

文章编号: 1001-2486(2004)03-0093-06

球齿轮行星传动结构型式与驱动机构分析*

潘存云, 温熙森

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要:介绍了一种由渐开线球齿轮传动组成的新型空间运动行星轮系及其驱动机构, 并对该机构进行了详细的结构分析和运动分析。新机构由系杆框架和一对球齿轮组成, 输出轴能实现全方位的空间摆动。设计了一种空间驱动机构, 用来实现系杆框架定点球面运动的姿态控制, 对驱动机构的可动性进行了分析, 建立了轮系输出轴的姿态角与控制电机之间的运动学模型, 实现了输出轴偏转角的精确控制。

关键词:机构学; 球齿轮机构; 行星传动; 运动分析

中图分类号:TH132.4 **文献标识码:**A

Planetary Transmission Type of Spherical Gear and Its Driving Mechanisms

PAN Cun-yun, WEN Xi-sen

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: One of the new kind of planetary transmission composed of the ring involute spherical gear and its driving mechanism is introduced, and the conformation of the new planetary transmission, and kinematic are also analyzed. The new planetary transmission is composed of two spherical gears and one bracket. The output axle can swing toward all directions. Synthesizing one of the spatial driving mechanisms which is used to control the orientation of the bracket. The movability of the driving mechanism is analysed. The kinematic model between the orientation angle of the output axle and the control motor has been found, based on which the orientation angle can be controlled accurately.

Key words: mechanism; spherical gear; planetary transmission; kinematic analysis

球齿轮具有两个传动自由度, 主要用于需要对输出轴的空间姿态进行精确控制的场合。由文献[1]可知, 当两个球齿轮的球心固定不动时, 主动球齿轮和从动球齿轮分别绕各自的球心作精确的定传动比球面运动, 而这种绕球心的定点运动可分解成绕两根正交轴线的转动, 如图 1 所示。按这种结构型式, 主动球齿轮的两根转动轴中只有一根是固定不动的, 另外一根则绕此轴线转动。若采用电机驱动, 这就意味着其中只有一个电机能安装在机座上, 而另外一个电机必须安装在活动十字框架上, 这无疑会增大整个机构的结构尺寸。另一方面, 受结构上的限制, 这种球齿轮机构输出轴的偏摆角度通常小于 45° , 这在一定程度上限制了球齿轮机构的应用范围。本文提出了一种球齿轮行星传动的结构型式, 驱动电机可以安装在机架上, 通过一组驱动机构实现对球齿轮机构的驱动。另外, 输出运动的球齿轮是在系杆框架一次偏转(指相对于球齿轮 1 球心的牵连运动)的基础上, 再作二次偏转(指绕球齿轮 2 球心的相对运动), 因而, 增大了输出轴的运动范围, 为扩大球齿轮机构的应用领域奠定了很好的基础。下面将对球齿轮行星轮系及其驱动机构进行详细的分析。

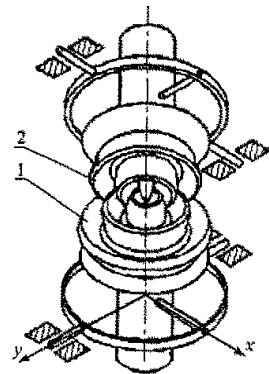


图 1 渐开线球齿轮机构
Fig. 1 Involute spherical gear

* 收稿日期: 2003-10-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59675063, 59275159)

作者简介: 潘存云(1955—), 男, 教授, 博士。

1 球齿轮行星传动结构型式和运动分析

如图 2(a)所示为球齿轮机构最常用的一种空间行星运动的结构形式,它由 5 个构件组成。其中球齿轮 1 为固定齿轮,球齿轮 2 为行星齿轮,推力环 H 为系杆,构件 3 和 4 分别为两个十字框架。每个十字框架各有两根呈正交布置的销轴,分别与球齿轮和系杆联接构成回转运动副。在推力环上固联有两个球铰 E 和 F ,分别与驱动机构相联接构成球面运动副。球铰 E 和 F 的中心与推力环中心 O_1 在同一个平面内,且推力环一端中心 O_1 始终与球齿轮 1 的球心重合,推力环另外一端中心 O_2 则始终与球齿轮 2 的球心重合。球齿轮机构中推力环是主动件,运动时中心 O_1 始终不动,即推力环作定点球面运动(图 2(b)),球铰中心 E 和 F 的空间位置由推拉式驱动机构来确定。根据空间三点能惟一确定一个平面的理论可知,只要对点 E 和 F 的空间位置进行控制,就能精确控制推力环的空间姿态。不难理解,系杆可以绕球齿轮 1 的中心点往 360° 任意方向作偏摆运动,其偏摆方向可用方位角 α 来描述。通过十字框架带动球齿轮 2 往相同的方位角 α 偏摆。这种运动效果实际上是系杆 H 和球齿轮 2 绕任意两根平行轴转动,其中系杆 H 绕轴 $N_1 N_1$ 旋转角度 θ ,而球齿轮 2 绕轴 $N_2 N_2$ 旋转角度 θ_2 。包含球齿轮 1 和 2 以及系杆三个构件轴线在内的平面就是运动平面。在运动平面内,球齿轮机构的运动等同于图 3 所示的平面行星轮系的运动。 α 可以求出,转角 θ 和 θ_2 之间有如下关系:

$$i_{21}^H = \frac{\theta_2 - \theta}{\theta_1 - \theta} = \frac{\theta_2 - \theta}{0 - \theta} = -\frac{r_1}{r_2} \quad (\theta_1 = 0) \quad (1)$$

得:

$$\theta_2 = (1 + \frac{r_1}{r_2})\theta \quad (2)$$

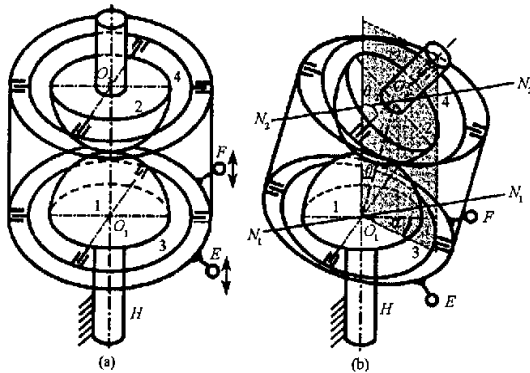


图 2 球齿轮的行星传动结构型式
Fig.2 Planetary transmission of spherical gear

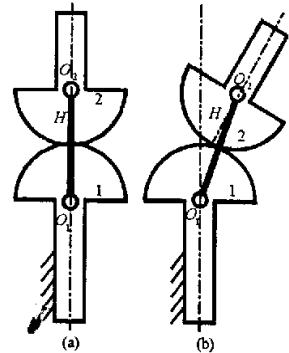


图 3 截面图
Fig.3 Section view

2 推拉式驱动机构的结构分析

由以上分析可知,球齿轮的空间姿态是通过控制推力环上 E 、 F 两点位置来实现的。由于推力环作球面运动,因此 E 、 F 的运动轨迹必然是一条分布在球面上的曲线,这就决定了驱动机构必须是一个空间运动机构。图 4 所示为本文设计的一种球齿轮传动驱动机构,该机构由驱动电机、谐波减速器、滚珠丝杠副、推拉杆、推力环(系杆)等部分组成。其中左、右丝杠螺母—左、右推拉杆—推力环等构件组成一个 2 自由度空间双滑块七杆机构。不难看出,该驱动机构实际上是由两组对称的空间摇杆滑块机构复合而成,它提供系杆 H 产生全方位偏转所需输入运动。以左边的一组机构为例进行分析,其传动原理如下:左边的驱动电机通过谐波传动减速后带动丝杠旋转,从而带动丝杠螺母(滑块)作直线移动,推拉杆的两端分别与滑块和推力环用球面运动副联接。当滑块移动时,通过推拉杆使推力环产生绕 X 轴和 Z 轴的旋转运动。同理,右边一组机构同样使推力环产生绕 X 轴和 Z 轴的旋转运动。由于 X 轴和 Z 轴相交于一点,因此,这两组机构所产生的旋转运动叠加之后,将使推力环产生以其轴线交点为中心的球

面运动。

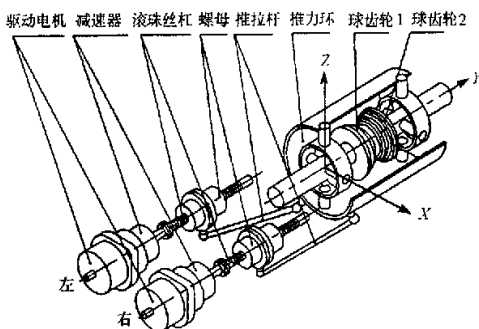


图4 球齿轮行星传动的驱动机构
Fig.4 Driving mechanism of planetary transmission

为了对该机构进行可动性分析,可将图4所示球齿轮驱动机构绘制成图5所示的机构运动简图形式。其中电机 D_1 ,电机 D_2 的旋转运动经谐波减速器减速后直接驱动两根丝杠 6、7 旋转,通过两个螺旋副转化为螺母的直线移动,并传递给两移动滑块 1、2,丝杠作为七杆推拉机构的原动件。

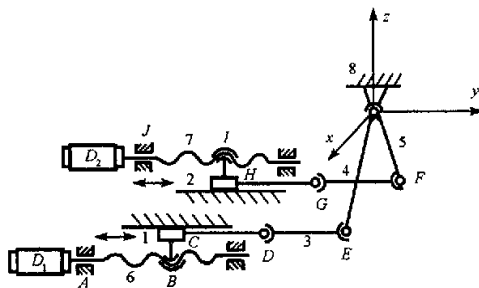


图5 驱动机构简图
Fig.5 Sketch of the driving mechanism

从运动简图5中可以看出,该机构由7个活动构件、4个球面副、2个移动副、2个转动副、2个螺旋副、1个球销副组成。于是该机构的理论自由度数为:

$$F = 6n - [5P_V + 4P_{IV} + 3P_{III}]$$

$$= 6 \times 7 - 5 \times 4 - 4 \times 3 - 3 \times 4 = -2 \quad (3)$$

按上述计算结果,该运动链似乎为超静定结构,不能运动。实际上该机构是可以运动的。仔细分析可以发现,该机构中构件3、4各存在一个局部自由度(构件3、4绕本身轴线的转动对整个机构的运动没有影响)。另外,转动副A和螺旋副B共有9个约束,但这两个运动副对丝杠轴存在一些重复的约束,如绕X和Z轴的旋转以及沿这些轴的移动约束,在这8个约束,其中只有4个起实际的约束作用,另外4个是作为虚约束而存在的。同理,运动副F、G也存在4个虚约束。还有,在螺旋副中,存在旋转运动和轴向移动两个自由度,但旋转角度 φ 和轴向位移 s 是彼此相关的,实际上只有一个独立的自由度。计算自由度时应将上述8个虚约束、2个局部自由度和2个非独立自由度去掉。于是整个机构的实际自由度应为:

$$F = 6n - [5P_V + 4P_{IV} + 3P_{III} - p'] - F' - F'' = 6 \times 7 - (5 \times 4 + 4 \times 3 + 3 \times 4 - 8) - 2 - 2 = 2 \quad (4)$$

该机构的原动件是由力矩电机经减速器减速后直接驱动的两根丝杠6、7,可见自由度数与原动件数目相等,因此它满足机构具有确定运动的条件。在实际应用中,上述机构中也可以采用液压油缸直接驱动的形式,此时滑块1、2分别为液压油缸的活塞杆,构件数目降为5个,共有4个球面副、2个移动副、1个球销副。去掉两个局部自由度,于是五杆机构的自由度数为:

$$F = 6n - [2P_V - P_{IV} - 4P_{III}] - F' = 6 \times 5 - [2 \times 5 + 1 \times 4 + 4 \times 3] - 2 = 2 \quad (5)$$

3 驱动机构的运动分析

3.1 驱动机构的运动学逆问题求解

在球齿轮机构的运动规划中,对于给定输出轴的偏摆角 θ_2 和方位角 α ,而要求解控制电机的运动参数时,称为运动学逆问题求解。由以上分析可知,球齿轮机构的位姿是由系杆框架 H 的偏摆角 θ 和方位角 α 来决定的,而 θ, α 则由驱动机构控制推力环上 B, D 两点的位置来实现,由式(2)可求出 θ 与 θ_2 之间的关系。如图 6(a)所示,在初始位置 $\theta = 0$,推力环坐标系 $oxyz$ 与固定坐标系 $o_0x_0y_0z_0$ 两者重合。在结构上,推力环上过 B, D 两点圆的半径为 r, B, D 所夹圆心角 2δ 为 60° ,推杆长度为 L 。故初始位置点的坐标分别为:

$$[B_0] = [r \sin \delta, 0, -r \cos \delta]^T, \quad [D_0] = [-r \sin \delta, 0, -r \cos \delta]^T \quad (6)$$

$$[A_0] = [r \sin \delta, -L, -r \cos \delta]^T, \quad [C_0] = [-r \sin \delta, -L, r \cos \delta]^T \quad (7)$$

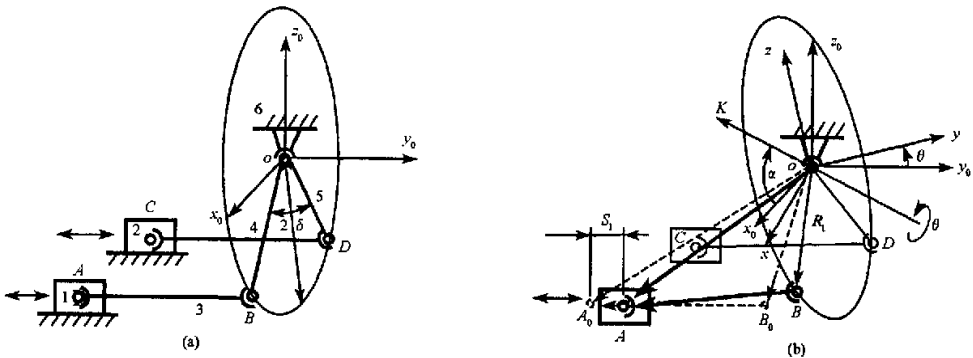


图 6 运动分析坐标系
Fig. 6 Coordinate system for kinematic analysis

当电机带动滚珠丝杠旋转时,将迫使螺母产生直线移动。由螺旋副运动分析可知,螺母的位移 S 与丝杠转角 φ 存在如下关系:

$$S = \frac{l}{2\pi} \varphi \quad (8)$$

其中, l 为滚珠丝杠的导程。

由文献[2]可知,推力环的运动可视为绕任意轴 K 的旋转运动。当推力环绕轴 K 转动 θ 角后,所得旋转变换矩阵为:

$$[C^\theta] = \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \theta & -\cos \alpha \cdot \sin \theta & \cos \alpha \sin \alpha (1 - \cos \theta) \\ \cos \alpha \cdot \sin \theta & \cos \theta & -\sin \alpha \cdot \sin \theta \\ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot (1 - \cos \theta) & \sin \alpha \cdot \sin \theta & \cos^2 \alpha \cdot (1 - \cos \theta) + \cos \theta \end{bmatrix} \quad (9)$$

如图 5(b)所示,旋转后 B, D 两点的坐标分别为:

$$[B] = [x_b, y_b, z_b]^T = [C^\theta][B_0]$$

$$= \begin{bmatrix} r \cdot \sin \delta [\sin^2 \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \theta] - r \cdot \cos \delta \cos \alpha \sin \alpha (1 - \cos \theta) \\ r \cdot \sin \delta \cos \alpha \sin \theta + r \cdot \cos \delta \sin \alpha \sin \theta \\ r \cdot \sin \delta \sin \alpha \cos \alpha (1 - \cos \theta) - r \cdot \cos \delta [\cos^2 \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \theta] \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$[D] = [x_d, y_d, z_d]^T = [C^\theta][D_0]$$

$$= \begin{bmatrix} -r \cdot \sin \delta [\sin^2 \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \theta] + r \cdot \cos \delta \cos \alpha \sin \alpha (1 - \cos \theta) \\ -r \cdot \sin \delta \cos \alpha \sin \theta + r \cdot \cos \delta \sin \alpha \sin \theta \\ -r \cdot \sin \delta \sin \alpha \cos \alpha (1 - \cos \theta) + r \cdot \cos \delta [\cos^2 \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \theta] \end{bmatrix} \quad (11)$$

由于构件 AB 和 CD 杆长固定不变,则 A 点应位于以 B 点为球心、以 L 为半径的球面与滑块 1 导路的交点处,同理, C 点应位于以 D 点为球心、以 L 为半径的球面与滑块 2 导路的交点处。于是 A 、 C 点的坐标分别为:

$$\begin{cases} (x - x_b)^2 + (y - y_b)^2 + (z - z_b)^2 = L^2 \\ x = r \cdot \sin \delta \\ z = -r \cdot \cos \delta \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} (x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + (z - z_d)^2 = L^2 \\ x = -r \cdot \sin \delta \\ z = -r \cdot \cos \delta \end{cases} \quad (13)$$

由式(12)求得 A 点的坐标为:

$$[A] = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \sin \delta \\ \sqrt{L^2 - (r \sin \delta - x_b)^2 - (r \cos \delta + z_b)^2} - y_b \\ -r \cdot \cos \delta \end{bmatrix} \quad (14)$$

由式(13)求得 C 点的坐标为:

$$[C] = \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r \cdot \sin \delta \\ \sqrt{L^2 - (r \sin \delta + x_d)^2 - (r \cos \delta + z_d)^2} - y_d \\ -r \cdot \cos \delta \end{bmatrix} \quad (15)$$

丝杠螺母 1、2 的位移分别为:

$$\begin{cases} S_1 = L - y_A = L + y_b - \sqrt{L^2 - (r \sin \delta - x_b)^2 - (r \cos \delta + z_b)^2} \\ \quad = L + r \cdot \sin \delta \cos \alpha \sin \theta + r \cdot \cos \delta \sin \alpha \sin \theta - \sqrt{\lambda_1} \\ S_2 = L - y_C = L + y_d - \sqrt{L^2 - (r \sin \delta + x_d)^2 - (r \cos \delta + z_d)^2} \\ \quad = -r \cdot \sin \delta \cos \alpha \sin \theta + r \cdot \cos \delta \sin \alpha \sin \theta - \sqrt{\lambda_2} \end{cases} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{cases} \lambda_1 = L^2 - r^2 \{ \sin \delta - \sin \delta [\sin^2 \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \theta] - \cos \delta \cos \alpha \sin \alpha (1 - \cos \theta) \}^2 \\ \quad - r^2 \{ \cos \delta - \sin \delta \sin \alpha \cos \alpha (1 - \cos \theta) - \cos \delta [\cos^2 \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \theta] \}^2 \\ \lambda_2 = L^2 - r^2 \{ \sin \delta - \sin \delta [\sin^2 \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \theta] + \cos \delta \cos \alpha \sin \alpha (1 - \cos \theta) \}^2 \\ \quad - r^2 \{ \cos \delta - \sin \delta \sin \alpha \cos \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \delta [\cos^2 \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \theta] \}^2 \end{cases} \quad (17)$$

由以上分析可知,当已知系杆框架的偏摆角 θ 和方位角 α 时,由式(9)至式(17)可以求得两丝杠螺母 1、2 的位移量 S_1 、 S_2 ,进而由式(8)和谐波减速器的传动比可求得两个驱动电机的转角:

$$\begin{cases} \phi_1 = i \cdot S_1 \cdot \frac{2\pi}{l} \\ \phi_2 = i \cdot S_2 \cdot \frac{2\pi}{l} \end{cases} \quad (18)$$

其中, i 为谐波减速器的传动比, l 为丝杠导程。

3.2 驱动机构的运动学正问题求解

给定控制电机的运动输出参数,要求解球齿轮 2 输出轴的偏摆角 θ_2 和方位角 α 时,称为运动学正问题求解。当已知控制电机的转角 ϕ_1 和 ϕ_2 时,由式(18)可求得丝杠螺母的位移 S_1 和 S_2 ,由此确定了 A 、 C 两点的位置。而 B 点则位于以 A 为球心, L 为半径的球面与以 O 为球心, r 为半径两个球面的交线上。同理, D 点位于以 C 为球心, L 为半径的球面与以 O 为球心, r 为半径两个球面的交线上。 S_1 、 S_2 与 θ 、 α 的关系仍由式(16)确定,由此可知,当已知 S_1 和 S_2 求参数 θ 、 α 时,相当于解以下二元非线性方程组:

$$\begin{cases} f_1(\theta, \alpha) = L - S_1 + r \cdot \sin \delta \cos \alpha \sin \theta - r \cdot \cos \delta \sin \alpha \sin \theta - \sqrt{\lambda_1} = 0 \\ f_2(\theta, \alpha) = L - S_2 - r \cdot \sin \delta \cos \alpha \sin \theta - r \cdot \cos \delta \sin \alpha \sin \theta - \sqrt{\lambda_2} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

显然,该方程组不能得到显示解析解。为此,可采用牛顿-拉斐森方法迭代求解。记 $\Gamma = (\theta, \alpha)$, 对 $f_i(\Gamma) (i=1,2)$, 在 Γ 的邻域作泰勒展开,略去二次和二次以上的项得:

$$f_i(\Gamma^{(0)} + \delta\Gamma^{(0)}) \approx f_i(\Gamma^{(0)}) + \frac{\partial f_i}{\partial \theta} \delta\theta^{(0)} + \frac{\partial f_i}{\partial \alpha} \delta\alpha^{(0)}$$

记 $A \equiv [a_{ij}]_{2 \times 2}$, $B \equiv (b_1, b_2)^T$, $a_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial \theta}$, $a_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial \alpha}$, $b_i = -f_i$ 。若 $\det A \neq 0$, 则得迭代公式:

$$\begin{cases} \theta^{new} = \theta^{old} + \delta\theta \\ \alpha^{new} = \alpha^{old} + \delta\alpha \end{cases} \quad (20)$$

其中, $[\delta\theta, \delta\alpha]^T \equiv \delta\Gamma$ 为线性代数方程组 $A \cdot \delta\Gamma = B$ 的解。

按照上述方法求得的解具有很高的精度。分析式(16)、(17)可知,若有 $\{\theta, \alpha\}$, $0 < \theta < 90^\circ$, $0 < \alpha < 90^\circ$, 对应一组 $\{S_1, S_2\}$, 则 $\{\theta, 180^\circ - \alpha\}$ 有对应的一组解 $\{S_1, S_2\}$, 因此只须求出 $0 < \alpha < 90^\circ$ 区间的 $\{S_1, S_2\}$ 值即可。在迭代次数最大为 20 的情况下,表 1 列出了部分数值解及求解误差,其中 θ, α 为理论值,而 θ', α' 分别为迭代计算值。

表 1 运动学正问题数值解
Tab. 1 Calculating result of kinematic

$\theta(^{\circ})$	$\alpha(^{\circ})$	$S_1(\text{cm})$	$S_2(\text{cm})$	$\theta'(^{\circ})$	$\alpha'(^{\circ})$	$(\theta' - \theta)/\theta$ (100%)	$(\alpha' - \alpha)/\alpha$ (100%)
10	0	0.694664	-0.694552	10.000220	0.000592	2.2×10^{-3}	-
10	30	0	-1.202857	9.999998	29.999999	-2×10^{-5}	-3×10^{-5}
10	60	-0.694552	-1.388901	9.999997	60.00052	-3×10^{-5}	8.8×10^{-4}
10	90	-1.202857	-1.202857	10.000146	90.00141	1.46×10^{-3}	1.6×10^{-3}
20	10	0.936346	-1.756921	20.000001	10.00000	5×10^{-6}	1×10^{-5}
20	20	0.475264	-2.093394	19.999875	20.00031	6.13×10^{-4}	1.58×10^{-3}
20	40	-0.474994	-2.567197	20.000005	39.99993	2.5×10^{-5}	-1.7×10^{-4}
20	80	-2.093393	-2.567198	20.000048	80.00032	2.4×10^{-4}	4.05×10^{-4}
40	25	0.448693	-4.167083	40.000017	24.99993	4.25×10^{-5}	-2.7×10^{-4}
40	45	-1.326412	-4.904151	40.000000	44.99998	0	-2.8×10^{-5}
40	75	-3.602451	-4.904151	39.999979	74.99993	-5.3×10^{-5}	-9.1×10^{-5}

4 结束语

与传统齿轮一样,球齿轮也可以组成轮系机构,本文提出的球齿轮行星传动的结构型式,只是其中一种最基本的结构形式。在实际应用时,还可以此为基础,将多对球齿轮串联起来,形成运动范围更大的空间轮系机构,如机器人柔性手腕机构。采用电机驱动的推拉式球齿轮驱动机构时,由于传动环节中采用了大减速比的谐波传动,因此,其运动是不可逆的,这意味着不能通过手把手示教方式来编制球齿轮运动控制程序。当需要采用示教再现方式编程时,可以采用液压油缸直接驱动的形式,此时驱动机构的构件数目由七个减少为五个,结构也更简单。

参考文献:

- [1] 潘存云. 球齿轮传动原理探讨[A]. 机械科技的未来——青年科学家论坛,北京:机械工业出版社,1994.
- [2] Li Guixian, Li Huamin, Bi Zhuming. Mechning Analysis on the Quasi-ellipsoidal Gear Transmission with inner Toroidal Teeth in the Flexible Joint of Robot[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1992, 5.
- [3] 张启先. 空间机构的分析与综合[M]. 北京:机械工业出版社,1984.
- [4] Zhang Kun, Feng Liqun. The Research of the Design of Spherical Gear Transmission Used in Flexible Wrist of Robots[J]. Journal of Tsinghua University, 1994, 34(2).

