

基于模态分析的挠性接头角刚度测量研究*

吴冬良,戴一帆,郑子文

(国防科技大学机电工程与自动化学院,湖南长沙 410073)

摘要 挠性接头是动力调谐陀螺的关键元件,刚度是其重要指标。针对挠性接头角刚度的测量,提出了一种基于模态分析的动态角刚度测量方法。该方法采用阶跃激励,利用高精度传感器和数据采集卡测量挠性接头的振动并采集数据,然后对采集数据进行数字滤波、FFT 变换和频谱细化,计算出挠性接头的动态角刚度,同时相应地求出了角阻尼比系数。该方法解决了长期以来采用静态测试法测量挠性接头角刚度所带来的问题,具有测量精度高、操作方便、测试效率高、重复性好等特点。

关键词 动力调谐陀螺,角刚度,挠性接头,模态分析

中图分类号:TH132.3 文献标识码:A

Research Based on Modal Analysis to Dynamical Angular Rigidity of the Flexible Joint

WU Dong-liang, DAI Yi-fan, ZHEN Zi-wen

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract The flexible joint is the key component of dynamically tuned gyro (DTG), and its rigidity is a very important parameter. A dynamical angular rigidity measuring method is given based on modal analysis. It excites the flexible joint with step excitation, and measures the vibration with laser sensor and acquires the vibration data with the data acquisition card, then has the digital filter, fast fourier transform (FFT) and spectrum zoom, calculates the dynamical angular rigidity of the flexible joint; simultaneously the dampness ratio coefficient is obtained. The method solves the problems which brings about static rigidity test of the flexible joint, and has the characteristics of high precision, convenient operation, high efficiency and good repeatability.

Key words DTG, angular rigidity, flexible joint, modal analysis

挠性接头是动力调谐陀螺的关键元件,正常工作时必须实现动力调谐。它既作为弹性元件,又作为动力调谐补偿元件,其性能好坏直接关系到动力调谐陀螺的精度、寿命、稳定性及可靠性。作为补偿力矩关键因素的刚度指标是挠性接头一项重要的技术指标^[1,2],传统的静态测试法根据虎克定律确定出角刚度系数,其求得的角刚度系数为静态角刚度系数,测试误差大,且无法确定角阻尼系数和角刚度交叉系数^[3],而实际中所使用的角刚度系数为动态角刚度系数,因此采用静态角刚度系数进行力矩补偿时,不容易进行精确补偿。针对这种情况,对现有的测试方法进行了系统的研究和相应的改进,提出了采用阶跃激励,利用 FFT 变换提取响应信号的频谱,从频域内辨识挠性接头各项参数的方法。

1 测量原理与测量方法

1.1 测量方法

测量挠性接头动态角刚度一般采用扫频法或者冲击法,因为这两种方法均属于全频谱激励法,即激励包含全部频谱信息。在本实验中,采用阶跃激励,由傅立叶变换知其包含的频谱同样很丰富,只是幅值随着频率的升高逐渐衰减,因此采用阶跃激励同样可以激励出挠性接头全部的频谱,且设备简单、操作方便。同时,我们感兴趣的频率一般为工件的第一、二阶谐振频率,因此采用阶跃激励能够满足测量要求。通过测量挠性接头在阶跃激励下的振动特性获得其动态角刚度。使用的方法是对挠性接头进行

* 收稿日期:2004-04-30
基金项目:国家部委资助项目(18YXGFKD25)
作者简介:吴冬良(1978-),男,硕士生。

激励,通过测量其振动曲线,计算谐振频率及衰减系数,相应地得到挠性接头的固有频率和角阻尼比系数,进而得到动态角刚度系数。测量系统示意图如图 1 所示。

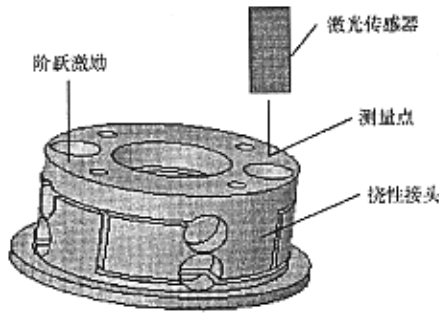


图 1 测量系统示意图

Fig.1 Sketch map of measurement system

1.2 测量原理

挠性接头由上环、中环和下环组成,由两对细颈连接而成一个整体式挠性接头,细颈对称分布,细颈轴线与驱动轴轴线正交于一点,称为支承中心。挠性接头结构复杂、尺寸小,不仅具有很高的尺寸精度和形状位置要求,而且要有高精度的刚度要求,因此其关键尺寸需经微米级加工,尤其是细颈部分的加工^[1]。

根据刚体定点转动方程有^[3]

$$J\ddot{\Phi} + C\dot{\Phi} + K\Phi = F \tag{1}$$

其中 $J = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix}$, 分别为惯性矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,并且 $\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_x \\ \Phi_y \end{bmatrix}$ 。

由于挠性接头加工精度高,两细颈呈正交方向分布,相互之间耦合较小。通过测试可以认为,挠性接头在两个方向的模态近似为正交模态,从而可以忽略交叉耦合,这样系统的传递函数就可以写成^[4]

$$H(\omega) = \sum_r H_r(\omega) \tag{2}$$

式中 H_r 为第 r 阶模态对频响函数的贡献,可以表示成

$$H_r(\omega) = \frac{\varphi_r \varphi_r}{-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r} = \frac{\varphi_r \varphi_r}{m_r(\Omega_r^2 - \omega^2 + j2\sigma_r \omega)} \tag{3}$$

式中 m_r, c_r, k_r, φ_r 分别为模态质量、模态阻尼、模态刚度和模态矢量(留数); $\Omega_r, \varphi_r, \sigma_r$ 分别为模态频率、模态矢量(振型)和衰减系数。

通过测试知,在两个方向上分别进行激励时,各模态之间非常分散,因此可以利用单模态分析法对其进行分析。待分析的模态称为主导模态,设为第 r 阶,其余模态对主导模态的影响称为剩余模态^[5],由于模态之间非常分散,在一定精度下可以忽略剩余模态的影响。

在此,考虑实模态情况,由(3)式知,该阶模态固有频率附近的频响函数为

$$H(\omega) = \frac{\varphi_r \varphi_r}{-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r}$$

用惯量表示即为

$$H(s) = \frac{\varphi_r \varphi_r}{J_r s^2 + C_r s + K_r} \tag{4}$$

由上式知固有频率和阻尼比计算公式分别为

$$\omega_n = \sqrt{K_r/J_r} \text{ 及 } 2\zeta\omega_n = C_r/J_r$$

即有

$$K = J\omega_n^2 \quad (5)$$

此即动态角刚度计算公式。

令振型归一化为 $\varphi_r = 1$ 。对系统进行阶跃激励相当于给系统一个不为零的初始状态,设初始状态为 $\phi(0) = \phi_0, \dot{\phi}(0) = 0$ 相应外加载荷 $F = 0$ 因此由(4)式得

$$J(s^2\Phi(s) - s\phi(0) - \dot{\phi}(0)) + C(s\Phi(s) - \phi(0)) + K\Phi(s) = 0$$

即为

$$(Js^2 + Cs + K)\Phi(s) = Js\phi_0 + C\phi_0$$

化简后得

$$\Phi(s) = \frac{Js\phi_0 + C\phi_0}{Js^2 + Cs + K} = \phi_0 \cdot \frac{s + 2\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

继续化简为

$$\Phi(s) = \phi_0 \cdot \left(\frac{R}{s+p} + \frac{R'}{s+p'} \right) \quad (6)$$

其中 $p = \zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}, p' = p^*$ 解得 $R = 0.5 - 0.5j\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}, R' = R^*$ 。

令 $\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = \omega_0, \zeta/\sqrt{1-\zeta^2} = c_0$ 即有

$$\omega_0 = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (7)$$

对(6)式进行 Laplace 反变换得

$$\phi(t) = \phi_0(R \cdot e^{-pt} + R' \cdot e^{-p't}) = \phi_0 \cdot e^{-\zeta\omega_n t} (\cos\omega_0 t + c_0 \sin\omega_0 t) \quad (8)$$

由(8)式可知,对响应信号即采样数据进行 FFT 变换即可得到 ω_0 , 并且由振动曲线的衰减趋势可以求出 $\zeta\omega_n$, 为了书写方便,令

$$d_0 = \zeta\omega_n \quad (9)$$

由(7)式和(9)式可求出 ω_n 和 ζ 。

通过数据处理得到 X、Y 通道的谐振频率, 阻尼比系数, 由(7)式得到挠性接头的固有频率, 同时由于知道挠性接头的尺寸, 因此知道其惯量矩阵, 进而由(5)式可以得到挠性接头的刚度。

1.3 转动惯量计算

由(5)式知, 要求出挠性接头两个方向的角刚度, 就必须知道挠性接头两个方向的转动惯量, 利用 SolidWorks 软件求解, 得到挠性接头两个方向的转动惯量。由公称尺寸得到两个方向的转动惯量分别为: $I_{xx} = 93.02\text{g} \cdot \text{mm}^2, I_{yy} = 169.52\text{g} \cdot \text{mm}^2$; 同时由于尺寸公差的影响, 每一个挠性接头的转动惯量都可能和公称转动惯量不相等, 通过不同的公差组合, 可以得到 $I_{xx\max} = 94.46\text{g} \cdot \text{mm}^2, I_{yy\max} = 171.05\text{g} \cdot \text{mm}^2, I_{xx\min} = 91.89\text{g} \cdot \text{mm}^2, I_{yy\min} = 166.69\text{g} \cdot \text{mm}^2$ 这样, 惯量引起的误差最大将达到 $\Delta\delta_x = 1.55\%, \Delta\delta_y = 1.67\%$ 。

2 测量结果

测试设备: 激光传感器 LTC025-4, 分辨率为 $0.1\mu\text{m}$, 线性度为 0.1% , 采样频率可达到 20kHz , 频率响应速度快, 数据采集卡为 PCI9112, 位数 12 位, 能够测量的最高频率可达到 100kHz 。

实验中测量的是挠性接头在阶跃激励下的振动曲线, 测得 X、Y 方向的数据曲线及相应的传递函数曲线分别如图 2 和图 3 所示。

由于采样点数不能太多, 测试中频率分辨率为 $1/3\text{Hz}$, 对角刚度的影响可达到 $0.6\% \sim 0.9\%$, 相对较大, 为此对 FFT 变换进行频谱细化, 细化分辨率为 0.02Hz 。同时从振动测试数据图可以看出, 挠性接头阻尼比较小, 经计算知约为 0.004 , 对结果影响很小, 可以不考虑阻尼比影响, 因此固有频率近似为谐

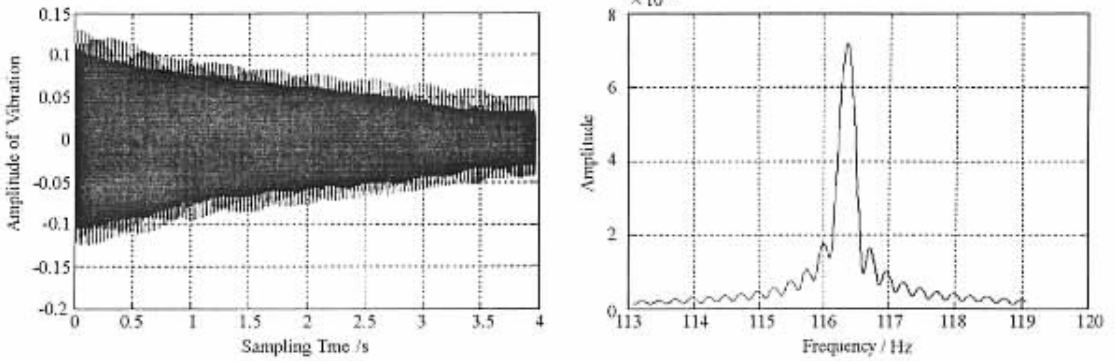


图2 X方向振动数据及传递函数曲线

Fig.2 Vibration Data and Transfer Function Curve of X Direction

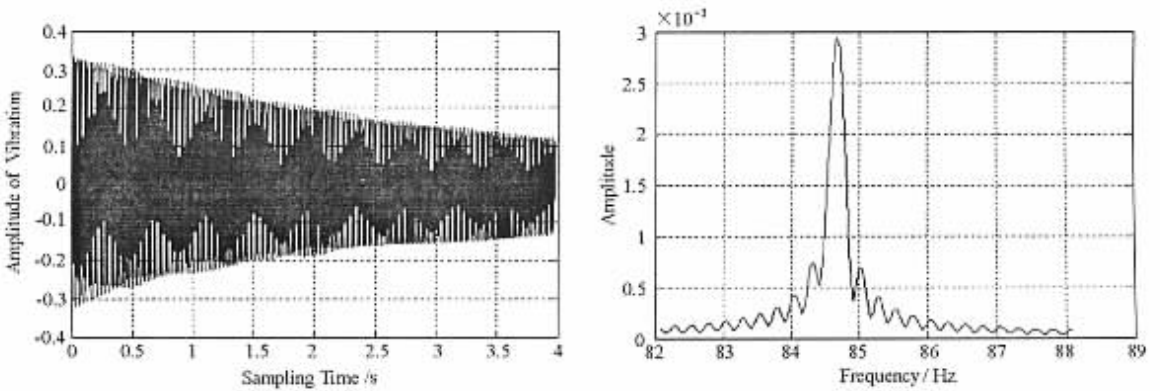


图3 Y方向振动数据及传递函数曲线

Fig.3 Vibration Data and Transfer Function Curve of Y Direction

振频率,即 $\omega_n \approx \omega_0$ 。由角刚度公式(5)式计算角刚度,细化结果及角刚度计算值如表1所示。

表1 挠性接头角刚度测量结果(单位: N·m/rad)

Tab.1 Angle stiffness measurement results of flexible joint (unit: N·m/rad)

测试方法	动态测试		传统测试	
方向	X轴	Y轴	X轴	Y轴
角刚度	0.046865	0.046845	0.04599	0.04759
	0.046840	0.046865	0.04735	0.04597
	0.046882	0.046855	0.04740	0.04731
	0.046898	0.046895	0.04605	0.04725
	0.046874	0.046875	0.04729	0.04702
	0.046907	0.046855	0.04756	0.04632
均值	0.046878	0.046865	0.04694	0.04691
重复精度	+0.062%	+0.064%	+2.024%	+2.004%
	-0.081%	-0.043%	-1.321%	-1.450%

从表1可以看出,静态测试法测量结果相对较为分散,而动态测试法测量结果相对较为集中,重复精度很高。通过比较可以看出,此动态测试法比静态测试法测量精度高,测量结果重复性好。

3 误差分析

挠性接头刚度测量系统的误差主要由传感器误差(包括传感器安装误差) $\Delta\delta_1$ 、模数转换误差 $\Delta\delta_2$ 、数据处理误差 $\Delta\delta_3$ 和转动惯量误差 $\Delta\delta_4$ 等组成。采用激光传感器检测挠性接头的振动变形,分辨率为 $0.1\mu\text{m}$,量程为 $\pm 2\text{mm}$,而工件的最大变形为 $300\mu\text{m}$,因此分辨率相对工件变形来说很小,且由于传感器的测量误差具有随机性,通过对采集数据进行滤波,可减少其影响。由于采样频率可达到 20kHz ,而感兴趣的频段在 200Hz 以下,对频率的测量几乎没有影响,因此由传感器引起的相对角刚度误差 $\Delta\delta_1 \approx 0$;由于数据采集卡的频响可达到 100kHz ,对频率的测量几乎没有影响,因此可以认为引起的相对角刚度计算误差 $\Delta\delta_2 \approx 0$;又因采样频率和采样点数固定,知采样分辨率为 $\delta\omega = 1/3\text{Hz}$,频谱细化后频率分辨率

可达到 $\delta\omega = 0.02\text{Hz}$,相应地引起相对角刚度误差为 $\Delta\delta_3 = \frac{\left| \frac{\partial K}{\partial \omega} \delta\omega \right|}{K} = \frac{2J\omega\delta\omega}{J\omega^2} = 0.0005$;同时由角刚度计算公式知,影响角刚度数值的还有转动惯量,对于不同挠性接头,由于存在尺寸差异,因此就存在转动惯量误差,通过前述计算知由转动惯量误差引起的相对角刚度计算误差为 $\Delta\delta_4 = 0.0167$ 。

综合上述分析,根据对误差的组成分析,得系统误差为

$$\epsilon = \sqrt{\Delta\delta_1^2 + \Delta\delta_2^2 + \Delta\delta_3^2 + \Delta\delta_4^2} = 0.01671$$

即由各种误差所产生的综合误差应在 $\pm 1.68\%$ 之间。从上式可以看出惯量引起的误差占主要部分,因此,减少惯量误差可迅速降低系统误差。为此,针对具体的挠性接头,设计惯量计算软件,根据具体尺寸计算其转动惯量,这样,惯量误差就转化成测量工具的测量误差了。只要测量精度高,导致的惯量误差就很小,因而可以迅速提高角刚度测量精度。

4 结论

本测量系统利用阶跃激励法对挠性接头进行激励,采用激光传感器测量其振动,实现了对挠性接头微小振动的无接触测量,精确地反映了挠性接头的振动特性。在一定条件下,整个测量系统能获得很高的测量精度,同时由于采用计算机进行数据处理,减轻了劳动强度,提高了测试效率。采用该方法测量挠性接头动态角刚度具有测量剪度高、重复性好、测试剪率高及操作方便等特点。

参考文献:

- [1] 周琪,等.挠性接头刚度测量系统的研究[J].航天工艺,1999(6).
- [2] 龙佑喜,等.挠性陀螺接头角刚度测量[J].航空精密制造技术,1998,34(2).
- [3] 秦永元.动力调谐陀螺挠性接头力学参数动态测试的频域辨识法[J].中国惯性技术学报,1998,4(3).
- [4] 李德葆,陆秋海.实验模态分析及其应用[M].北京:科学出版社,2001.
- [5] 曹树谦,等.振动结构模态分析[M].天津:天津大学出版社,2001.
- [6] 林士谔,等.动力调谐陀螺仪[M].北京:国防工业出版社,1983.

