件,将普遍的流体力学方程线性化,在一维理论[4]的基础上推导出水表面二维模型的横向微波的色散关系以及波传播形式。

1 基本理论模型

* 收稿日期:2003-06-25
基金项目:国家部委基金资助项目
作者简介:戴振宏(1971—),男,教授,博士后。

1.1 基本线性化方程

流体运动方程的基本形式是

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=-\frac{1}{\rho}\nabla P+g \tag{1}$$

其中,v 是流体运动的速度,ρ 是流体的密度,P 是压强,g 是重力加速度。对于不可压缩流体(常温下水可以认为是不可压缩流体),式中的 ρ 是常数。连续性方程成立,即

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0 \tag{2}$$

考虑到研究的对象是幅度很小的水表面波,可进行线性化处理[5]。

流体质点在一个振动周期 τ 内通过振幅 A 量级的距离,因而流体质点的速度 $|\boldsymbol{v}|$ 约为 A/τ,即 $|\boldsymbol{v}|=v-A/\tau$,速度对时间的导数量级是 v/λ(λ 是波长)。因此,可以忽略方程(1)中等号左边的第二项,从而得到线性化的流体力学方程

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}=-\nabla\frac{P}{\rho}+g \tag{3}$$

1.2 速度势函数及其方程

对于无旋运动的不可压缩流体,其速度的旋度等于零,同时满足连续性方程,在此情况下可以引入速度势函数 φ,满足

$$\boldsymbol{v}=\mathrm{grad}\varphi=\nabla\varphi \tag{4}$$

$$P=-\rho\frac{\partial\varphi}{\partial t}-\rho g z \tag{5}$$

令 η 代表水表面上质点的 z 坐标(平衡时在水表面上 $z=0$),且 η 是坐标 (x,y) 的函数,在平衡状态下 $\eta=0$,因而 η 是水表面上质点振动的垂直位移。

设水表面的恒定压力为大气压 P_0,则得到

$$P_0=-\rho\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\rho g\eta \tag{6}$$

最终可以得到速度势函数的水表面条件

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\frac{1}{g}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}\right)_{z=\eta}=0 \tag{7}$$

由于振幅很小,(7)式中的 $z=\eta$ 可以用 $z=0$ 代替,结合 Lapalace 方程,得到重力场中水的运动方程及其表面边界条件

$$\left.\begin{array}{l}\nabla^2\varphi=0\\ \left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}+\dfrac{1}{g}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right)_{z=0}=0\end{array}\right\} \tag{8}$$

(8)式中的方程及水表面条件只考虑水表面的波动,并假定水表面面积无限大,同时认为波长远小于水的深度,一般情况下可认为水是无限深的,因而没有侧面和底部的边界条件。

2 结果和讨论

2.1 考虑表面张力时的运动方程及水表面条件

上节(8)式中的等式即水表面条件,只考虑重力作用,因而由(8)式得到的解为表面重力波。当研究的波动振幅和波长充分小时,表面张力的作用则占有重要的地位。本项研究的对象 —— 水表面横向微波就属于这种波动,因而必须修正(8)式中的第二个方程,得到考虑表面张力时的水表面条件

$$\rho g\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\rho\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\alpha\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\eta}{\partial y^2}\right)_{z=0}=0 \tag{9}$$

2.2 常深度水表面行波

设在 $z=-h$ 处水处于静止,该问题的线性化方程及底部边界条件是

$$\nabla^2\varphi = 0 \qquad -h < z < 0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0 \qquad z = -h \tag{11}$$

水表面是二维的,选取垂直于平衡时水面的方向为 z 轴,则该问题关于 z 轴具有对称性,因而选用柱坐标求解是方便的,得到

$$\nabla^2\varphi(r,z) = \frac{\partial^2\varphi(r,z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi(r,z)}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi(r,z)}{\partial z^2} = 0 \tag{12}$$

利用条件

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=\eta=0}$$

可以得到

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = c_1 k\sinh khJ_0(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$$

$$\eta = c_1 k\sinh khJ_0(kr)\int_0^t \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t + c' = \frac{ck}{\mathrm{i}\omega}\sinh khJ_0(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$$

$$= \frac{ck}{\omega}\sinh khJ_0(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-\pi/2)} \tag{13}$$

其中,c 是任意常数,由初始值确定。

2.3 水下声源引起的水表面波

本研究的立足点是利用水下声场在水表面引起的表面波调制入射激光束,从而使接收光瞳上的接收强度受到调制,经调制后可提取水下声信号信息。所以,建立水下声源引起水表面波的数学物理模型是本项研究的重要任务之一。不失一般性,假定水下有一简谐振动的点源,讨论其在水表面引起的水表面波。一个有限大小、具有多种频率的水下声源在水表面引起的水表面波,只是在此基础进行简单的积分或叠加。

该模型的基本方程、边界条件和初始条件是(φ 是速度势函数)

$$\nabla^2\varphi = 0 \qquad -h < \eta < 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{\delta(r)}{2\pi r}\sin\omega_0 t \qquad z = -h \tag{15}$$

$$\left[\rho g\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \rho\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \alpha\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)\right]_{z=0} = 0 \tag{16}$$

$$\varphi = 0, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0, \qquad t = 0 \tag{17}$$

$$\varphi \to 0, \qquad \nabla\varphi \to 0, \qquad r = \infty \tag{18}$$

考虑到对称性,在柱坐标系中,(14) 式变为

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0 \tag{19}$$

对(14) 式进行 Laplace-Hankel 变换,其定义为

$$\hat{\bar{\varphi}} = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}s\int_0^\omega rJ_0(kr)\varphi(r,z,t)\mathrm{d}r \tag{20}$$

(14) 式经(20) 式定义的 Laplace-Hankel 变换,得到变换后的自由面边界条件

$$\left(1 + \frac{\alpha k^2}{\rho g}\right)\frac{\partial\hat{\bar{\varphi}}}{\partial z} + \frac{s^2}{\rho g}\hat{\bar{\varphi}} = 0, \qquad z = 0 \tag{21}$$

底部边界条件(15) 式变为

$$\frac{\partial\hat{\bar{\varphi}}}{\partial z} = \frac{1}{2\pi}\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}, \quad z = -h \tag{22}$$

在条件(21) 和(22) 的限制下,(20) 式的解是

$$\hat{\bar{\varphi}} = \frac{1}{2\pi}\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}\frac{1}{s^2+\omega^2}\frac{s^2\sinh kz - gk\left(1+\frac{\alpha k^2}{\rho g}\right)\cosh kz}{k\cosh kh} \tag{23}$$

其中，$\omega^2 = gk\left(1+\frac{\alpha k^2}{\rho g}\right)\tanh kh$。由于研究 $z=0$ 的水表面，则 $\hat{\bar{\varphi}}$ 可以简化为

$$\hat{\bar{\varphi}} = \frac{1}{2\pi}\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}\frac{1}{s^2+\omega^2}\frac{-gk\left(1+\frac{\alpha k^2}{\rho g}\right)}{k\cosh kh} \tag{24}$$

根据水表面条件可以得到

$$\bar{\eta} = -\frac{s}{g\left(1+\frac{\alpha k^2}{\rho g}\right)}\bar{\varphi} = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty k\mathrm{d}kJ_0(kr)\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}\frac{s}{s^2+\omega^2}\frac{\rho}{\cosh kh} \tag{25}$$

所以

$$\eta = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty kJ_0(kr)\frac{\rho}{\cosh kh}\frac{\omega_0}{\omega^2-\omega_0^2}(\cos\omega_0 t-\cos\omega t)\mathrm{d}k \tag{26}$$

由于

$$\lim_{\omega\to\omega_0}\frac{\omega_0(\cos\omega_0 t-\cos\omega t)}{\omega^2-\omega_0^2} = \frac{t\sin\omega_0 t}{2} \tag{27}$$

考虑到 $\sin\omega_0 t$ 是周期为 2π 的函数，(27)式右端对于 $\sin\omega_0 t$ 的每一个周期都是相同的，不应当因为 t 趋于无限而趋于无限大，为此定义函数

$$I(t) = I\left(t-\frac{2n\pi}{\omega_0}\right) = \begin{cases}0, & 当\ t=2n\pi\\ 1, & 当\ t\neq 2n\pi, n=0,1,2,\cdots\end{cases} \tag{28}$$

利用定义的函数 $I(t-\tau)$，重新改写(27)式，并代入(26)式得到

$$\eta = \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi kJ_0(kr)\frac{1}{\cosh kh}\frac{tI(t-\tau)\sin\omega_0 t}{2}\mathrm{d}k \tag{29}$$

对于上式积分的贡献主要来自于 k_0，它与 ω_0 满足色散关系

$$\omega_0^2 = k_0 g\tanh k_0 h\left(1+\frac{\alpha k_0^2}{\rho g}\right) \tag{30}$$

也就是当 $k=k_0$ 时，对(28)式的积分有主要贡献，因而根据积分中值定理

$$\eta = \frac{1}{4\pi}\frac{k_0 I(t-\tau)tJ_0(kr)\sin\omega_0 t}{\cosh kh} \tag{31}$$

3 结 论

从流体力学的基本方程出发，研究了由水下点声源激励起的水表面二维横向微波，计算结果表明，当水下距水面 h 处振动点源按 ω_0 的频率振动时，将在水表面引起水表面横向微波，只有与振动点源的振动频率相同的水表面波才具有显著的振幅，因而从水面探测的水下声信号不会出现显著的失真现象。同时根据我们的理论模型计算所得的声速和波长与我们在实验室的实验结果[6]可以很好地吻合。

参 考 文 献：

[1] Lee M S, Bourgeois B S, Hsieh S T, Hsu L, Hickman G D. A Laser Sensing Scheme for Detection of Underwater Acoustic Signals[A]. Conference Proceedings 1998 IEE Southston Knoxville, USA, 11 – 13 April, 1988.

[2] Hsieh E. A Progress Report on the Advanced Sensor and Survey Branch Ocean Optics Laboratory [R]. Internal Report, 1986.

[3] Maccabee B S. Laser induced underwater sound [R]. Ultrsonics Symposium, Internal Meeting 1987.

[4] 戴振宏，孙金祚. 水表面横向微波一维模型的理论研究[J]. 烟台大学学报(自然科学与工程版)，2003，16(1).

[5] 朗道，栗弗席兹. 连续介质力学(第一册)[M]. 彭旭麟，译. 北京：人民教育出版社，1958.

[6] 孙金祚，戴振宏，宫彦军，等. 水下声场激励的水表面横向微波的实验研究[R]，2003.