

文章编号: 1001- 2486(2005) 01- 0115- 04

三轴跟踪平台算法研究*

倪谷炎, 华卫红, 姜宗福, 赵伊君

(国防科技大学理学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 为研究三轴跟踪平台的过顶问题, 讨论了退化 α 型跟踪算法, 提出了完全退化型算法和三步跟踪算法, 并从理论上证明了所给出的算法可以解决过顶问题。对距离地球表面大约 2000km 星体, 应用完全退化型算法进行计算机观测仿真, 计算数据表明, 运用完全退化型算法可以使三轴的转动角速度控制在 $0.56(^{\circ}/s)$ 以内。随后将三步跟踪算法应用到三轴自动跟踪平台试验, 试验表明三步跟踪算法可以解决过顶跟踪问题。

关键词: 三轴平台; 天文观测; 算法; 数值仿真; 跟踪

中图分类号: V474.2 文献标识码: A

On Three-axis Mount Tracking Algorithms

NI Gu-yan, HUA Wei-hong, JIANG Zong-fu, ZHAO Yi-jun

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to study a three-axis overhead tracking problems, α -degenerate tracking algorithm is discussed. A completely degenerate tracking and a three-step tracking algorithm are proposed. It is proved theoretically that they can solve overhead tracking problems. Furthermore, by applying the first algorithm, it is simulated that the three-axis tracks to a satellite orbits about 2000km from the Earth. The simulating data shows that the completely degenerate algorithm keeps the rotation speed of each axis within 0.56 degrees per second. The second tracking algorithm is used in the three-axis automatic tracking experiment. It shows that the three-step tracking can solve the overhead tracking problem.

Key words: three-axis mount; astronomical observation; algorithm; numeric simulation; tracking

1 过顶问题

以观测点为坐标原点, 正东方向为 x 轴, 正北方向为 y 轴, 天顶方向为 z 轴, 建立空间坐标系。假定距离观测点为 1 个单位的飞行物体在某时刻的方位角和仰角分别是 A 和 E , 则其空间坐标 (x, y, z) 满足:

$$x = \sin A \cos E, \quad y = \cos A \cos E, \quad z = \sin E \quad (1)$$

将(1)式对时间 t 求导数, 得

$$\frac{dz}{dt} = \cos E \frac{dE}{dt} \quad (2)$$

$$\frac{dx}{dt} = \cos A \cos E \frac{dA}{dt} - \sin A \sin E \frac{dE}{dt} \quad (3)$$

$$\frac{dy}{dt} = -\sin A \cos E \frac{dA}{dt} - \cos A \sin E \frac{dE}{dt} \quad (4)$$

由(3)式和(4)式, 得

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \cos^2 E \cdot \left(\frac{dA}{dt}\right)^2 + \sin^2 E \cdot \left(\frac{dE}{dt}\right)^2 \quad (5)$$

由(2)式和(5)式得

* 收稿日期: 2004- 09- 10

作者简介: 倪谷炎(1966—), 男, 讲师, 博士生。

$$\left(\frac{dA}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dE}{dt}\right)^2 / \cos^2 E \quad (6)$$

这里

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

令 $E = E(t)$ 为关于时间 t 的函数。假设飞行物体在 t_0 时刻达到飞行的最高点 E_{\max} , 则在 $t = t_0$ 处 $E(t)$ 取得极大值。由罗尔中值定理

$$\left.\frac{dE}{dt}\right|_{t=t_0} = 0 \quad (7)$$

又由(6)式和(7)式, 得到

$$\left[\left.\frac{dA}{dt}\right|_{t=t_0}\right]^2 = \frac{1}{\cos^2(E_{\max})} \cdot \left[\left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=t_0}\right]^2 \quad (8)$$

由(8)式, $\left|dA/dt\right|_{t=t_0}$ 将随着 E_{\max} 的增大而增大。

特别地, 当飞行物体过顶时, 即 $E_{\max} = 90^\circ$ 时, 有

$$\left.\frac{dA}{dt}\right|_{t=t_0} = \infty$$

这就是所谓的过顶问题。换言之, 随着飞行轨迹中最大仰角 E_{\max} 的增大, 方位角 A 的变化率也随之增大, 直至无穷大。这时, 装有方位轴和俯仰轴的两轴跟踪平台就无法跟踪过顶目标。因此需要用三轴跟踪平台来解决这个问题。

2 三轴平台与坐标系

三轴平台装置如图 1 所示, 包括外环、中环、内环三部分, 分别对应于 α 轴、 β 轴和 γ 轴三个转轴。三个转轴的交点 O 是不动的, OS 所指方向为观测方向。可以这个点为坐标原点 O , 以正东方向为 x 轴的正方向, 以正北方向为 y 轴的正方向, 天顶方向为 z 轴正方向, 建立空间直角坐标系(如图 2)。当 $(\alpha, \beta, \gamma) = (0, 0, 0)$ 时, 规定, α 轴与 z 轴重合, β 轴与 x 轴重合, γ 轴与 y 轴重合, 此时观测方向 OS 指向天顶。还规定三轴旋转的正方向如图 1 所示。三轴的旋转角度分别为 α 、 β 和 γ , 它们的取值范围:

$$0 \leq \alpha < 360^\circ, \quad -90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ, \quad -90^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$$

在仪器的底座标明正北方向(N);

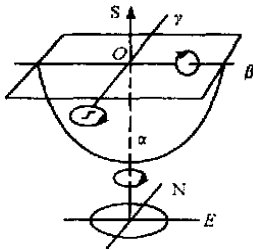


图 1 三轴平台
Fig. 1 Three axis mount

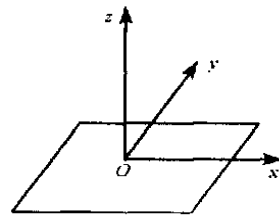


图 2 直角坐标系
Fig. 2 Rectangular coordinates system

假设 α 轴、 β 轴和 γ 轴的旋转矩阵分别为

$$M_{\alpha} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$$

$$M_{\gamma} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix}$$

假设空间目标 S 离坐标原点 O 是单位长度, S 在坐标系中的坐标为 (x, y, z) 。又假设三轴平台经过旋转 (α, β, γ) 使观测方向对准目标 S , 那么 (x, y, z) 和 (α, β, γ) 关系如下:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M_{\alpha} M_{\beta} M_{\gamma} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \\ -\sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma \\ \cos \beta \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (9)$$

3 退化 α 型跟踪算法

退化 α 型跟踪算法指的是在跟踪目标时保持 α 轴不动而通过旋转 β 轴和 γ 轴来跟踪目标的算法。下面来研究退化 α 型跟踪算法能否解决过顶问题。由于 α 轴保持不动, 不妨设 $\alpha = 0$ 。由(9)式得

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \gamma \\ \sin \beta \cos \gamma \\ \cos \beta \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (10)$$

(10)式两边同时对时间 t 求导

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \cos \gamma \cdot \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dy}{dt} = \cos \beta \cos \gamma \cdot \frac{d\beta}{dt} - \sin \beta \sin \gamma \cdot \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dz}{dt} = -\sin \beta \cos \gamma \cdot \frac{d\beta}{dt} - \cos \beta \sin \gamma \cdot \frac{d\gamma}{dt} \end{cases} \quad (11)$$

于是

$$\begin{cases} \left(\frac{d\beta}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 / \cos^2 \gamma \\ \left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \end{cases} \quad (12)$$

这里由(11)式和(12)式可以知道, 当 $\gamma \neq 0$, 即目标高于水平面时, $\left|\frac{d\beta}{dt}\right|$ 和 $\left|\frac{d\gamma}{dt}\right|$ 都不是无穷大, 且它们的值随着 $|\gamma|$ 值的减小而减小。特别地, 当目标过顶时, $\left|\frac{d\beta}{dt}\right|$ 和 $\left|\frac{d\gamma}{dt}\right|$ 随着 E_{\max} 值的减小而减小。因此退化 α 型跟踪算法可以解决过顶问题。

4 三轴平台跟踪算法

算法 1(完全退化型跟踪算法) 假设目标的飞行轨迹最大俯仰角为 E_{\max} , 目标出入水平面的方位角分别为 A_{in} 和 A_{out} 。

(1) 如果 $E_{\max} < 45^\circ$, 取 $\gamma = 0$, γ 轴保持不动, 通过旋转 α 轴和 β 轴来进行跟踪目标;

2) 如果 $E_{\max} \geq 45^\circ$, 取 $\alpha = 0$, α 轴保持不动, 通过旋转 β 轴和 γ 轴来进行跟踪目标。

用距离地面约 2000km 的卫星, 对算法 1 进行计算机跟踪仿真, 数据表明, 在整个观测过程中算法 1 中的 dE/dt 和 $d\gamma/dt$ 的绝对值变化都很小。而绝对值变化较大的 $d\beta/dt$ 和 dA/dt , 如表 1 所示。当 $E_{\max} = 45^\circ$ 时, $d\beta/dt$ 和 dA/dt 的绝对值最大值均为 $0.56^\circ/s$; 当 $E_{\max} > 45^\circ$ 时, $d\beta/dt$ 的绝对值最大值减小, dA/dt 的绝对值最大值增大; 当 $E_{\max} < 45^\circ$ 时, $d\beta/dt$ 绝对值最大值增大, dA/dt 的绝对值最大值减小。因此, 当星体距离地球表面高于 2000km 时, 应用算法 1 在整个跟踪过程中它使每个转轴的转速的绝对最大值不大于 $0.56^\circ/s$ 。

表 1 卫星跟踪仿真
Tab. 1 Satellite tracking simulation

$E_{\max}(^\circ)$	$\text{Max}(dA/dt)(^\circ/s)$	$\text{Max}(d\beta/dt)(^\circ/s)$	$E_{\max}(^\circ)$	$\text{Max}(dA/dt)(^\circ/s)$	$\text{Max}(d\beta/dt)(^\circ/s)$
7.79	0.17	1.2	52.94	0.72	0.54
9.30	0.18	1.09	61.05	0.97	0.54
10.04	0.18	1.03	66.13	1.21	0.53
11.61	0.19	0.93	70.00	1.46	0.53
14.59	0.21	0.82	75.12	1.99	0.53
36.07	0.42	0.58	80.04	3.01	0.53
44.48	0.55	0.56	85.56	6.79	0.53
45.11	0.56	0.56	88.97	28.55	0.53

但是, 由于在机械制造上的困难, γ 轴的旋转角度其实是很有限的。通常三轴旋转的取值范围是:

$$0 \leq \alpha < 360^\circ, -90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ, -15^\circ \leq \gamma \leq 15^\circ$$

这样就不可能用完全退化型跟踪算法来跟踪过顶卫星, 于是提出三步跟踪算法。

算法 2(三步跟踪算法)

step 1 目标处在上升阶段且当仰角 $E < 75^\circ$ 时, 取 $\gamma = -14^\circ$, γ 轴不动, 通过旋转 α 和 β 轴来跟踪目标;

step 2 目标处在中间阶段且当仰角 $E \geq 75^\circ$ 时, α 轴不动或保持匀速转动, 通过旋转 β 和 γ 轴来跟踪目标;

step 3 目标处在下降阶段且当仰角 $E < 75^\circ$ 时, γ 轴不动, 通过旋转 α 和 β 轴来跟踪目标。

把三步跟踪算法应用到三轴自动跟踪平台进行了试验。实验证明三步跟踪算法可以使三轴平台跟踪过顶目标。

5 结论

为解决星体过顶跟踪问题这个难关, 提出了完全退化型算法和三步跟踪算法。在仔细分析了过顶跟踪问题以后, 从理论上证明了所给的算法可以解决过顶跟踪问题。对完全退化型算法和三步跟踪算法分别进行了计算机观测仿真和三轴自动跟踪平台试验, 结果表明上述结论是正确的。

参考文献:

- [1] 南开大学《空间解析几何引论》编写组. 空间解析几何引论(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.
- [2] 张坤华, 王敬儒, 张启衡. 基于扩展目标的不变矩跟踪算法[J]. 强激光与粒子束, 2002, 14(1): 6-10.
- [3] 吴云洁, 王卫红, 尔联洁. 三轴飞行转台控制系统工程设计与实现[J]. 系统仿真学报, 2002, 14(1): 97-99.
- [4] 李昌夫, 王伟雄. 转台控制系统的一种设计方案[J]. 中国惯性技术学报, 1998, 16: 59-66.
- [5] 肖卫国, 郝崇恩, 李高风. 三轴飞行模拟转台误差研究[J]. 系统仿真学报, 2001, 13(5): 678-680.