

文章编号:1001-2486(2004)03-0024-05

## 共面编队飞行卫星星座的控制<sup>\*</sup>

文援兰<sup>1</sup>,宋以胜<sup>2</sup>,文景<sup>3</sup>(1. 国防科技大学航天与材料工程学院,湖南 长沙 410073; 2. 解放军理工大学工程兵工程学院,江苏 南京 210007;  
3. 株洲工学院,湖南 株洲 412008)

**摘要:**共面编队飞行的卫星星座的相对运动轨迹是一个椭圆,但卫星由于受摄动力的影响,其椭圆队形会发生变化。提出了一个简单而又节约燃料的队形保持控制方案,即在 Hill 轨道坐标系中,通过测量 x 轴和 z 轴,利用小推力喷气发动机进行控制,消除椭圆中心的相位漂移和各卫星轨道的不共面。

**关键词:**共面编队飞行;星座;轨道控制**中图分类号:**V412   **文献标识码:**A

## The Control of the Satellites Coplanar Formation Flying

WEN Yuan-lan<sup>1</sup>, SONG Yi-sheng<sup>2</sup>, WEN Jing<sup>3</sup>(1. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;  
2. PLA Univ. of Science and Technology, Nanjing 210007, China; 3. Zhuzhou Institute of Technology, Zhuzhou 412008, China)

**Abstract:** The figure of the relative kinematical track of the formation flying will change which is in an ellipse because of the disturbing force from which the satellites suffer. A simple way of control is developed that saves the fuel, that is, in Hill orbital coordinates, through the measurement of  $x$ -axis and  $z$ -axis, the control of the small jet engine will eliminate the phase excursion of the center of the ellipse and the non-coplanarity of the orbit of satellites.

**Key words:** satellites formation flying; constellations; orbital control

编队飞行的卫星星座是由若干卫星组成,并且以相同轨道周期构成一定队形、围绕中心卫星相对旋转的一组卫星<sup>[1]</sup>。一般来说,编队飞行星座可以设计成任意队形<sup>[2]</sup>,但是对空间飞行轨道来说,队形保持控制要消耗大量的燃料<sup>[3]</sup>,这些燃料甚至比卫星本身的质量大许多倍,所以在实际的航天任务中,许多队形很难实现,对于那些长寿命应用卫星更是无法做到<sup>[4]</sup>。而共面编队飞行星座中的每颗卫星的轨道倾角相等,各卫星在同一轨道面内飞行,所受的摄动影响几乎相同,轨道面进动几乎一样;近地点幅角与平近点角的摄动也基本相等,两星的相位差变化不大,各卫星保持了编队飞行队形的稳定性<sup>[1,4]</sup>,使星座队形控制难度大大降低,因此共面编队飞行星座成为一种应用较为广泛的星座。

### 1 共面编队飞行的运动方程

共面编队飞行星座中可由多颗卫星组成,为讨论方便,我们选取其中的两颗讨论,命名一颗为参考卫星,另一颗为环绕卫星。在图 1 中,设:  $o_c - xyz$  为参考卫星 Hill 轨道坐标系,  $o_c$  为参考卫星,  $y$  轴沿卫星径向;  $x$  轴在参考卫星面内,垂直于  $y$  轴,沿参考卫星的速度方向为正;  $z$  轴和  $x$ 、 $y$  轴构成右手坐标系。

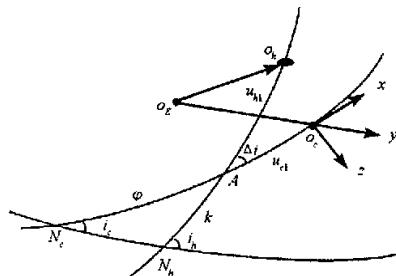
 $o_E$  为地心,  $N_c$  为参考卫星的升交点,  $N_h$  为环绕卫星

图 1 编队构形一般设计示意图  
Fig. 1 The general design of the satellites formation flying

\* 收稿日期:2003-10-30

作者简介:文援兰(1965—),男,博士,副研究员。

的升交点,  $A$  为环绕卫星相对参考卫星的升交点。参考卫星的地心位置矢量为  $\mathbf{R}_c$ , 环绕卫星的地心位置矢量为  $\mathbf{R}_h$ , 环绕卫星相对参考卫星的位置矢量为  $\mathbf{r}_h$ 。从  $N_c$  到  $A$  的角度为  $\varphi$ , 从  $N_h$  到  $A$  的角度为  $k$ ; 从  $A$  到  $o_c$  的角度为  $u_{c1}$ , 从  $A$  到  $o_h$  的角度为  $u_{h1}$ ; 从  $N_c$  到  $o_c$  的角度为  $u_c$ , 从  $N_h$  到  $o_h$  的角度为  $u_h$ 。

设参考卫星和环绕卫星的半长轴、偏心率、倾角、升交点赤经、近地点幅角、真近点角和平近点角分别为  $a_c, e_c, i_c, \Omega_c, \omega_c, f_c, M_c$  及  $a_h, e_h, i_h, \Omega_h, \omega_h, f_h, M_h$ 。要实现编队飞行, 必须有  $a_h = a_c = a$ 。

经过推导, 得环绕卫星在参考卫星轨道坐标系中的位置分量为<sup>[2]</sup>

$$x = a\Delta\lambda + 2ae_A \sin(\omega t + \theta) \quad (1)$$

$$y = -ae_A \cos(\omega t + \theta) \quad (2)$$

$$z = -a\Delta i \sin(\omega t + \omega_c - \varphi) \quad (3)$$

式中:

$$e_A = \sqrt{(e_h \cos\phi - e_c)^2 + (e_h \sin\phi)^2}, \quad \theta = \arctan(e_h \sin\phi) - \arctan(e_h \cos\phi - e_c)$$

$$\phi = (k - \varphi) - (\omega_h - \omega_c) + \Delta\lambda, \quad \lambda = \omega + M$$

$\lambda$  是卫星与升交点的幅角。

如果取共面编队飞行, 即  $i_c = i_h, \Delta i = 0$ , 由(1)、(2)、(3)式得出环绕卫星相对运动轨迹是一个半长轴为  $2ae_A$  的椭圆, 即编队构形为: 环绕卫星与参考卫星共面, 环绕卫星相对参考卫星运动是一个半长轴与半短轴之比为 2:1 的椭圆。由此可计算出环绕卫星的轨道参数为:  $a_h = a_c, e_h = e_c \pm r/(2a_c), i_h = i_c, \Omega_h = \Omega_c, \omega_h = \omega_c, M_h(0)M_c = (0) - (\omega_h - \omega_c) + (k - \varphi)$ 。其中,  $r$  为相对运动椭圆的半长轴。

## 2 共面编队飞行的队形变化

卫星共面编队飞行队形由于受大气阻力摄动、地球非球形摄动、光压摄动、潮汐摄动、相对论摄动和三体引力摄动等的影响而发生变化。图 2 列出了卫星轨道半长轴为 7072.799km、相对椭圆半长轴  $r$  为 10km 的环绕卫星与参考卫星在 6 天内队形的变化情况。其摄动影响的分析如下:

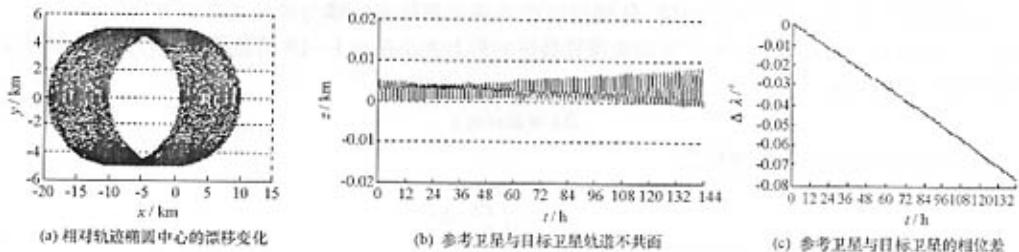


图 2 卫星共面编队飞行的队形变化

Fig.2 The change of coplanar satellites formation flying

从图 2(a)和(1)式可看出可见, 由于摄动的影响, 编队轨道的演变主要体现在环绕椭圆中心的漂移上, 6 天内环绕中心向参考卫星运动反方向漂移了 8.7km(漂移主要受  $J_2$  项的影响, 漂移的方向与倾角  $i$  的临界值( $1 - \frac{3}{2} \sin^2 i = 0$ )有关系, 当  $54.74^\circ < i < 125.26^\circ$  时, 椭圆中心向参考卫星运动反方向漂移; 当  $i < 54.74^\circ$  或  $i > 125.26^\circ$  时, 椭圆中心向参考卫星运动方向漂移), 而环绕椭圆的形状基本没有变化。

由(3)式可得到, 椭圆中心的漂移体现在环绕卫星与参考卫星的相位差  $\Delta\lambda$  越来越大。图 2(c)列出了 6 天中两卫星相位差, 所以需要对环绕卫星的升交点角距( $\lambda = \omega + M$ )进行控制来修正相位差。从图中可看出, 相位  $\Delta\lambda$  与时间成线性下降。

由于摄动的影响, 将造成环绕卫星与参考卫星轨道不共面, 图 2(b)列出了  $z$  轴的变化情况, 所以需要对两轨道面的共面性进行控制。

受大气阻力和光压摄动的影响,导致环绕卫星与参考卫星的半长轴产生细微差异,在本仿真计算中,6天的运行产生的半长轴差异为10.3m。因此,共面编队的保持显然要对半长轴进行控制。

### 3 共面编队队形变化自主轨道保持的控制量

#### 3.1 共面编队轨道保持的控制信号获取

共面编队轨道保持的控制,关键是如何通过测量获得所需的控制量。

对于参考卫星半长轴的变化量可以采用传统的定轨方法来确定(如星载GPS导航系统或地面测轨系统和基于相对测量对参考卫星定轨的子系统<sup>[5]</sup>),也可以由测定两卫星的周期来确定。

对于环绕椭圆中心的漂移量和z轴的变化量的确定,则利用相对测量信息。如图3所示,通过测量参考卫星对环绕卫星的相对位置矢量在o-xyz坐标系中的两个欧拉角和相对距离,可以确定参考卫星对环绕卫星的相对位置矢量在环绕卫星本体坐标系中的分量。再利用姿态确定系统的信息,确定环绕卫星本体坐标系与Hill坐标系的转换关系,从而可以获知参考卫星对环绕卫星的相对位置矢量在Hill坐标系o-xyz中的分量(x,y,z)。

由相对位置分量(x,y,z)序列,通过简单的数据处理可以获得环绕卫星与参考卫星的两个距离 $X^+$ ( $X^+ \geq 0$ )、 $X^-$ ( $X^- \leq 0$ ),其中, $X^+$ 为环绕卫星经过坐标系o-xyz的x轴正向时与参考卫星的距离, $|X^-|$ 为环绕卫星经过坐标系o-xyz的x轴负向时与参考卫星的距离;还可以获得z轴 $Z^+$ ( $Z^+ \geq 0$ )和最小值 $Z^-$ ( $Z^- \leq 0$ ),从而获得环绕卫星绕飞椭圆中心的漂移量:

$$\Delta x = (X^+ + X^-)/2 \quad (4)$$

#### 3.2 共面编队轨道保持的方案和控制算法

##### 3.2.1 利用小推力喷气发动机控制两星的相位差

小推力喷气发动机带有两个喷嘴,分别安装在环绕卫星朝向地球与背向地球的方向,也就是在y轴的正轴方向和负轴方向。小推力发动机需要提供的推力大小在0.1~1N的量级;由(1)式得环绕卫星平近点角的控制量为:

$$\Delta\lambda = \Delta x/a_h; \quad (5)$$

由小推力发动机施加的速度增量为:

$$\Delta v_y = - \frac{\sqrt{\frac{\mu_e}{a_h}} \cdot \Delta\lambda}{\left[ \frac{2(1-e_h^2)}{1+e_h \cdot \cos f_h} + e_h \cdot \cos f_h \cdot \frac{\sqrt{1-e_h^2}}{1+\sqrt{1-e_h^2}} \right]} \quad (6)$$

该速度增量应选在环绕卫星的真近点角 $f_h = 0^\circ$ 或 $f_h = 180^\circ$ 时施加,以避免对其它轨道根数的影响<sup>[3]</sup>。

由于相位差 $\Delta\lambda$ 与时间成线性下降关系(见图2(c)),每次控制量是累加的,也就是每6天控制一次,与每天控制一次累积的控制量和效果是一样的。为了避免频繁地控制,在本仿真计算中,采用每6天控制一次的方案。每天的漂移量为~1.467km,按(6)式计算的每6天的控制量为 $4.68 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,每月的控制量为 $23.38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

椭圆中心的漂移量与相对轨道椭圆半长轴是相关的。我们以同样的轨道高度,对不同的相对轨道椭圆半长轴进行了仿真计算,表1列出了相对轨道椭圆中心的漂移量、编队保持控制量与椭圆半长轴关系的仿真计算结果。图4为相对轨道椭圆中心保持每天所需的控制量与椭圆半长轴的关系图。

从表1和图4可看出,相对轨道椭圆中心的漂移量、队形保持控制量与椭圆半长轴成近似的线性关系。相对轨道椭圆半长轴越短,椭圆中心的漂移量就越小,其队形保持控制量也就越小。图5为相对轨道椭圆半长轴为1km的椭圆中心6天的漂移量,每天中心的漂移量为-0.14633km,按(6)式计算的控制

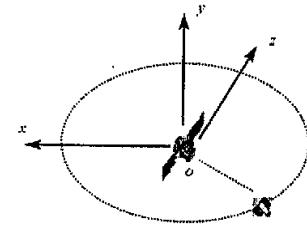


图3 椭圆中心漂移量的确定方法  
Fig.3 The determinations of the excursion of the center of the relative ellipse

量为  $0.077701 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 每月的控制量为  $2.331 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 控制量相对小得多, 所以采用相对轨道椭圆半长轴较小的方案, 控制量也要小。

表 1 相对轨道椭圆中心的漂移量、队形保持控制量与椭圆半长轴的关系

Tab. 1 Connection among excursion of the center of relative ellipse, the amount of control and the semi-major axis

相对轨道椭圆半长轴 $r/\text{km}$	椭圆中心每天的漂移量 $\Delta x/\text{km}$	椭圆中心保持每天的控制量 $\Delta V_x/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	椭圆中心保持每月的控制量 $\Delta V_x/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
1	-0.14633	0.077701	2.331398
4	-0.58650	0.311423	9.343685
6	-0.88183	0.468241	14.04822
8	-1.17617	0.624528	18.73649
10	-1.46742	0.779177	23.37532
20	-2.93858	1.560346	46.8021
40	-5.90608	3.136046	94.03149
60	-8.88299	4.716746	141.3774

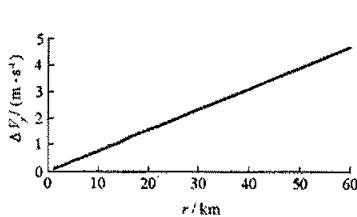


图 4 相对椭圆半长轴与椭圆中心保持每天所需的控制量的关系

Fig. 4 Connection between the semi-major axis of relative ellipse and the daily control amount for keep of the ellipse center

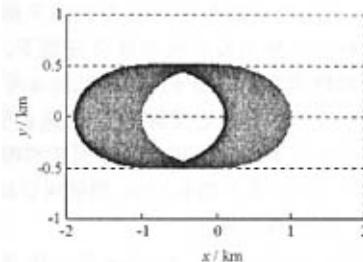


图 5 相对椭圆轨道半长轴为 1km 的椭圆中心 6 天的漂移量

Fig. 5 The excursion of the center in 6 days while the semi-major axis of the relative ellipse is 1km

### 3.2.2 两轨道面的共面控制

两轨道面不共面, 体现在升交点赤经  $\Omega$  和轨道倾角  $i$  不同, 按照传统的方法, 可以分别控制升交点赤经  $\Omega$  和轨道倾角  $i$ , 使它们保持相同, 从而使两轨道面共面。由(3)式可以得出  $z$  轴的变化值与  $\Delta i$  的关系。通过控制  $\Delta i$  就可以使两轨道面共面。由(3)式和  $z$  轴最大值  $Z^+$  与最小值  $Z^-$  得:

$$\Delta i = \frac{|Z^+| + |Z^-|}{2a} \quad (7)$$

控制方案为: 小推力喷气发动机在  $z$  轴的正轴方向和负轴方向还装有两个喷嘴。

小推力发动机施加的速度增量为:

$$\Delta v_z = \frac{\sqrt{\mu a (1 - e_h^2)}}{r_h \cos \lambda} \Delta i \quad (8)$$

方向为朝向参考卫星方向, 选择  $\lambda = 0^\circ$  或  $\lambda = 180^\circ$  的时刻, 以避免对其它轨道参数的影响<sup>[3]</sup>。

在本仿真计算中, 两星运行 6 天,  $Z^+ = 8.49 \text{ m}$ ,  $Z^- = -0.92 \text{ m}$ , 它们的值不是很大, 因此可以 6 天控制一次。按(8)式计算的控制量为  $0.010 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 一个月的控制量为  $0.050 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

### 3.2.3 半长轴差异的控制

#### 1. 利用可伸展气动板控制环绕卫星的半长轴

编队轨道的维持仅通过对环绕卫星的控制来实现。环绕卫星具有可伸展的气动板, 其气动板完全展开时对应的面积比大于参考卫星的面积比, 其气动板完全收缩时对应的面积比小于参考卫星的面积比; 环绕卫星的气动板伸缩造成的面积比改变应在参考卫星面积比的 10% 左右。

控制方案为: (1) 环绕卫星半长轴大于参考卫星半长轴, 则气动板完全展开; (2) 环绕卫星半长轴

小于参考卫星半长轴，则气动板完全收缩。控制周期为每天进行一次气动板的控制。

### 2. 利用小推力喷气发动机控制环绕卫星的半长轴

小推力喷气发动机在  $x$  轴的正轴方向和负轴方向还装有两个喷嘴。小推力发动机施加的速度增量为：

$$\Delta v_x = -\frac{\sqrt{\mu a(1-e_h^2)}}{2a_h^2(1+e_h \cos f_h)} \Delta a \quad (9)$$

$\Delta a$  为环绕卫星半长轴与参考卫星半长轴之差，当  $\Delta a > 0$  时， $\Delta v_x < 0$ ，即  $x$  轴的正轴方向的喷嘴喷气，反之亦然。选择  $f_h = 0^\circ$  或  $f_h = 180^\circ$  的时刻，以避免对其它轨道根数的影响。

在本仿真计算中，由于 6 天的运行产生的半长轴差异只有  $10.3\text{m}$ ，因此可以 6 天控制一次。按(9)式计算的控制量为  $0.00530\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，一个月的控制量为  $0.0265\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。上述综合控制方法还可以对编队形成过程中所产生的误差进行修正。

## 4 共面编队构形保持的仿真结果

以图 2 中的轨道半长轴和相对椭圆半长轴为参数的编队飞行为例，分析前面的控制算法保持编队队形的效果。在可伸展气动板与小推力发动机的联合控制下，30 天内编队飞行的相对运动轨迹演变如图 6 所示。从图 6 可得出：

(1) 30 天内椭圆中心漂移量很小，这表明利用小推力发动机能够很好地控制环绕卫星与参考卫星的相位差；

(2) 通过气动板的简易控制，能够保证编队飞行的基本条件(半长轴相等)得以满足。

对于相对椭圆半长轴为  $10\text{km}$  在一个月内控制所需总的速度增量为：椭圆中心保持  $23.38\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ；共面保持  $0.050\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ；轨道长半轴保持  $0.0265\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。每 6 天控制一次，一年所需的总燃料量约为  $8.84\text{kg}$ (发动机比冲为  $3200\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{kg}^{-1}$ )。但对相对轨道椭圆半长轴为  $1\text{km}$  的编队飞行，在一个月内椭圆中心保持所需速度增量为  $2.331\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，一年所消耗的总燃料量约为  $0.90\text{kg}$ 。显然相对椭圆半长轴越短，所需的控制燃料越少。

## 5 结论

(1) 在 Hill 轨道坐标系中，通过测量  $x$  轴和  $z$  轴以及各轨道半长轴的变化，利用小推力喷气发动机进行控制，可以较容易地消除椭圆中心的相位漂移和各卫星轨道的不共面以及半长轴的差异，每年所需的燃料不多，较容易实现。

(2) 相对椭圆中心漂移量与时间成近似的线性关系，也就是各阶段控制量的总和与一次总的控制量是相当的，这就不再需小推力喷气发动机频繁地点火，使控制更容易实现。

(3) 共面编队飞行的相对椭圆的形变与相对椭圆的半长轴有关，相对椭圆的半长轴越短，形变越小，所需的控制量也越小。

## 参 考 文 献：

- [1] 杨嘉耀. 航天器轨道动力学与控制(上、下册)[M]. 北京: 宇航出版社, 1995.
- [2] 林来兴. 微小卫星编队飞行组成虚拟卫星研究. 微小卫星编队飞行及应用论文集[C]. 北京: 国家高技术航天领域专家委员会微小卫星技术组, 2000.
- [3] 任萱. 人造地球卫星轨道力学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1988.
- [4] Bauer F, et al. Satellite Formation Flying Using an Innovation Autonomous Control System (AUTOCON) Environment [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, New Orleans, LA, August, 1997, 11-13: 3821.
- [5] How J, et al. Orion: A Low Cost Demonstration of Formation Flying in Space Using GPS [C]. AIAA/AAS Astrodynamics Special Conference, Boston, MA, August 1998, 210 (12): 4398.

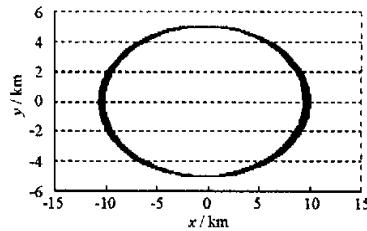


图 6 联合控制下共面编队 30 天内  
相对轨道的演变情况

Fig. 6 The change of coplanar satellites  
formation flying under the combined control

