

文章编号 : 1001 - 2486(2004)02 - 0070 - 05

# 防抱制动系统基于最佳滑移率的滑模变结构控制方法\*

刘国福 张 玘 王跃科 郑伟峰

(国防科技大学机电工程与自动化学院 湖南 长沙 410073)

**摘要** 建立了防抱制动系统的非线性、时变数学模型,实现了滑模变结构控制方法在防抱制动系统中的应用,提出了两种由递推最小二乘算法来计算最佳滑移率的估计方法:一种基于附着系数—滑移率曲线的数学模型,一种基于该曲线的形状。仿真结果表明了基于最佳滑移率的滑模变结构控制方案在车辆防抱制动系统中的可行性和有效性。

**关键词** 最佳滑移率;防抱制动系统;滑模变结构控制;递推最小二乘算法

**中图分类号** TP273 **文献标识码** A

## The Study of Sliding Mode Variable Structure Control of the Anti-lock Braking System Based on Optimal Slip Ratio

LIU Guo-fu, ZHANG Qi, WANG Yue-ke, ZHENG Wei-feng

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** The non-linear and time-varying mathematical model of the anti-lock braking system (ABS) is established, and the application of sliding mode variable structure controller (SMVSC) in ABS is implemented. Two kinds of estimation algorithms of the optimal slip ratio realized by recursive least squares are proposed: one based on the mathematical model of cohesion coefficient vs. slip ratio curve, the other based on the shape of this curve. The simulation results show the feasibility and validity of SMVSC based on optimal slip ratio.

**Key words** optimal slip ratio; anti-lock braking system (ABS); sliding mode variable structure control (SMVSC); recursive least squares (RLS)

基于车轮加、减速度门限及参考滑移率的防抱死制动系统(ABS)方法简单实用,但调试比较困难,采用经验的方法,不同的车辆需要不同的匹配技术,需要较多的道路试验加以验证<sup>[1]</sup>。由于在整个控制过程中车轮滑移不是保持在最佳滑移率上,而是在它的附近波动,因而并未达到最佳的制动效果。为进一步提高 ABS 的性能,许多文献都在研究基于滑移率的控制系统<sup>[2]</sup>。由于 ABS 存在诸多不确定性因素,如轮胎与地面的附着系数、附着系数的变化率以及最佳滑移率参考点的位置等都随路况和车辆运行状态的改变而改变,是一强非线性系统,各种基于模型的控制方法(如最优控制)对各种扰动的鲁棒性不好,而变结构控制可以实现不稳定系统的镇定,可以使系统的滑动模态对系统的动力学变化、参数变化、外部干扰具有完全和较强的不敏感性,故滑模控制器在防抱制动系统中得到了广泛的应用<sup>[3]</sup>。

实现滑移率控制系统的难点是期望点  $\lambda_k$  不是定值,在不同路面条件下变化范围在 5% ~ 30%。如果将  $\lambda_k$  设定为它们的平均值,即使将滑移率理想地控制在这点上,也无法保证 ABS 工作在最佳状态。因而基于滑移率控制的任何一种算法,必须实时辨识路面特性,确定它的峰值点  $\lambda_k$ ,并在线修正设定值。否则基于滑移率的控制系统并不能实现最优控制<sup>[4]</sup>。

### 1 防抱制动系统的滑模变结构控制模型<sup>[5,6]</sup>

为研究防抱死制动的控制过程及其在纵向平面的特性,车辆可简化为图 1 所示的单轮车辆模型。

\* 收稿日期 2003 - 10 - 08

基金项目 国家自然科学基金资助项目(10376043)

作者简介 刘国福(1972—),男,博士生。

图中  $M$  为汽车质量,  $R$  为车轮滚动半径,  $v$  为车辆速度,  $\omega$  为车轮角速度,  $F_x$  为车轮摩擦力,  $F_w$  为车辆的滚动阻力,  $F_v$  为空气阻力,  $F_z$  为车轮对地面的法向反力,  $T_b$  为制动力矩。设车轮的转动惯量为  $J$ , 由牛顿第二定律, 可写出车轮和车身的运动方程为:

$$J\dot{\omega} = RF_x - RF_w - T_b \tag{1}$$

$$M\dot{v} = -F_x - F_v \tag{2}$$

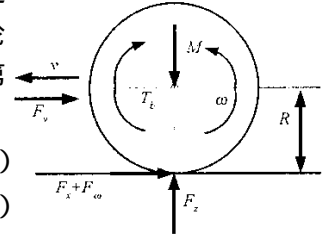


图1 单轮车辆模型  
Fig.1 Model of single wheel

车轮的纵向水平滑移率定义为  $\lambda = \frac{v - \omega R}{v}$ , 车轮的摩擦力由下式

给出:  $F_x = \mu(\lambda)F_z$ , 式中附着系数  $\mu$  依赖于路面条件和滑移率的大小。

定义状态变量  $x_1 = v/R$ ,  $x_2 = \omega$ ,  $x_3 = \lambda$ , 有:

$$\dot{x}_1 = -f_1(x_1) - b_1\mu(\lambda) \tag{3}$$

$$\dot{x}_2 = -f_2(x_2) + b_2\mu(\lambda) - b_3T_b \tag{4}$$

$$\dot{x}_3 = \lambda = (x_1 - x_2)/x_1 \tag{5}$$

式中  $f_1 = \frac{F_v}{MR}$ ,  $b_1 = \frac{F_z}{MR}$ ,  $f_2 = \frac{F_w R}{J}$ ,  $b_2 = \frac{F_z R}{J}$ ,  $b_3 = \frac{1}{J}$ 。

将式(5)对时间求导得:

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = \dot{\lambda} &= \frac{\partial \lambda}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{\partial \lambda}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial t} = \frac{1}{x_1} \{ -(1 - \lambda)f_1 + f_2 - [b_2 + (1 - \lambda)b_1]\mu + b_3T_b \} \\ &= f_3(x_1, x_2) - f_4(x_3)\mu(\lambda) + f_5(x_1)T_b \end{aligned} \tag{6}$$

式(3)(4)和(6)就是描述 ABS 的系统方程。从中可以看出(1)系统方程是非线性的且含有不确定项。非线性包括  $\lambda$  的定义,  $\mu$  与  $\lambda$  间的函数关系, 状态变量与  $\lambda$  的乘积项, 以及函数  $f_1(x_1)$ ,  $f_2(x_2)$  和  $f_3(x_1, x_2)$ 。(2)风阻函数  $f_1(x_1)$  轮胎与路面间的摩擦附着系数  $\mu(\lambda)$  在制动过程中是未知的和时变的。由于  $f_1(x_1)$  对系统性能影响不大, 因而本文主要解决如何处理  $\mu(\lambda)$  未知的问题。由于 ABS 系统模型中有未知函数  $\mu(\lambda)$ , 我们的控制策略采用滑模变结构方法。控制的目标是寻找制动力矩  $T_b$  的控制规律, 使跟踪误差  $\lambda - \lambda_d$  趋向于零,  $\lambda_d$  是预设滑移率。

滑模控制器应用切换函数来改变  $T_b$  的控制规律, 定义切换函数:

$$s = \lambda - \lambda_d \tag{7}$$

在广义滑模条件下按等速趋近率  $\eta$  ( $\eta > 0$ ) 设计的滑模控制器, 切换函数应满足:  $\dot{s} \leq -\eta |s|$ , 可简化为:

$$\dot{s} \leq -\eta \text{sgn}(s) \tag{8}$$

式(7)对时间求导, 并将式(8)代入有:

$$\dot{\lambda} - \dot{\lambda}_d = f_3(x_1, x_2) - f_4(x_3)\mu(\lambda) + f_5(x_1)T_b - \dot{\lambda}_d \leq -\eta \text{sgn}(s) \tag{9}$$

式(9)中, 假设  $\lambda_d$  为常数, 则  $\dot{\lambda}_d = 0$ 。又令  $f = f_3(x_1, x_2) - f_4(x_3)\mu(\lambda)$ , 由于  $\mu(\lambda)$  未知, 故  $f$  也是未知函数, 只能用估值  $\hat{f}$  来代替, 但  $f - \hat{f}$  有界, 表示为:

$$|f - \hat{f}| \leq F \tag{10}$$

根据以上讨论, 式(9)为:

$$f + f_5(x_1)T_b \leq -\eta \text{sgn}(s) \tag{11}$$

令  $T_b = \frac{1}{f_5(x_1)} (-\hat{f} - k \text{sgn}(s))$ , 代入式(11)得:

$$f - \hat{f} - k \text{sgn}(s) \leq -\eta \text{sgn}(s) \tag{12}$$

由式(10), 令  $k = F + \eta$ , 即可满足式(12)。

符号函数  $\text{sgn}(\cdot)$  的不连续切换, 会引起系统在滑移面附近的高频颤振。颤振不仅会损坏系统的可执行元件, 而且还会引起自激运动, 从而导致系统的不稳定<sup>[7]</sup>。目前较常用的削弱颤振的方法是采用光滑连续的  $\text{sa}(\cdot)$  函数来代替符号函数  $\text{sgn}(\cdot)$ 。  $\text{sa}(\cdot)$  函数定义如下 ( $\Phi > 0$ ):

$$\text{sa}\left(\frac{s}{\Phi}\right) = \begin{cases} \frac{s}{\Phi}, & |s| \leq \Phi \\ \text{sgn}(s), & |s| > \Phi \end{cases} \quad (13)$$

将式(13)代入式(11),得滑模控制器的控制规律为:

$$T_b = \frac{1}{f_s(x_1)} \left( -\hat{f} - k \cdot \text{sa}\left(\frac{s}{\Phi}\right) \right) \quad (14)$$

## 2 最佳滑移率的估计

以上的推导过程中认为  $\lambda_d$  是常数。实际 ABS 系统中需要将车轮的滑移率控制在峰值附着系数  $\mu_{\max}$  对应的最佳滑移率  $\lambda_k$  处,这样才能最大地利用地面附着力。由于不同路面条件下  $\lambda_k$  一般不相同,因而要在 ABS 上应用滑模控制器必须解决  $\lambda_k$  的估计问题。

### 2.1 基于 $\mu - \lambda$ 曲线数学模型的 $\lambda_k$ 估计

如果能将  $\mu - \lambda$  曲线用一带参数的解析函数表示,就可以通过对该函数求极大值,间接地得到  $\mu_{\max}$  和  $\lambda_k$ 。基于这种思想,Burckhardt 给出了  $\mu - \lambda$  曲线的函数表达<sup>[8]</sup>:

$$\mu(\lambda) = c_1(1 - e^{-c_2\lambda}) - c_3\lambda \quad (15)$$

表 1 给出了不同路面条件下的  $c_1$ 、 $c_2$  和  $c_3$  的取值。由表 1 可以看出,利用式(15)就可以在线估计出  $c_1$ 、 $c_2$  和  $c_3$ ,从而间接得到  $\mu_{\max}$  和  $\lambda_k$ :

$$\begin{cases} \lambda_k = \frac{1}{c_2} \log \frac{c_1 c_2}{c_3} \\ \mu_{\max}(\lambda_k) = c_1 - \frac{c_3}{c_2} \left( 1 - \log \frac{c_1 c_2}{c_3} \right) \end{cases} \quad (16)$$

表 1 不同路面条件下各参数的典型值

Tab. 1 The parameter values for different road surfaces

| 路面   | $c_1$  | $c_2$   | $c_3$  | $p_1$    | $p_2$    |
|------|--------|---------|--------|----------|----------|
| 干沥青  | 1.2801 | 23.99   | 0.52   | 10.5104  | 34.5987  |
| 湿沥青  | 0.857  | 33.822  | 0.347  | 18.3410  | 58.4155  |
| 干水泥  | 1.1973 | 25.168  | 0.5373 | 11.2732  | 39.0633  |
| 干鹅卵石 | 1.3713 | 6.4565  | 0.6691 | 14.5401  | 6.2497   |
| 湿鹅卵石 | 0.4004 | 33.7080 | 0.1204 | 58.2343  | 51.0124  |
| 雪    | 0.1946 | 94.129  | 0.0646 | 118.3411 | 277.8144 |
| 冰    | 0.05   | 306.39  | 0.001  | 536.0750 | 1010.8   |

由于 Burckhardt 函数参数是非线性的,要解  $c_1$ 、 $c_2$  和  $c_3$  需用到非线性的参数估计方法,这在实际应用中是非常困难的。实用的  $\mu - \lambda$  曲线近似数学函数常用下式来表达<sup>[9]</sup>:

$$\mu(\lambda) = \frac{\mu(0) \cdot \lambda}{1 + p_1 \lambda + p_2 \lambda^2} \quad (17)$$

式(17)中  $\mu(0)$  是  $\mu - \lambda$  曲线的斜率,对所有的路面认为是一样的,可以预置为 30 左右。待估参数是  $p_1$  和  $p_2$ 。将式(17)做等效变换,有:

$$\begin{aligned} \mu(0) \cdot \lambda - \mu(\lambda) &= \mu(\lambda) \cdot \lambda \cdot p_1 + \mu(\lambda) \cdot \lambda^2 \cdot p_2 \\ &= [\mu(\lambda) \cdot \lambda \quad \mu(\lambda) \cdot \lambda^2] \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)中的参数  $p_1$  和  $p_2$  就可以用带遗忘因子的线性递推最小二乘法(RLS)来求解了。

### 2.2 基于 $\mu - \lambda$ 曲线形状的 $\lambda_k$ 估计

由于  $\mu - \lambda$  是一强非线性函数,用参数模型来表示是比较困难的,因而本文提出根据  $\mu - \lambda$  曲线的形状特点来寻找最佳滑移率  $\lambda_k$ 。在  $\mu - \lambda$  曲线的稳定区域,曲线的斜率为正;在  $\mu - \lambda$  曲线的不稳定区

域,曲线的斜率为负,而在  $\lambda_k$  处,斜率为零。用函数关系表示如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} > 0 & \lambda < \lambda_k \\ \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} = 0 & \lambda = \lambda_k \\ \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} < 0 & \lambda > \lambda_k \end{cases} \quad (19)$$

由式(19),可提出  $\lambda_k$  的搜寻算法:

$$\lambda_k(t_k) = \lambda_k(t_{k-1}) + \psi \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \mu}{\partial \lambda}\right) \quad (20)$$

式(20)中,  $\psi$  为一正的步进常数(步长  $\psi$  也可随曲线斜率的变化而适应地变化)。当  $\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} > 0$  时,  $\lambda_k$  增加  $\psi$ ; 当  $\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} < 0$  时,  $\lambda_k$  减小  $\psi$ 。又:

$$\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} \approx \frac{\Delta \mu}{\Delta \lambda} = \frac{\mu(\lambda_k(t_k)) - \mu(\lambda_k(t_{k-1}))}{\lambda_k(t_k) - \lambda_k(t_{k-1})} \quad (21)$$

由式(21)就可求得  $\frac{\partial \mu}{\partial \lambda}$ 。由于有测量噪声及各种干扰,为了得到准确的  $\frac{\partial \mu}{\partial \lambda}$ ,实际中也采用了递推最小二乘法。

### 3 仿真结果及讨论

主要从两个方面来进行计算机仿真。一是单一路面条件下的仿真,主要用来比较采用固定滑移率的滑模控制器和通过前述两种算法得到最佳滑移率的滑模控制器的性能比较;二是突变路面条件下的仿真,主要用来比较两种最佳滑移率估计算法的适应性。限于篇幅,这里只给出突变路面下的仿真结果。下面把采用固定滑移率的滑模控制器简称为固定控制器,把采用参数模型的滑模控制器简称为参数控制器,把采用  $\mu - \lambda$  曲线形状算法的滑模控制器简称为形状控制器。仿真时用到的参数如下:

$$M = 1000\text{kg}, R = 0.31\text{m}, F_z = 9800\text{N}, J = 1.1\text{kg} \cdot \text{m}^2, f_x(x_2) = 0, \text{wind\_gust} = 0$$

$$f_1(x_1) = c_w(Rx_1 + \text{wind\_gust})^2, c_w = 0.45(MR), b_1 = 31.62, b_2 = 684.24, b_3 = 0.91$$

设汽车在高  $\mu$  路面行驶 0.8s 后进入低  $\mu$  路面。高  $\mu$  路面为湿沥青路面,低  $\mu$  路面为雪路面。查阅表 1 可得湿沥青路面和雪路面的 Burckhardt 函数表达式。

湿沥青路面:

$$\mu(\lambda) = 0.857 \times (1 - e^{-33.822\lambda}) - 0.347\lambda \quad (22)$$

雪路面:

$$\mu(\lambda) = 0.1946 \times (1 - e^{-94.129\lambda}) - 0.0646\lambda \quad (23)$$

由式(16)得湿沥青路面的  $\lambda_k = 0.1308$ ,  $\mu_{\max} = 0.892$ , 雪路面的  $\lambda_k = 0.06$ ,  $\mu_{\max} = 0.1978$ 。

计算机仿真结果如图 2 所示。图 2(a)中,曲线 b 所示的参数控制器的滑移率跟踪最佳滑移率的速度很慢,大约需要 1s,而曲线 c 所示的形状控制器的滑移率能较好地跟踪路面的变化。这主要是由于参数控制器估计参数使用的是递推最小二乘法(RLS),RLS 递推的快慢与初值有关。路面跃变时,式(17)中的参数发生急剧变化,RLS 不能瞬时改变初值,因而引起响应滞后。图 2(b)为三种控制器作用下的车速随时间的变化曲线。从图 2(b)可以看出,由于参数控制器和形状控制器将滑移率控制在最佳滑移率  $\lambda_k$  的附近,车速下降得比较快。同时由于参数控制器跟踪路面特性比较快,因而车速下降得也最快。图 2(b)还清楚地显示了路面条件对 ABS 系统的影响:高  $\mu$  路面车速下降较快,低  $\mu$  路面车速下降比较平缓。

### 4 结论

(1) 考虑了空气阻力、轮子的滚动阻力对防抱制动系统的干扰和影响,建立了防抱制动系统的时变、

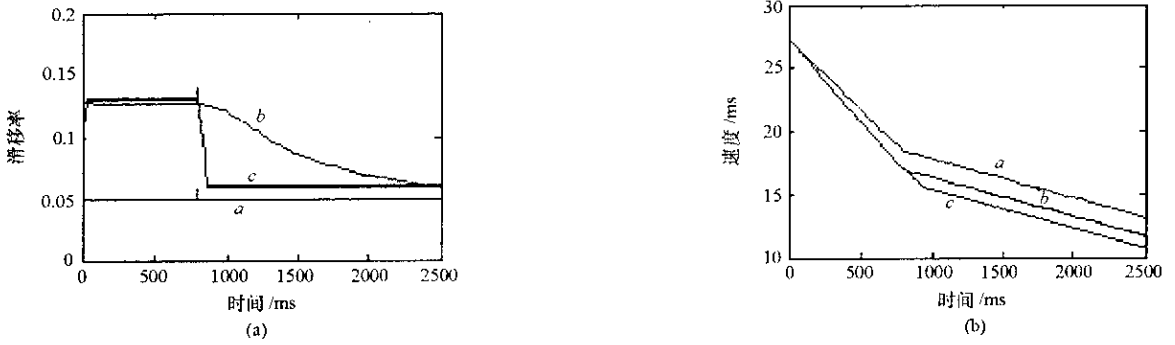


图2 跃变路面下的仿真结果

Fig.2 The simulation results of abrupt road surface

非线性数学模型；

(2) 推导了一阶系统的滑模控制器的控制规律,提出了削弱颤振的方法；

(3) 为了充分利用地面附着力,最大限度地发挥 ABS 的性能,提出了两种估计最佳滑移率的算法,并通过计算机仿真比较了它们的性能。固定滑移率的滑模控制器的控制目标是事先设定的,不能反映路面的真实情况,因而制动性能并不理想。参数控制器在单一路面时能跟踪路面的最佳滑移率,但在路面跃变时跟踪速度偏慢。基于  $\mu - \lambda$  形状的滑模控制器实时跟踪性能非常好,算法实现也容易,缺点是制动力矩不平稳,有抖振现象。

参考文献：

- [1] 周云山,于秀敏.汽车电控系统理论与设计[M].北京:北京理工大学出版社,1999.
- [2] 程军.汽车防抱死制动系统的理论与实践[M].北京:北京理工大学出版社,1998.
- [3] Lee T H, Xu J X, Wang M. A Model-based Adaptive Sliding Controller[J]. Int. J. of Systems Science, 1996, 27(1):129-140.
- [4] Lee H, Tomizuka M. Adaptive Traction Control[R]. Publication of PATH Project, ITS, UC Berkeley, UCB - ITS - PRR - 95 - 32, September 1995.
- [5] Kachroo P. Nonlinear Control Strategies and Vehicle Traction Control[D]. Ph.D. dissertation, UC Berkeley, November 1993.
- [6] Buckholtz K R. Reference Input Wheel Slip Tracking Using Sliding Mode Control[R]. SAE 2002 World Congress, 2002.
- [7] Slotine J J E, Li W. Applied Nonlinear Control[M]. Prentice-Hall Inc., 1990.
- [8] Burckhardt M. Fahrwerktechnik: Radschlupf - Regelsystem[M]. Würzburg: Vogel Verlag, 1993.
- [9] Kinche U, Dasis A. Estimation of Tyre Friction for Enhanced ABS-systems[A]. In Proc. Aveg Congress, Tokyo, 1994.



