

一种统一的拓扑关系判断模型*

钟志农,唐征武,张帆,景宁

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘要 拓扑关系是地理信息系统领域中一种非常重要的空间关系。当前已经提出了多种模型来对空间对象间的拓扑关系进行判断,但是这些模型都不能判断那些由点、线、多边形任意组合而成的异构几何集合对象间的拓扑关系。针对当前拓扑关系研究的不足,引入了混合几何的概念和正规化准则,基于此空间对象模型和维扩展 9 交集模型,提出了一个拓扑关系判断模型—集成型维扩展 9 交集模型(IDE-9IM),它不但能够判断单一点、线、面以及同构几何集合对象间的拓扑关系,而且还能从复杂空间对象的总体和局部两个方面对异构几何集合对象间的拓扑关系进行判断,可以作为一个判断任意几何对象间拓扑关系的统一模型。

关键词 地理信息系统;拓扑关系;复杂空间对象;集成型维扩展 9 交集模型

中图分类号 TP18 **文献标识码** A

A Unified Model of Distinguishing Topological Relationships

ZHONG Zhi-nong, TANG Zheng-wu, ZHANG Fan, JING Ning

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract Topological relationship is a very important spatial relationship in geographical information systems (GIS). During the past decades, many models that distinguish topological relationships have been proposed. But these models cannot distinguish the topological relationships between heterogeneous geometrycollection objects, which are composed of different dimensional geometries. We introduce the formal definition of mixed geometry and regularization rules. Base on the spatial model and Dimensionally Extended Nine-Intersection Model (DE-9IM), we propose a topological relationship model—Integrated Dimensionally Extended Nine-Intersection Model (IDE-9IM). The model can distinguish not only the topological relationships between single points, lines, areas, and/or homogeneous geometrycollection objects, but also the topological relationships between heterogeneous geometrycollection objects by considering the whole objects and the components of the complex objects. So IDE-9IM can be taken as a unified model of distinguishing topological relationships between arbitrary spatial objects.

Key words geographic information system; topological relationship; complex spatial objects; integrated dimensionally extended nine-intersection model (IDE-9IM)

在地理信息系统(geographic information system, GIS)中,拓扑关系是一种重要的空间关系,它主要是指那些在拓扑变换(如平移、旋转、缩放)中保持不变的性质,用于描述空间对象间是否相邻、包含、重叠,被广泛应用于空间分析和空间推理。由于空间对象的复杂性,因此研究一个能够判断任意空间对象间拓扑关系的统一模型有着非常重要的意义。

1 研究现状

在 GIS 中空间对象的空间属性是用几何对象来描述,因此空间对象间的拓扑关系是由它们的几何对象之间的拓扑关系来决定。由于拓扑关系的重要性,近年来对二维空间中的空间对象之间的拓扑关系进行了大量的研究,主要包括确定性拓扑关系和非确定性拓扑关系^[1]。在 GIS 中应用最广泛的是确定性拓扑关系,本文也只考虑确定性拓扑关系。

当前在 GIS 中,拓扑关系的判断主要基于 Egenhofer 等提出的 n -交集模型,包括 4 交集模型(four-

* 收稿日期:2004-06-30

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划基金资助项目(2002AA-13-01-01)

作者简介:钟志农(1975—),男,博士生。

intersection model AIM }^{2~4}] 9 交集模型(nine-intersection model , 9IM }⁶]及其一些扩展 ,如维扩展模型(dimension extended method , DEM }⁵] 维扩展的 9 交集模型(dimensionally extended nine-intersection model , DE-9IM }^{4,7}]等。n - 交集模型主要以较底层的方式 ,通过分别计算两个几何对象内部、外部和边界的交集是否为空(9 交集模型) ,或计算求交运算后所产生的对象的维度(维扩展的 9 交集模型)来判断空间对象间的拓扑关系。维扩展的 9 交集模型可以用以下 3 × 3 的矩阵表示 :

$$M = \begin{pmatrix} \text{dim}(I(a) \cap I(b)) & \text{dim}(I(a) \cap B(b)) & \text{dim}(I(a) \cap E(b)) \\ \text{dim}(B(a) \cap I(b)) & \text{dim}(B(a) \cap B(b)) & \text{dim}(B(a) \cap E(b)) \\ \text{dim}(E(a) \cap I(b)) & \text{dim}(E(a) \cap B(b)) & \text{dim}(E(a) \cap E(b)) \end{pmatrix}$$

上述 n - 交集模型最初主要是用来判断简单几何对象(如简单面和简单线)之间的拓扑关系。但现实世界中的空间对象是非常复杂的 ,仅仅使用简单几何对象不能完全模拟现实世界 ,同样仅仅能够判断简单几何对象之间的拓扑关系也不能满足 GIS 的需求。因此研究一个能够判断任意几何对象包括简单和复杂几何对象之间拓扑关系的统一模型是十分必要的。许多学者在这个方面进行了大量的工作。如 Max J. Egenhofer^[8]等扩展了 4 交集模型 ,使其能够判断带洞多边形之间的拓扑关系 ;Viet Hai Nguyen 等^[9]通过扩展 4 交集模型 ,使其能够判断由任意多个二维区域(可能带洞)组成的复杂区域之间的拓扑关系。另外最重要的进展是 OGCC(Open GIS Consortium)制定的业界标准——OpenGIS SQL 实现规范(OpenGIS Simple Features Specification for SQL }⁷] ,它定义了 8 个拓扑关系算子 :{ disjoint , touches , within , crosses , overlaps , contains , equal , intersects } ,可用来描述简单点、线、面 ;复杂点、线、面以及多点、多线、多面等几何对象间的拓扑关系 ,并定义了这 8 个拓扑关系与维扩展 9 交集模型的对应关系。因此维扩展的 9 交集模型是当前所有 n - 交集模型中拓扑关系判断能力最强的一种模型^[4] ,它可以判断点/点、点/线、点/面、线/线、线/面和面/面以及多点、多线、多面之间的拓扑关系^[7]。

在模拟现实世界的几何对象中 ,还存在这样一种复杂的几何对象 ,它是由点、线、多边形等不同维几何对象组合而成的异构几何集合对象。如一个学校 ,它可能由邮局(点对象)、道路(线对象)和教学区、生活区(面对象)组成。因此一个完备的拓扑关系判断模型也应能够判断此类对象之间的拓扑关系。但目前 GIS 中的拓扑关系判断模型还不能区分此类几何对象之间的拓扑关系。如图 1 所示 :

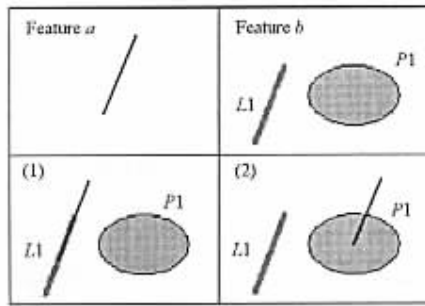


图 1 一个使用维扩展 9 交集模型不能判断拓扑关系的例子

Fig.1 An example that topological relationship can be distinguished by 9IM

a 是一个线对象 , b 是一个由一条线(L1)和一个面(P1)组成的异构几何集合对象 ,根据 OpenGIS SQL 规范^[7] (1)中“ a overlaps L1 ”且“ a disjoint P1 ” (2)中“ a crosses P1 ”且“ a disjoint L1 ” ,因此 (1)和 (2)是 a 和 b 之间两种不同的拓扑关系。但根据维扩展的 9 交集模型矩阵 (1)和 (2)的计算结果相同 ,都为

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

由此可见 ,维扩展 9 交集模型不能够判断异构几何集合对象间的拓扑关系 ,因此不能作为判断任意几何对象间拓扑关系的统一模型。

由 OpenGIS 规范的几何对象分类^[10]可以看到,当前的拓扑关系判断模型(维扩展 9 交集模型)除异构几何集合对象外,其它几何对象间的拓扑关系都能进行判断,因此建立一个统一的拓扑关系判断模型要研究的重点是要能够对异构几何集合对象间的拓扑关系进行判断。

2 几何对象模型

GIS 中一般采用几何对象来描述空间实体的空间信息。由于空间实体的复杂性,GIS 中的几何对象主要分为两大类:简单几何对象和复杂几何对象。简单几何对象包括简单点、简单线和简单面^[7]。复杂几何对象又可以分为三类:Ⅰ类:单一的非简单几何对象;Ⅱ类:由同维几何对象构成的组合几何对象,又称为同构几何集合对象(homogeneous geometry collection object);Ⅲ类:由不同维的几何对象构成的组合几何对象,又称为异构几何集合对象(heterogeneous geometry collection object)。

目前拓扑关系判断模型还不能对第三类复杂几何对象之间的拓扑关系进行判断和描述。本文提出混合几何对象(Mixed Geometry)的概念,作为判断第三类复杂几何对象拓扑关系的基础。约定: P 表示 0 维几何对象(简单点或Ⅱ类复杂点); L 表示一维几何对象(简单线或Ⅰ类、Ⅱ类复杂线); A 表示 2 维几何对象(简单面或Ⅰ类、Ⅱ类复杂面)。

定义 1 混合几何是由不同维的几何元素组成的异构几何集合对象。它具有以下性质:

- (1) 混合几何对象的任何两个子元素的内部不相交;
- (2) 一个子元素的内部不能与另一个子元素的边界相交;
- (3) 任何两个子元素的边界只能在有限个点上重叠;
- (4) 混合几何的边界由其子元素的边界组成,它的内部由此混合几何去掉边界后的点组成。

根据混合几何对象的定义,混合几何对象 O 可以表述为: $O \subset \{P, L, A\}$,即 O 由 P (一个点或一个多点对象)、 L (一条简单线、复杂线或一个多线对象)或 A (一个简单面、复杂面或一个多面对象)组成, P, L, A 分别代表对象 O 的点、线、面部分,并且 P, L, A 不相交或只在有限个点上重叠。当混合几何对象的子元素是同维对象时,混合几何对象则转换为多点、多线或多面对象。

3 规则化准则

现实世界中属于第Ⅲ类复杂几何对象的空间实体,它的各空间子对象可能出现互相交叠。如一个城市包括区(面)、道路(线)、建筑(点),这些几何对象是互相交叠的。在判断此类空间实体之间的拓扑关系之前,首先必须把复杂几何对象规则化为混合几何对象,以明确获得此对象的内部、边界、外部和各组成部分(点、线或面部分)。

由于第Ⅲ类复杂几何对象是由点、线、面组成,因此它的规则化也是由这些元素之间的规则化组成。这些元素之间的规则化可以分为五类,即点线之间的规则化、点面之间的规则化、线线之间的规则化、线面之间的规则化和面面之间的规则化。

3.1 点线、点面元素之间的规则化

对于一个异构几何集合对象,如果它的点元素与一个线元素或面元素交叠,则此点必然在线元素或面元素的边界上或内部。点线、点面元素的规则化如下:

- (1) 如果点元素在线元素的边界上,或在线元素的内部,则规则化后,点将合并到线元素中;
- (2) 如果点元素在面元素的边界上,或在面元素的内部,则规则化后,点将合并到面元素中。

3.2 线线元素之间的规则化

线线元素中存在四种交叠方式:①两条线只在它们的边界上相交;②一条线的边界与另一条线的内部相交;③两条线的边界和内部都互相交叠;④两条线只有内部发生交叠。

(1) 如果线元素只在边界点上相交,当此边界点是奇数条线的边界的点时,则此点是规则化后线的边界点,否则是其内部点(“ $\bmod 2$ ”准则)^[7]。

(2) 对于交叠方式②、③、④,规则化后,线元素将被连接在一起生成一条新的线(可能是复杂线),

交叠点将成为新的规则化线的内部点。

线元素之间的规则化是同维几何元素之间的规则化,它的结果符合 OpenGIS 规范中线和多线的定义,因此,线元素之间的规则化准则也可以作为那些由线组成的同构几何集合对象的规则化准则。

3.3 线面元素之间的规则化

(1) 如果线元素和面元素只在它们的边界上发生交叠,则它们不需要规则化,因为它们符合混合几何的定义。

(2) 如果线元素和面元素不只在边界上发生交叠,则规则化时,交叠的部分将融合到面元素中,线元素剩余的部分将成为一条新的线或一个多线对象。

3.4 面元素之间的规则化

(1) 如果面元素之间只在有限个点上发生交叠,则它们不需要规则化,因为它们满足混合几何的定义。

(2) 如果面元素之间不只在有限个点上发生交叠,则规则化时,它们将被融合在一起形成一个新的面对象。

与线元素之间的规则化准则相似,面元素之间的规则化结果符合 OpenGIS 规范中面和多面对象的定义。因此这个准则也可以作为那些由面元素组成的同构几何集合对象的规则化准则。

4 集成型维扩展 9 交集模型(IDE-9IM)

维扩展 9 交集模型^[7]是当前 GIS 中应用最广泛、判断能力最强的判断空间对象拓扑关系的模型,但它不能判断异构几何集合对象间的拓扑关系。造成这种结果的原因是维扩展 9 交集模型只从总体上通过计算整个对象的内部、边界和外部之间相交的结果来判断拓扑关系,忽略了几何对象中子元素对象间相交的细节,并且 $\dim()$ 算子仅仅返回相交结果的最大维数。因此,维扩展 9 交集模型不适合用于判断由异构几何集合对象构成的复杂几何对象间的拓扑关系。

4.1 基于成员关系的维扩展 9 交集模型(DE-9IMBC)

针对维扩展 9 交集模型的以上不足,我们通过扩展维扩展 9 交集模型,提出了基于成员关系的维扩展 9 交集模型,用于描述混合几何对象中子元素对象之间的拓扑关系细节。它的主要思想是通过计算混合几何集合对象中各组成部分(点部分、线部分、面部分)之间的拓扑关系来判断它们之间拓扑关系的细节。对于 $a, b \in \{P, L, A\}$ DE-9IMBC 模型可以用下面 9×9 的矩阵表示:

$$M = \begin{pmatrix} M_{aa} & M_{al} & M_{ap} \\ M_{la} & M_{ll} & M_{lp} \\ M_{pa} & M_{pl} & M_{pp} \end{pmatrix}$$

$$M_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \dim(K(a_\alpha) \cap K(b_\beta)) & \dim(K(a_\alpha) \cap B(b_\beta)) & \dim(K(a_\alpha) \cap E(b_\beta)) \\ \dim(B(a_\alpha) \cap K(b_\beta)) & \dim(B(a_\alpha) \cap B(b_\beta)) & \dim(B(a_\alpha) \cap E(b_\beta)) \\ \dim(E(a_\alpha) \cap K(b_\beta)) & \dim(E(a_\alpha) \cap B(b_\beta)) & \dim(E(a_\alpha) \cap E(b_\beta)) \end{pmatrix}, \alpha, \beta \in \{p, l, a\}$$

式中, a, b 是两个混合几何对象, a_p, a_l, a_a 分别表示 a 的点部分、线部分和面部分。 M 是计算 a 和 b 之间拓扑关系的 DE-9IMBC 矩阵。 M 由 9 个 $M_{\alpha\beta}$ 分块矩阵组成,这些分块矩阵都是维扩展 9 交集模型矩阵,它们分别用于计算 a 和 b 中点部分、线部分和面部分之间的拓扑关系。

对于图 1 中(1)和(2)两种情况,使用 DE-9IMBC 模型矩阵可以很容易地计算出 $M_{(1)ll} \neq M_{(2)ll}$, $M_{(1)la} \neq M_{(2)la}$, 即 $M_{(1)} \neq M_{(2)}$ 。因此,使用 DE-9IMBC 模型可以区分图 1 中两种不同的拓扑关系。

DE-9IMBC 矩阵是由 9 个分块矩阵构成,如果 a 或 b 对象的 P, L 或 A 部分是空集,即 $a_\alpha = \Phi$ 或 $b_\beta = \Phi$, 亦即此对象不包含点元素、线元素或面元素时,则在实际计算时相应的分块矩阵不需计算,都用“ $M_{\alpha\beta} = -$ ”表示。

在使用 DE-9IMBC 模型判断两几何对象之间的拓扑关系时,如果其中的几何对象是几何集合对象,

则我们首先必须根据第3节中的规则化准则,对其进行规则化,然后再计算 DE-9IMBC 矩阵 M 。如果其中的对象都是单一点、线、面或同构几何集合对象,则 DE-9IMBC 模型就转化为维扩展 9 交集模型。

4.2 集成型维扩展 9 交集模型(IDE-9IM)

DE-9IMBC 模型可以描述混合几何对象中各组成部分间的拓扑关系细节,但使用它还不能完整地判断混合几何对象间的拓扑关系。

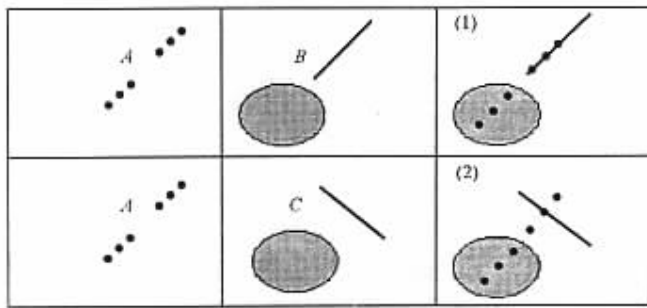


图 2 一个拓扑关系不同但 DE-9IMBC 模型值相同的例子

Fig.2 An example that topological relationship can be distinguished by DE-9IMBC

如图 2 所示, A 是一个多点对象, B 和 C 都是一个由一条线和一个面构成的混合几何对象。(1)和(2)分别表示 AB , AC 之间的一种拓扑关系。(1)和(2)所描述的拓扑关系是不同的,但对于 DE-9IMBC 模型,它们的取值都为:

$$M_{aa} = M_{al} = M_{ap} = M_{la} = M_{ll} = M_{lp} = M_{pp} = -$$

$$M_{pa} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad M_{pl} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

造成这种结果的原因是 DE-9IMBC 模型只描述了混合几何对象中各组成部分之间的拓扑关系,即只强调了对象之间各局部的拓扑关系。但即使各局部的拓扑关系相同,它们的不同组合仍可能产生整体上对象之间的不同拓扑关系。因此,单独从总体或局部都不能很好地判断混合几何对象间的拓扑关系。为此我们基于 DE-9IM 模型和 DE-9IMBC 模型,提出了集成型维扩展 9 交集模型(Integrated DE-9IM, IDE-9IM),它是由 DE-9IM 模型和 DE-9IMBC 模型共同组成,可以使用以下矩阵集合表示:

$$M = \{M_1, M_2\}$$

其中, M_1 代表 DE-9IM 模型矩阵, M_2 代表 DE-9IMBC 矩阵。对图 2,通过计算可以看到(1)和(2)的 DE-9IM 模型矩阵的值不相等,即 $M_{(1)} \neq M_{(2)}$,而(1)和(2)的 DE-9IMBC 模型矩阵值相等。因此,根据 IDE-9IM 模型, $M_{(1)} \neq M_{(2)}$,可以区分这两种不同的拓扑关系。同样使用 IDE-9IM 模型也可以区分图 1 中的两种不同的拓扑关系。因此,IDE-9IM 模型能较好地判断混合几何对象之间的拓扑关系。

在使用 IDE-9IM 模型判断异构几何集合对象间的拓扑关系时,我们首先必须根据第 3 节中的规则化准则,对异构几何集合对象进行规则化(如果其子元素之间发生交叠),然后再分别计算 IDE-9IM 模型中的 DE-9IM 矩阵 M_1 和 DE-9IMBC 矩阵 M_2 来对其拓扑关系进行判断。当判断的对象都是单一点、线、面对象或多点、多线、多面等同构几何集合对象时,集成型维扩展 9 交集模型就转换为维扩展 9 交集模型。因此,集成型维扩展 9 交集模型可以判断任意几何对象间的拓扑关系,是一个统一的拓扑关系判断模型。

5 结束语

在 GIS 中建立一个统一的拓扑关系判断模型有着十分重要的意义。当前的拓扑关系判断模型还不完善,即不能判断那些由点、线、面组成的异构几何集合对象之间的拓扑关系。本文针对当前拓扑关系研究的不足,引入了混合几何的概念和正规化准则,基于此空间对象模型和维扩展 9 交集模型,提出了一个拓扑关系判断模型—集成型维扩展 9 交集模型(IDE-9IM)。它不但能够判断单一的点、线、面以及同构几何集合对象间的拓扑关系,而且还能对异构几何集合对象间的拓扑关系进行判断。因此,集成型维扩展 9 交集模型可以作为一个判断任意几何对象间拓扑关系的统一模型。

集成型维扩展 9 交集模型是由 10 个维扩展 9 交集矩阵组成,因此它在具有通用性的同时,也具有计算量大的特点。在下一步工作中,我们将着重研究集成型维扩展 9 交集模型的优化算法,减少计算量,使其能高效地应用于空间查询与空间分析中。

参考文献:

- [1] 虞强源,刘大有,谢琦.空间区域拓扑关系分析方法综述[J].软件学报,2003,14(4):777-782.
- [2] Egenhofer M J. A Formal Definition of Binary Topological Relationships[J]. Lecture Notes in Computer Science, 1989, 367:457-472.
- [3] Egenhofer M J, Franzosa R D. Point-set Topological Spatial Relations[J]. International Journal for Geographical Information Systems, 1991(2): 161-174.
- [4] Clementini E, Felice P D. A Comparison of Methods for Representing Topological Relationships[J]. Information Science, 1994, 80:1-34.
- [5] Clementini E, Felice P D, Van Oosterom P. A Small Set of Formal Topological Relationships Suitable for End-user Interaction[C]. In D. Abel and B. C. Ooi(Ed), Advances in Spatial Databases-third International Symposium, SSD '93, LNCS 692, Springer-Verlag, Singapore, 1993:277-295.
- [6] Egenhofer M J, Herring J R. Categorizing Binary Topological Relations between Regions, Curves and Points in Geographic Databases[R]. Department of Surveying Engineering, University of Maine, Technical Report, 1991.
- [7] Open GIS Consortium Inc. OpenGIS Simple Features Specification for SQL[S]. Revision 1.1. May 5, 1999, [Http://www.opengis.org](http://www.opengis.org).
- [8] Egenhofer M J, Clementini E, Felice P D. Topological Relations Between Regions with Holes[J]. International Journal of Geographical Information Systems, 1994, 8(2):129-144.
- [9] Nguyen V H, Parent C, Spaccapietra S. Complex Regions in Topological Queries[C]. International Conference COSIT '97, Laurel Highlands, Pennsylvania, USA, 1997.
- [10] Open GIS Consortium Inc. The OpenGIS Abstract Specification Topic 1: Feature Geometry(ISO 19107 Spatial Schema) Version 5[S]. <http://www.opengis.org>.

