

文章编号 : 1001 - 2486(2004)02 - 0005 - 04

# 混合遗传算法及其在运载火箭最优上升轨道设计中的应用\*

罗亚中, 唐国金, 周黎妮

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要** 运载火箭最优上升轨道设计问题是一类终端时刻未定、终端约束苛刻的最优控制问题。经典算法求解这类问题时收敛性差、局部收敛等问题表现得比较突出。针对上述问题, 将具有良好全局收敛性的遗传算法应用到运载火箭最优上升段设计问题求解中, 为了提高遗传算法的收敛速度和克服早熟问题, 结合遗传算法和单纯型算法的优点, 设计了两种混合遗传算法。计算结果表明, 所设计的混合遗传算法是求解复杂问题的有效全局优化方法, 可以成功地解决一类终端时刻可变飞行器最优控制问题。

**关键词** 最优上升轨道设计; 混合遗传算法; 全局优化; 串行和嵌套混合

中图分类号: V475 文献标识码: A

## Hybrid Genetic Algorithm and Its Application to the Optimal Ascent Trajectory Design of the Vehicle

LUO Ya-zhong, TANG Guo-jin, ZHOU Li-ni

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** The optimal ascent trajectory design of the vehicle is an optimal control problem with strict terminal constraints and variable final time. The classical algorithms always encounter the problems of high sensitivity to initial guess and local convergence in solving this problem. Aiming at these problems, genetic algorithm (GA) which is of good global convergence is applied to designing the optimal ascent trajectory. In order to improve the convergence rate of GA and overcome its premature problems, two hybrid GA (HGA) combining the merits of GA with those of simplex method are proposed. The computational results testify that the two HGA are effective global optimization approach for solving complex problems, and they can successfully solve the optimal control problems with variable final time.

**Key words** optimal ascent trajectory design; hybrid genetic algorithm; global optimization; pipeline and nesting hybrid

飞行器轨迹优化设计是总体优化设计的重要组成部分, 对飞行器设计有着十分重要意义及工程价值。飞行器轨迹优化是一类最优控制问题, 目前在进行飞行器轨迹优化设计时, 人们更多地采用了离散化方法、配点法、多重打靶法和多重参数化方法变换最优控制问题为非线性规划问题<sup>[1]</sup>, 采用非线性规划算法进行求解。然而, 参数化后的最优控制问题往往是一类高维非光滑问题, 应用传统的非线性规划算法如序列二次规划算法、共轭梯度法和单纯型算法求解该问题时往往会遇到病态梯度、初始点敏感和局部收敛等问题<sup>[2, 3]</sup>。特别对于一类终端时刻可变的最优控制问题, 基于梯度的非线性规划算法则遇到了更大的麻烦<sup>[4]</sup>。

近些年来模仿自然选择和遗传机制的遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 是优化设计领域的研究热点, 遗传算法具有较强的鲁棒性, 对于一些大型、复杂非线性系统求解具有独特的优越性能, 在飞行器轨迹优化设计领域也有成功的应用<sup>[5, 6]</sup>。运载火箭最优上升轨道设计问题是一个终端时刻未知、终端状态一定的最优控制问题, 本文以该问题为背景研究了混合遗传全局优化策略。

### 1 最省燃料上升轨道设计问题

运载火箭最优上升轨道优化问题的实质是燃料消耗最省, 这一目标函数可以由入轨质量最大、上面

\* 收稿日期: 2003 - 09 - 30

基金项目: 国家 863 基金资助项目 (2002AA001006)

作者简介: 罗亚中 (1979—), 男, 博士生。

级工作时间最短等指标反映,本文选择运载火箭上级工作时间  $t_{s1}$  为优化设计变量,同时也为优化设计指标。运载火箭最优上升段控制变量通常选择俯仰角。根据运载火箭飞行段的特点,飞行俯仰角程序的选择通常将其分为大气层飞行段与真空飞行段两部分进行。运载火箭大气段的俯仰角程序由于受到火箭飞行性能的约束,通常是固定的描述形式,其中有两个参数是待定变量: $a_m$ ——大气转弯段攻角绝对值的最大值, $a$ ——常系数。选择了多重参数化方法处理真空段的俯仰角,即真空段俯仰角由  $N$  个  $\varphi_i$  值( $i=1, 2, \dots, N$ )插值确定<sup>[7]</sup>。

上升轨道的入轨约束条件通常由入轨点高度、绝对速度值、当地弹道倾角和入轨轨道倾角所决定,这里用  $\psi$  表示入轨等式约束条件<sup>[7]</sup>。运载火箭最优上升段轨道设计问题可以表述为:

$$\begin{cases} \text{Find } X = \{a_m, a, \varphi_1, \dots, \varphi_N, t_{s1}\}^T \\ \text{Min } J = t_{s1} \\ \text{S.t. } \psi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式(1)所表示的问题是一个非光滑、苛刻等式约束的非线性规划问题。传统的解决方法是通过减少控制变量数目,采用牛顿迭代法寻找满足约束的可行解<sup>[8,9]</sup>。众所周知,牛顿迭代法对初始点的依赖性更强,并且需要构造专有的迭代格式,不具有通用性,同时全局收敛也得不到保证。作者的试验表明,一般的非线性规划算法如单纯型算法、共轭梯度算法和 Powell 方法求解该问题时,对于较好的初始点,可以较快得到收敛解。但是合理初始点的获得比较困难,需要相当的设计经验,并且初始点会随着运载火箭的总体参数变化而改变。因此初始点的选择策略对于开发一个运载火箭轨迹设计软件包显得至关重要,并且使用经典算法很难确保得到全局最优解。遗传算法作为一个新型的优化工具,已在众多复杂优化问题求解中得到了成功的应用,本文尝试了将具有全局收敛性的遗传算法应用到运载火箭最优上升轨道设计中。针对遗传算法在实际应用中的早熟现象、局部寻优能力较差等问题,结合遗传算法的全局搜索性和单纯型(Simplex Method—SM)算法的强局部搜索特性,设计实现了串行混合遗传算法和嵌套型混合遗传算法。

## 2 混合遗传算法设计

### 2.1 编码方式的设计

采用实数编码。与二进制编码相比,实数编码具有如下明显优点:①在遗传算法中可方便地表示范围较大的数,便于在较大空间进行搜索,同时也改善了遗传算法的计算复杂性,提高了运算效率;②求解精度高,便于与经典优化方法混合使用。鉴于实数编码的上述优越性和轨道优化问题的实际要求,本文所设计的混合遗传算法中采用实数编码方式。

### 2.2 适应度的计算

遗传算法在运行时,是依靠适应度函数值的大小来区分每个个体的优劣并判定是否进入下一代的进化,适应度函数的选择直接影响着算法的性能。本文涉及到的优化问题是约束优化问题,应用遗传算法求解约束优化问题时,通常采用罚函数处理约束,将约束优化问题转化为无约束极小化问题,采用如下适应度函数:

$$Fit(X) = C - f(X) \quad (2)$$

其中,  $C$  是一个选定的较大的常数,  $f(X)$  是采用罚函数后的综合目标函数值。这种处理方法目前应用最为广泛的遗传算法适应度函数。但对于类似运载火箭轨道优化设计这类问题,由于采用了罚函数处理轨道入轨等式约束,而这些轨道等式约束的破坏程度通常难以预料,进而综合目标函数的取值范围难以估计,选择合适的  $C$  是非常困难的事情。本文采用了一种具有自适应性和鲁棒性的适应度函数:

$$Fit(X) = f_{\max} - f(X) + k(f_{\max} - f_{\min}) \quad (3)$$

其中,  $f_{\max}$ 、 $f_{\min}$  是当前群体中的最大和最小目标函数值;  $k$  为控制参数,当前群体中的最好个体和最差个体的适应度之比为  $(1+k)/(k)$ ,该参数能直接影响算法性能,  $k$  通常在  $[0.01, 0.1]$ ,本文  $k$  值选择为 0.1。

## 2.3 遗传算子设计

选择算术交叉算子,变异算子选择非均运算符。选择算子为基于最优保留策略的比例选择算子。各算子的详细描述参见文献[7]。

## 2.4 混合策略设计

从混合遗传算法的设计思想出发,分别设计了串行混合遗传算法和镶嵌型混合遗传算法。

### 2.4.1 串行混合遗传算法(GA-SM)

GA-SM 算法的设计思想是利用遗传算法的全局搜索性为 SM 产生好的初始点,SM 寻优的结果作为最终结果。这是一种串行结构的混合优化算法,设计此类混合算法需要解决的问题主要是确定算法的转化时机,目前选择合适的转换时机仍是一个开放性问题。本文从对混合算法简单控制角度出发,选择遗传算法进化到最大代数后结束,开始单纯型算法的搜索。

### 2.4.2 镶嵌型混合遗传算法(GASM)

GASM 的设计思路是:对于完成交叉和变异操作的当前群体,以一定概率选择其中的个体采用 SM 进行局部寻优,以优化的结果作为个体的新染色体,然后对改善后的群体进行评估与选择,SM 是作为 GA 的一个强局部搜索混合算子参与整个进化过程。本文针对混合算子设计了一个自适应概率  $p_n$ ,  $p_n$  随着进化代数的增加而变大,最后趋近于一个常数  $p_0$ :

$$p_n(t) = p_0 e^{-\alpha(1-t/T)} \quad (4)$$

其中,  $T$  是遗传算法中设置的最大代数,  $t$  是当前进化的代数,常数  $p_0 \in (0, 1]$  类似于 GA 中的交叉概率和变异概率,反映了单纯型局部强搜索算子对每个个体的最大可能作用程度,  $p_0$  大则 SM 对 GA 的搜索空间的局部开采愈充分,但是相应的计算成本大,本文选择  $p_0 = 0.4$ 。  $\alpha$  是控制算子概率变化的参数,选择为 2。这些做的考虑是:在进化的初期,为保持个体的多样性,针对个体的局部寻优操作的可能性要小;在进化的后期,有理由相信个体已接近全局最优解,此时对个体以较高的概率进行局部寻优将有助于其加速收敛至全局最优解。

上述两种混合遗传算法对经典复杂函数的测试结果参见文献[7]。

## 3 算例分析

选择一个二级运载火箭进行最优上升轨道设计,运载火箭的各项总体设计参数已由工程设计部门给定,目标轨道是一个 200km 高的圆轨道。真空段俯仰角分为 6 个线性段,选择各个线性段的俯仰角变化率  $\phi_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) 为实际设计变量,因此俯仰角的控制变量共有 8 个:  $a_m \in [0.01, 3]$ ,  $a \in [0.05, 0.5]$  和  $\phi_i \in [-0.3, 0]$ ; 优化指标的上级工作时间  $t_{s1} \in [100, 450]$ 。对于每次优化计算,如果轨道入轨条件等式约束在误差范围内即认为算法找到了可行解。

单纯型算法在设计变量区间上随机选择初始点,共运行了 100 次,遗传算法的群体规模取为 30,最大进化代数为 100,  $p_c = 0.92$ ,  $p_m = 0.34$ ,对两种混合遗传算法各进行了 10 次数值试验。考虑到作一次全弹道计算的可观成本,在进行算法对比时统计了各个算法在找到一个可行解时的平均全弹道计算次数(采样次数)。表 1 给出了 SM、GA-SM 和 GASM 应用于该问题的仿真计算结果统计,需要说明的是作者曾利用简单遗传算法进行多次试验,但均无法得到可行解。

从表 1 的计算结果可以看出,三种算法的最好解基本一致,但 SM 的求解成功率只有 15%,而 GA-SM 和 GASM 均有着 100% 的收敛可靠性,且混合遗传算法的平均优化目标函数值基本上接近于最优值,明显优于 SM。GA-SM 充分发挥了遗传算法的全局搜索性,为单纯型算法提供了好的初始点,因此算法计算效率明显优于 SM(采样次数减少了约 1/3),而 GASM 则是利用 SM 作为 GA 的一个强局部搜索算子,算法获得的解的性能稍好于 GA-SM,但是计算成本远高于 SM 和 GA-SM,考虑到单次全弹道计算的高昂成本,GA-SM 求解运载火箭最优上升轨道设计问题相对 GASM 更具优势。作者开发的一个系列化运载火箭优化设计软件<sup>[7]</sup>就是采用 GASM 作为不同型号运载火箭优化设计的首选算法,取得了较好的应用效果。

表 1 仿真结果

Tab.1 The simulation results

算法名称 \ 指标	收敛概率	最好目标函数值	平均目标函数值	采样次数
SM	15%	326.5	344.5	1782
GA-SM	100%	324.6	331.4	1267
GASM	100%	323.2	328.3	5477

## 4 结束语

结合遗传算法的全局收敛性和单纯型算法的局部强搜索的特点,设计了两种混合遗传优化策略:一种是利用遗传算法产生好的初始点,利用单纯型算法作二次优化;另一种是将单纯型算法作为遗传算法的一个强局部搜索算子。数值计算结果表明,所提出的混合遗传算法具有较好的全局收敛性和收敛速度,是解决复杂优化问题的有效手段,可以较好地解决运载火箭最优上升轨道优化设计问题。

## 参考文献:

- [1] John T B. Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimizior[J]. Journal of Guidance , Control and Dynamic , 1998 ,21( 3 ): 193 - 207 .
- [2] Ping L M ,Khan A. Nonsmooth Trajectory Optimization : An Approach Using Continuous Simulated Annealing[ J ]. Journal of Guidance , Control and Dynamic ,1994 , 17( 4 ): 685 - 691 . P
- [3] Peter F ,Anthony J. Optimization of Launch Vehicle Ascent Trajectories with Path Constraints and Coast Arcs[ J ]. Journal of Guidance , Control and Dynamic ,2001 , 24( 2 ): 296 - 304 .
- [4] Chung-Feng , Chen-Yuan. Improved Gradient - Type Algorithms for Zero Terminal Gradient Control Problems[ J ]. Journal of Dynamic Systems , Measurement and Control ,1987 , 109( 12 ): 355 - 362 .
- [5] Gerald A R , Coverstone-Crroll V. Near-optimal Low-thrust orbit transfers generated by a genetic algorithm[ J ]. Journal of Spacecraft and Rockets , 1996 , 33( 6 ): 859 - 862 .
- [6] Gareth W , Colin R M. Solar Sail Hybrid Trajectory Optimization for Non-Keplerian Orbit Transfers[ J ]. Journal of Guidance , Control and Dynamic , 2002 ,25( 3 ) 602 - 604 .
- [7] 罗亚中.系列化运载火箭总体优化技术研究[D].长沙:国防科技大学,2003.
- [8] 余梦伦.地球同步卫星发射轨道的设计[J].中国空间科学技术,1983,3(2):1-8.
- [9] 陈克俊.载人飞船上升段轨道的Newton迭代设计法[J].国防科技大学学报,1992,14(2):66-71.



