

## 过模慢波结构高频特性\*

张 军, 钟辉煌

(国防科技大学理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘 要** 对过模结构在提高功率容量方面的优点进行了理论分析, 分别采用解析方法和有限元方法研究了理想无限长过模慢波结构及有限长过模慢波结构色散关系的特点, 对比了这两种情况下  $TM_{01}$  模色散特性的区别, 结果表明两者在纵向波数取值及对应的频率上有所差别, 这对于高功率微波器件高频结构的设计有重要的参考价值。

**关键词** 过模慢波结构; 功率容量; 色散特性; S 参数矩阵

中图分类号: TN811; TN125 文献标识码: A

## The High-frequency Characteristics of the Overmoded Slow-wave Structures

ZHANG Jun, ZHONG Hui-huang

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** The advantage of the overmoded slow-wave structures (SWS) in enhancing power capacity is analyzed theoretically. The dispersive characteristics of the rectangular corrugated overmoded SWS with the infinite length and the finite length are investigated through the theoretical method and the finite-element-method, respectively. The  $TM_{01}$  mode dispersive characteristics in the two cases are compared, and the results indicate that there are differences in the values of the longitudinal wavelength and its relevant frequency. The results can provide valuable reference to the design of the high-frequency structure of the high-power microwave devices.

**Key words** overmoded slow-wave structure; power capacity; dispersive characteristic; S-parameter matrix

慢波结构<sup>[1]</sup> (Slow-wave structure, 简称 SWS) 由于可以降低在其中传播波的相速, 使之与电子束同步而相互作用, 且有较高的功率容量, 因而在微波器件尤其是高功率微波器件(如行波管<sup>[2]</sup>、返波管<sup>[1]</sup>等)中有着广泛的应用。这类器件一般工作在慢波结构的  $TM_{01}$  模式下, 通常对其工作特性(频率、增益等)的预测可由无限长慢波结构  $TM_{01}$  模的色散曲线与电子束 Doppler 线交点获得<sup>[1]</sup>。近年来, 随着对微波器件输出功率的要求不断提高, 过模慢波结构由于可避免功率提高造成器件内部场击穿而引起的脉冲缩短现象<sup>[3]</sup>, 越来越被广泛重视, 随之出现了过模返波管<sup>[4]</sup>、表面波发生器<sup>[5]</sup>、多波切伦柯夫振荡器<sup>[6]</sup>等新型过模高功率微波器件。因此, 过模慢波结构高频特性是研究这些过模器件的基础。此外, 有限长效应是慢波结构设计中需要考虑的重要问题之一。

### 1 过模结构的优点

对于光滑圆波导的  $TM_{0n}$  模, 其电磁场表达式如下:

$$\begin{cases} E_r(r, z) = \frac{ik_z}{\chi_n^2} E_0 J_1(\chi_n r) e^{ik_z z} \\ H_\varphi(r, z) = \frac{i\omega\epsilon}{\chi_n^2} E_0 J_1(\chi_n r) e^{ik_z z} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\chi_n = 2v_n/D$ ,  $k_z = \sqrt{(2\pi/\lambda)^2 - \chi_n^2}$ ,  $D$  为圆波导直径,  $\lambda$ 、 $\omega$  分别为自由空间波长和角频率;  $\epsilon$  为真空

\* 收稿日期: 2003 - 10 - 21

基金项目: 国家 863 计划资助项目

作者简介: 张军(1977—)男, 博士生。

中的介电常数  $\epsilon_n$  为零阶 Bessel 函数的第  $n$  个零点,  $J_1$  为一阶 Bessel 函数。

令圆波导表面径向电场  $E_r|_{r=D/2} = \frac{k_z}{\chi_n} E_0 J_1(\chi_n D/2) = E_m$ , 则它可传输的功率

$$P = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{D/2} r dr R \epsilon (E_r^* \cdot H_\varphi) = \frac{\pi c \epsilon E_m^2}{4} \frac{\lambda \chi \left(\frac{D}{\lambda}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_n}{\pi}\right)^2 \chi \left(\frac{D}{\lambda}\right)^2}} \int_0^1 \frac{J_1^2(v_n t) \lambda dt}{J_1^2(v_n)} \quad (2)$$

以垂直于波导表面强度不大于 200kV/cm 作为波导的最大功率容量判据, 即  $E_m \leq 200\text{kV/cm}$ , 由(2)式可得到光滑圆波导所允许传输的最大功率与  $D/\lambda$  及模式的关系, 如图 1、图 2 示。

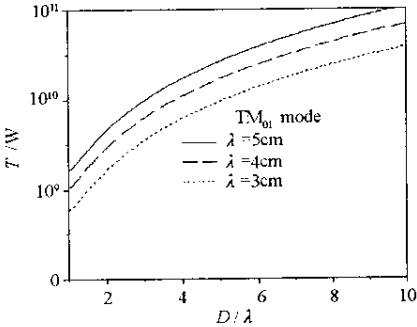


图 1 不同波长的  $\text{TM}_{01}$  模功率容量与  $D/\lambda$  的关系

Fig.1 Power capacity with different wavelength

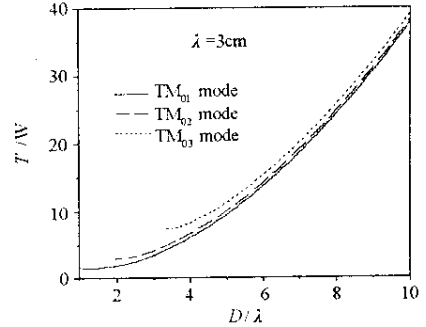


图 2 不同模式的功率容量与  $D/\lambda$  的关系

Fig.2 Power capacity with different mode

$\lambda$  一定时,  $D/\lambda$  越大, 系统允许传输的功率越大, 即功率容量越大;  $D/\lambda$  一定时,  $\lambda$  越大, 系统的功率容量越大;  $\lambda$ 、 $D/\lambda$  都一定时, 高阶模允许传输的功率更大。例如, 当  $\lambda = 3\text{cm}$ , 若  $D/\lambda = 1$ ,  $\text{TM}_{01}$  的最大功率容量约为 600MW, 而  $D/\lambda = 3$ , 则  $\text{TM}_{01}$  最大功率容量提高到 3.6GW。

当慢波结构的波纹幅值较小时, 其场分布近似于光滑波导, 其功率容量也有相似的规律, 因而在慢波器件中, 采用过模慢波结构可提高功率容量, 也就是说, 当传输的功率一定时, 过模情况下, 器件内的场强小于单模情况, 因而可避免由于场击穿引起的脉冲缩短问题。

## 2 矩形波纹过模慢波结构的色散特性

矩形波纹慢波结构由于易加工而被广泛应用<sup>[5]</sup>。求解其色散关系时, 可将求解区域分为 I 区 ( $0 \leq r \leq R - a$ ) 和 II 区 ( $R - a \leq r \leq R$ ) 两部分(图 3), 根据麦克斯韦方程组和周期性慢波系统的 Floquet 定理, 分区求解场方程, 得到圆柱坐标系中 TM 波的场表达式; 再利用两区域交界处电场及磁场切向分量连续的边界条件, 得到场表达式中系数所需满足的矩阵方程, 再根据场解不为零的条件得到系数行列式的值为零<sup>[7]</sup>:

$$\Delta_{sm}(f, k_z; R, L, d, a) = 0 \quad (3)$$

其中  $f$ 、 $k_z$  分别为频率和纵向波数,  $R$ 、 $L$ 、 $d$ 、 $a$  分别为图 3 所示的慢波结构参数。(3) 式即为理想无限长矩形波纹过模慢波结构的色散关系, 它是一个无穷阶矩阵方程。

当慢波结构参数为  $R = 4.2\text{cm}$ 、 $L = 2d = 1.2\text{cm}$ 、 $a = 0.35\text{cm}$  时, 其色散关系如图 4 所示, 其中黑色实线由低频到高频依次为慢波结构的  $\text{TM}_{01}$ 、 $\text{TM}_{02}$ 、 $\text{TM}_{03}$  及  $\text{TM}_{04}$  模的色散曲线, 而虚线表示真空中光速的 Doppler 线。为对色散特性有更进一步的认识, 分别改变慢波结构参数, 给出不同半径、周期、波纹深度下的色散曲线, 如图 5~7 所示。

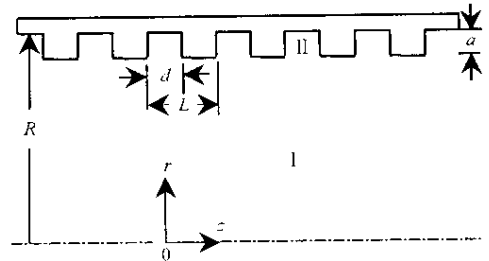


图 3 矩形波纹慢波结构

Fig.3 Rectangular corrugated overmoded SWS

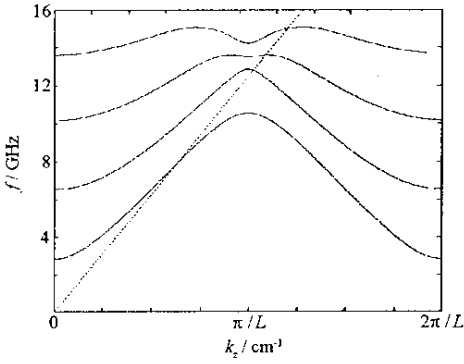


图4 过模慢波结构色散曲线

Fig.4 Dispersion curves of the overmoded SWS

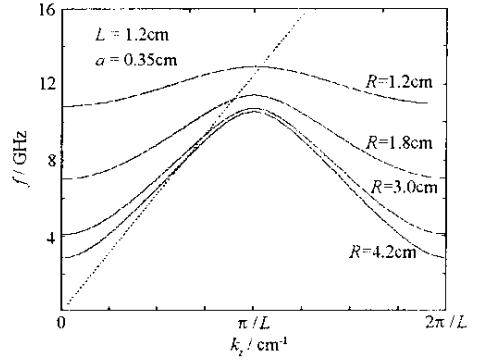


图5 半径对色散关系的影响

Fig.5 Dispersion relation dependence on the radius

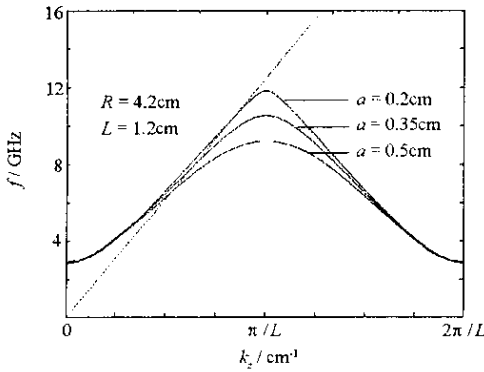


图6 波纹深度对色散关系的影响

Fig.6 Dispersion relation dependence on corrugation amplitude

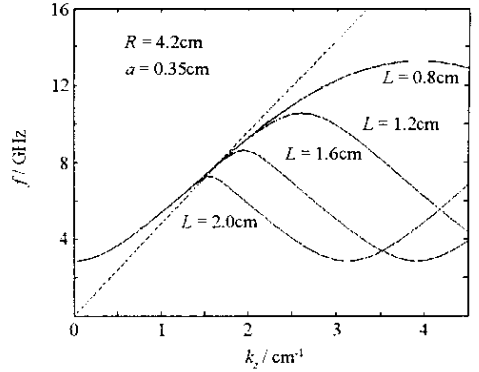


图7 周期对色散关系的影响

Fig.7 Dispersion relation dependence on period

### 3 有限长慢波结构与理想无限长慢波结构的区别

以上通过解析方法求解理想无限长慢波结构的色散关系,然而实际器件中所用的慢波结构为有限长,其色散关系将不同于理想无限长情况。为此建立图8所示模型。有限长慢波结构两端与相同半径的光滑波导相连,当从输入端(port1)入射频率为 $f$ 的光滑圆波导 $TM_{01}$ 模,由于二者阻抗不匹配,将激励出 $TM_{02}$ 、 $TM_{03}$ ... $TM_{0n}$ ( $TM_{0n}$ 模为系统允许传输的最高阶模)等高阶模。定义输出端(port2)输出的总功率与输入 $TM_{01}$ 模的功率之比

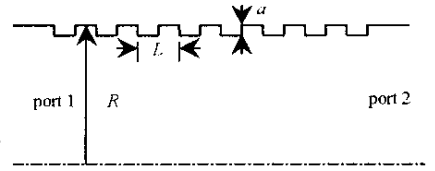


图8 有限长慢波结构

Fig.8 SWS with finite length

$$T = \sum_{j=1}^n P_{out}^+(TM_{0j}) / P_{in}^+(TM_{01}) \tag{4}$$

为慢波结构对 $TM_{01}$ 模的功率传输系数。将慢波结构及与其两端相连的光滑波导视为一个双端口网络系统<sup>[8]</sup>,根据参数理论有

$$T = \sum_{m=1}^3 |S_{21}^m|^2 \tag{5}$$

利用有限元方法,并根据圆波导各模式的正交性,可求解系统的S参数矩阵,再由(5)式,可获得慢波结构对入射不同频率光滑圆波导 $TM_{01}$ 模式的传输系数 $T$ ,如图9所示,图中 $T$ 取极大值处的频率即为有限长慢波结构发生纵向谐振<sup>[9]</sup>时对应的频率 $f$ 。分析这些频率处场分布特点,则可获得相应的纵向波数 $k_z$ ,两者的对应关系如表1所示。其中,慢波结构的周期数为12,结构参数同前所述。

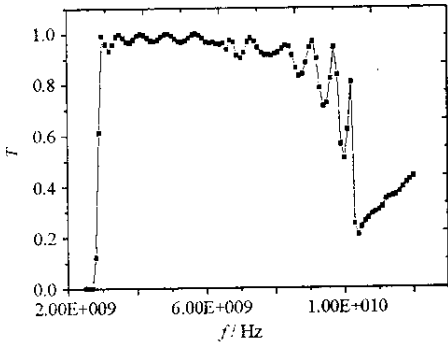


图 9 传输系数与频率的关系

Fig.9 Transportation coefficient dependence on frequency

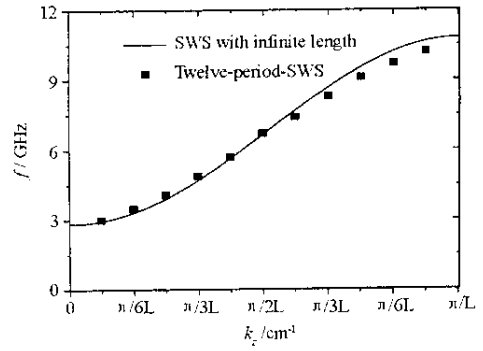


图 10 有限长慢波结构与无限长慢波结构的色散关系

Fig.10 Comparison between the two dispersion relations

表 1  $TM_{01}$  模纵向波数及对应的频率

Tab.1 Longitudinal wavenumber and its corresponding frequency

$k_z$ ( $cm^{-1}$ )	$\frac{\pi}{L}$	$\frac{2\pi}{L}$	$\frac{3\pi}{L}$	$\frac{4\pi}{L}$	$\frac{5\pi}{L}$	$\frac{6\pi}{L}$	$\frac{7\pi}{L}$	$\frac{8\pi}{L}$	$\frac{9\pi}{L}$	$\frac{10\pi}{L}$	$\frac{11\pi}{L}$
$f$ ( GHz )	3	3.5	4.1	4.9	5.7	6.7	7.4	8.3	9.1	9.7	10.2

由表 1 可以得到有限长慢波结构的色散关系与解析方法求得理想无限长慢波结构的色散关系的区别,如图 10 所示。

可以看到,有限长慢波结构的纵向波数只能取  $n\pi/L$  ( $n = 1, 2, \dots, N - 1$ ,  $N$  为慢波结构周期数)的一系列分立值<sup>[9]</sup>,且它们对应的频率和理想无限长慢波结构略有差别,尤其在高频段,这是因为两者的边界条件不同,高频段对边界条件更为敏感;此外,计算还发现有限长慢波结构中,严格的“0 模”( $k_z = 0$ )及“ $\pi$  模”( $k_z = \pi/L$ )并不存在,这是因为它们存在所需的边界条件不能被满足,只有当慢波结构周期数  $N$  较大时,它们各自附近的模式( $k_z = \pi/NL$  及  $k_z = (N - 1)\pi/NL$ )可看做是这两个模式的近似。

### 4 结论

过模慢波结构在提高系统功率容量方面有着较大潜力,其色散关系与它的半径、周期及波纹深度密切相关。可以利用有限元方法,通过求解参数矩阵,研究有限长过模慢波结构与理想无限长过模慢波结构的色散关系的差别。前者的纵向波数只能取一系列分立值,且对应的频率和后者略有差别。此外,有限长慢波结构中并不存在严格的“0 模”及“ $\pi$  模”。

### 参考文献:

[ 1 ] Swegle J A , Poukey J W , Leifeste G T. Backward Wave Oscillators With Rippled Wall Resonators : Analytic Theory and Numerical Simulation[ J ]. Phys. Fluids. 1985 , 28( 9 ) 2882 - 2892.

[ 2 ] Shffler D , Nation J A , Kerslick G S. A High Power Traveling Wave Tube Amplifier[ J ]. IEEE Trans. Plasma Sci. 1990 , 18( 3 ) 546 - 551.

[ 3 ] Ferrest J A. Evolution of Pulse Shortening Research in Narrow Band High Power Microwave Sources[ J ]. IEEE Trans. Plasma Sci. 1998 , 26( 3 ) : 235 - 245.

[ 4 ] Gunin A V , Klimov A I , Korovin S D , et al. Relativistic X-band BWO with 3-GW Output Power[ J ]. IEEE Trans. Plasma Sci. 1998 , 26( 3 ) 326 - 329.

[ 5 ] Vlasov A N , Anatoly G S , Rodgers J C , et al. Overmoded GW-class Surface-wave Microwave Oscillator[ J ]. IEEE Trans. Plasma Sci. 2000 , 28( 3 ) 550 - 560.

[ 6 ] 张军,钟辉煌,杨建华,等.具有谐振腔的多波切伦柯夫振荡器的粒子模拟[ J ].强激光与粒子束,2003,15(1)85-88.

[ 7 ] 刘盛纲,李宏福,王文祥,等.相对论电子学[ M ].北京:国防工业出版社,1985.

[ 8 ] 张克潜,顾茂章.微波与光电子学中的电磁场理论[ M ].北京:电子工业出版社,1994.

[ 9 ] Chernyavsky I A , Pikunov V M. Electrodynamical Properties of Experimental Corrugated Slow-wave Structure in Its Different Passbands[ A ]. Proceedings of SPIE 4031 276 - 285.



