

## 数字高程模型数据小波压缩算法\*

罗永成 礼智 陈波 吴翊

(国防科技大学 理学院, 湖南长沙 410073)

**摘要** 针对海量 DEM 数据的存储和传输的问题,设计出一种高效的 DEM 数据的小波压缩算法。基于提升理论提出了一种包含自由变量  $t$  的紧支撑小波构造方法,通过选取合适的小波滤波器系数,基于提升的整数小波变换只需要整数加法、整数乘法和移位实现,运算速度快,便于硬件实现,选取参数  $t=1$  的整数  $9-7$  小波变换,其运算量接近整数  $5-3$  小波,但 DEM 数据压缩质量接近浮点的 CDF9-7 小波。实验证明该压缩算法对 DEM 数据有极佳的压缩效果,在保持地形形状和起伏特征的前提下,DEM 数据可以压缩 4096 倍,PSNR > 34DB。

**关键词** 数字地形模型;数字高程模型数据;带参数整数小波变换;数据压缩

中图分类号:TP391 文献标识码:A

## The Research on Digital Elevation Mode Data Compression Arithmetic via Wavelets

LUO Yong, CHENG LI-Zhi, CHEN Bo, WU Yi

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** To solve the problem of the store and transmission of vast DEM data, an efficient compression algorithm for DEM data is presented. A technique based on the lifting scheme is designed to construct the compactly supported wavelets whose coefficients are composed of free variables. By properly selecting the coefficients of the  $9-7$  wavelet filter and being associated with the lifting scheme, an efficient approach via wavelet for DEM data compression is developed. The integer wavelets based on the lifting scheme only used integral addition, integral multiplication and shift, so it can be fast and easily realized via the hardware. When  $t=1$ , the integral wavelet filters approximately have the same complexity as integer wavelets  $5-3$ , but preserve approximate quality of the compressed DEM data with the well-known CDF9-7 wavelet filters. The experiments show that the method can compress DEM data very well. Provided that the terrain figure and hypsography are maintained, the DEM data's compression ratio is 4096 and PSNR > 34DB.

**Key words** digital terrain mode; digital elevation mode data; integral wavelets transforms with parameter  $t$ ; data compression

数字地形模型(digital terrain mode, 简称 DTM)是以数字的形式按一定的结构组织在一起,表示实际地形特征的空间分布模型。DTM 主要由栅格(regular square grid, RSG)与不规则三角网(triangulated irregular networks, TIN)两种数据格式表示。前者的优点是充分表现了高程的细节变化,拓扑关系简单,算法实现容易,某些空间操纵及存储方便;不足之处是占用巨大的存储空间,不规则的地面特征与规则的数据表示之间不协调。后者的优点是高效率的存储,数据结构简单,与不规则的地面特征和谐一致,可以表示线性特征和叠加任意形状的区域边界,易于更新,可适应各种分布密度的数据等;局限性是算法实现比较复杂和困难。这两种格式的数据本质是相同的,是地形形状和起伏特征的数字描述。

按平面上等间距规划采样或内插所建立的 DTM,为栅格数据的 DTM,可以写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & & Z_{(n-1)} \\ Z_{10} & Z_{11} & & Z_{(n-1)} \\ & & \ddots & \\ Z_{(n-1)0} & Z_{(n-1)1} & & Z_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}$$

\* 收稿日期 2004-10-15

基金项目 国家自然科学基金资助项目(10171109),国家高技术研究发展计划资助项目(2001AA35040),国家部委基金资助项目  
作者简介 罗永(1976—),男,博士生。

其中,  $Z_{ij}$  为网格结点  $i, j$  上的地形属性数据, 当该属性为海拔高程时, 该模型就成为数字高程模型 (DEM)。DEM 实际应用十分广泛。

目前, 研究集中在 DTM 数据的生成方式方面<sup>[1-4]</sup>, 而对 DTM 数据的压缩方法研究较少。本文研究数字高程模型数据的压缩技术。一方面, 数字高程模型数据信息量庞大, 例如, 100km<sup>2</sup> 的 3m 分辨率 DEM 数据就包含 11 亿个数据, 以 32 位字节的浮点数表示其高程, 将至少需要 8.5GB 存储空间。另一方面, 这些数据因为受到目前各种通讯网络带宽的限制, 无法高效地进行网络传输。

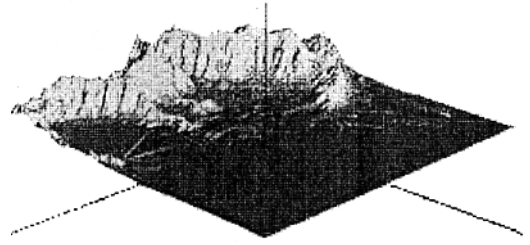


图 1 DEM 数据三维显示图

Fig.1 3-D figure of DEM data

未来 DEM 数据要显示在手持终端 (PDA) 上, 关键的一个问题就是 DEM 数据的压缩与解压算法的硬件实现。为了提高数据传输的效率, 以及解决这一类海量数据的存储问题, 都有必要进行 DEM 数据的压缩。所以研究数字高程模型数据的压缩技术有重要的意义。

在图像压缩理论中, 离散余弦变换 (DCT) 运算简单、速度快, 浮点小波变换<sup>[8]</sup>的压缩性能优于 DCT, 但是运算复杂、速度慢。基于提升理论的整数小波变换<sup>[11]</sup>则集中了两者的优势: 由于消除了浮点运算, 只需要整数加法、整数乘法和移位 (除数是 2 的幂), 运算速度得到了极大的提高, 便于硬件实现, 并且其压缩质量接近浮点小波变换。故采用基于提升的整数小波变换来实现压缩算法。

## 1 小波构造理论

### 1.1 应用提升理论构造对称双正交小波滤波器

作为例子, 设计双正交小波对称 9-7 完全重构滤波器, 其他类型的完全重构滤波器的构造方法类似。

消失矩条件是构造小波的必要条件<sup>[5-11]</sup>。因此, 获得对称双正交小波完全重构滤波器  $\{h, g, \tilde{h}, \tilde{g}\}$  消失矩条件是必要的。设  $N$  和  $\tilde{N}$  分别表示小波及与它对偶的消失矩长度, 也就是  $h^{(k)}(-1) = 0, k = 0, 1, \dots, N-1$  和  $g^{(k)}(1) = 0, k = 0, 1, \dots, \tilde{N}-1$ <sup>[6-8]</sup>。

对于 9-7 对称双正交小波完全重构滤波器, 设  $h_k = h_{-k}$  和  $\tilde{h}_k = \tilde{h}_{-k}, k = 0, 1, 2, 3$ <sup>[10]</sup> 则

$$\begin{cases} h_e(z) = h_0 + h_1(z + z^{-1}) + h_2(z^2 + z^{-2}) \\ h_o(z) = h_1(z + 1) + h_2(z^2 + z^{-1}) \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} g_e(z) = -\tilde{h}_o(z^{-1}) = -[\tilde{h}_1(1 + z^{-1}) + \tilde{h}_2(z + z^{-2})] \\ g_o(z) = \tilde{h}_e(z^{-1}) = \tilde{h}_0 + \tilde{h}_1(z + z^{-1}) \end{cases} \quad (1)$$

对于  $h_3$  取值, 分两种情形讨论 9-7 滤波器的提升分解。

(1)  $h_3 \neq 0$

应用 Euclidean 算法, 得到下面的提升结构

$$P(z) = \begin{bmatrix} h_e(z) & g_e(z) \\ h_o(z) & g_o(z) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \alpha(1 + z^{-1}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \beta(1 + z) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \gamma(1 + z^{-1}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \delta(1 + z) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta & 0 \\ 0 & \frac{1}{\zeta} \end{pmatrix} \quad (2)$$

对于任何给定的系数  $h_k = h_{-k}$  和  $\tilde{h}_k = \tilde{h}_{-k}$ , 式 (2) 并不是构成小波的充分条件。为了获得 9-7 小波滤波器, 还需要引入一个新的条件: 消失矩满足  $N = 2$  和  $\tilde{N} = 4$ <sup>[10]</sup>, 于是得到

$$h^{(k)}(z)|_{z=-1} = 0, k = 0, 1 \text{ 和 } g^{(k)}(z)|_{z=1} = 0, k = 0, 1, 2, 3 \quad (3)$$

比较式 (1) 和式 (2) 得到

$$\begin{cases} h(z) = \alpha\beta\gamma\delta\zeta(z^{-4} + z^4) + \beta\gamma\delta\zeta(z^{-3} + z^3) + \zeta(\alpha\beta + \alpha\delta + \gamma\delta + 4\alpha\beta\gamma\delta)(z^{-2} + z^2) \\ \quad + \zeta(\beta + \delta + 3\beta\gamma\delta)(z^{-1} + z) + \zeta(1 + 2\alpha\beta + 2\alpha\delta + 2\gamma\delta + 6\alpha\beta\gamma\delta) \\ \zeta g(z) = \alpha\beta\gamma(z^{-4} + z^2) + \beta\gamma(z^{-3} + z) + (\alpha + \gamma + 3\alpha\beta\gamma)(z^{-2} + 1) + (1 + 2\beta\gamma)z^{-1} \end{cases} \quad (4)$$

基于消失矩条件等式 (3) 和归一化条件  $h(1) = 2, \tilde{h}(1) = 1$ , 得到方程组:

$$\begin{cases} 1 + \delta(4\alpha + 4\gamma - 2) + \chi(2\alpha - 1)\chi(1 + 4\gamma\delta) = 0 \\ 1 + 2\alpha + 2\gamma + 4\beta\gamma + 8\alpha\beta\gamma = 0 \\ 2 + 6\alpha + 6\gamma + 16\beta\gamma + 40\alpha\beta\gamma = 0 \\ [1 + \delta(4\alpha + 4\gamma + 2) + \chi(2\alpha + 1)\chi(4\gamma\beta + 1)]\zeta = 2 \\ 1 + (4\beta - 2)\gamma - 2\alpha(1 + 4\beta\gamma) = \zeta \end{cases} \quad (5)$$

方程的解为

$$\alpha = \frac{-2t+1}{4(t-1)}, \beta = -(t-1)^2, \gamma = \frac{1}{4t(t-1)}, \delta = t^3 - \frac{7}{4}t^2 + t, \zeta = \frac{2}{t} \quad (6)$$

从式(3)到式(6),得到了一个带有自由变量  $t$  的双正交 9-7 完全重构滤波器。

为了得到双正交 9-7 小波滤波器,需要应用 Daubechies 不等式<sup>[5,8]</sup>来确定参数  $t$  的范围。定义  $h_k(z) = (\frac{1+z^{-1}}{2})^k F(z)$  和  $\tilde{h}_k(z) = (\frac{1+z^{-1}}{2})^k Q(z)$ , 这里  $F(z)$  和  $Q(z)$  都是包含参数  $t$  的多项式。对于整数  $k$ , 解下面的不等式

$$B_k = \sup_{t \in R, |z|=1} |F(z)F(z^2)\dots F(z^{2^{k-1}})| < 2^{\frac{3}{2}}, \bar{B}_k = \sup_{t \in R, |z|=1} |Q(z)Q(z^2)\dots Q(z^{2^{k-1}})| < 2^{\frac{7}{2}} \quad (7)$$

当  $k=40$  时, 得到当  $t \in [0.780, 1] \cup (1, 1.852]$  (7) 式满足。基于式(3)~(6)提供的系数, 总能够获得双正交 9-7 小波。特别地, 如果取  $t = 1.230174$ , 就得到了著名的 CDF9-7 小波<sup>[8]</sup>。

(2)  $h_3 = 0$

此时 9-7 滤波器多相表示为

$$\begin{cases} h_0(z) = h_0 + h_2(z + z^{-1}) + h_4(z^2 + z^{-2}) \\ h_1(z) = h_1(z + 1) \end{cases}$$

相应提升分解为

$$F(z) = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{16}(1+z^{-1}) + \frac{1}{16}(z+z^{-2}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{4}(1+z) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (8)$$

9-7 滤波器系数满足

$$\begin{cases} h_0 = \frac{23}{32}, h_1 = h_{-1} = \frac{1}{4}, h_2 = h_{-2} = -\frac{1}{8}, h_3 = h_{-3} = 0, h_4 = h_{-4} = \frac{1}{64} \\ \tilde{h}_0 = \frac{1}{2}, \tilde{h}_1 = \tilde{h}_{-1} = \frac{9}{32}, \tilde{h}_2 = \tilde{h}_{-2} = 0, \tilde{h}_3 = \tilde{h}_{-3} = -\frac{1}{32} \end{cases} \quad (9)$$

(9) 式实际上为一个 7-5 小波滤波器, 对应于(6)式中  $t=1$  的情形。

由(8)式可知(9)式对应的整数小波变换(记为 9/7-1 小波), 仅经过了一次提升, 故其算法结构简单。并且小波系数的分母都是 2 的幂, 从而整数除法只需要移位就可以完成。整数乘法分解为移位和加法实现, 如  $(\cdot \times 5)$  可以分解为  $(\cdot \times 4 + \cdot)$ ,  $(\cdot \times 4)$  为  $(\cdot \text{左移 } 2 \text{ 位})$ 。以上特点表明该小波变换非常有利于硬件实现。

## 1.2 小波运算量分析

根据 JPEG 2000 中的要求, CDF 9/7 小波的运算过程中需要保留其系数的十进制小数 15 位, 若采用提升格式, 每个像素在每一提升步需要 6 次浮点乘法, 8 次加法。为了实现小波的整数实现, JPEG 2000 建议采用 2000 年 Admas 提出的整数 9/7 小波(记为 9/7-F), 计算格式为

$$\begin{cases} d_1(n) = d_1(n) + \frac{1}{128}(203(s_1(n+1) - s_1(n))) + \frac{1}{2} \downarrow \\ s_1(n) = s_1(n) + \frac{1}{4096}(217(d_1(n) - d_1(n-1))) + \frac{1}{2} \downarrow \\ d_1(n) = d_1(n) + \frac{1}{128}(113(s_1(n+1) + s_1(n))) + \frac{1}{2} \downarrow \\ s_1(n) = s_1(n) + \frac{1}{4096}(1817(d_1(n) + d_1(n-1))) + \frac{1}{2} \downarrow \end{cases}$$

如果通过移位和加法计算上式,每个像素点每一提升步至少需要 21 次加法与 16 次移位。而对于参数取  $t = 1$  对应的简单系数  $9/7$  小波的提升格式,需要 8 次移位和 3 次乘法、5 次加法)  $9/7 - F$  小波所需要的算法与移位分别为  $9/7 - 1$  小波对应运算的 2.5 和 2 倍。同时,注意到  $9/7 - 1$  小波的提升格式分解中,分数中分母最大的分别仅为 16 和 8,远小于  $9/7 - F$  小波所给出的 4096,因此,  $9/7 - 1$  小波比  $9/7 - F$  小波更适合于硬件实现。各种不同方法所需的运算量在表 1 中列出。

表 1 小波的运算量分析

Tab.1 The wavelets operation complexity

运算类型	CDF $9/7$ 小波(浮点)	$9/7 - 1$ 小波	$9/7 - F$ 小波(JPEG 2000 标准)
整数加法次数	0	34.125	102.056
整数移位次数	0	23.625	28.125
浮点加法次数	10.500	0	0
浮点乘法次数	7.875	0	0

## 2 DEM 数据压缩

数据之所以能够被压缩是因为信息存在着很大的冗余度,即数据之间存在着相关性,这些冗余信息会占用大量额外的存储空间。如果去掉这些冗余信息,就会减少数据所占的空间。

为了应用整数小波变换进行压缩,在压缩之前需要对高程数据进行取整,这个过程是有损的,而且是不可逆的。对 DEM 数据进行的小波压缩本身就是有损的过程,它的原则是保持地形形状和起伏特征基本不变。

图 2 和图 3 给出的两组图像,是数字高程模型数据归一化到  $[0 - 255]$  整数以后,将其转化为光谱模拟的数字图像。从图中可以发现,DEM 数据转化为数字图像以后,其图像的灰度变化非常缓慢,表明数据间相关度大,有大量的冗余信息,所以可以利用小波图像压缩的原理来压缩 DEM 数据。

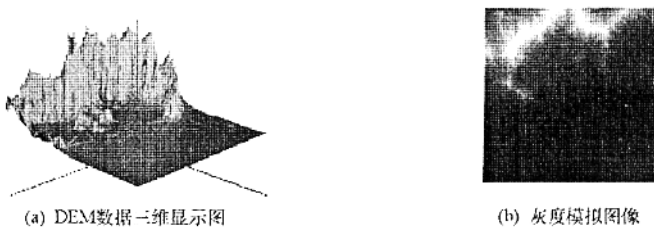


图 2 DEM 数据三维显示与灰度模拟数据 displays

Fig.2 DEM data figure of 3 - D and gray

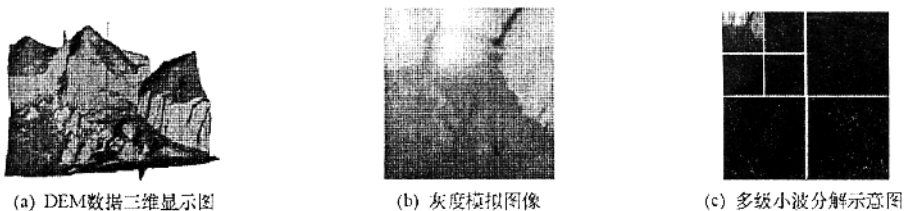


图 3 DEM 数据多级小波分解示意图

Fig.3 Illustration of the DEM data multilevel wavelets decompose

小波变换应用于图像压缩的基本思路是利用小波滤波器提供的低通和高通滤波器系数,对图像进行分解,得到  $x, y$  像平面上的四块子图:LL(两个方向全为低频成分),LH( $x$  方向低频, $y$  方向高频成分),HL( $y$  方向低频, $x$  方向高频成分),HH(两个方向全为高频成分),然后对子图 LL 作进一步的小波分解,并保留 LH,HL,HH 中部分高频成分,继续沿袭该过程,分解多次后得到待编码的图像信息。最后

根据小波系数的特点选择合适的编码以及量化方法,得到压缩的码流。

采用 SPIHT(多级树集合分裂算法编码)<sup>[12]</sup>法实现小波系数的编码,再用算术编码对编码数据作熵编码,最后得到压缩数据。图4是对DEM数据进行小波压缩和解压缩的流程图。

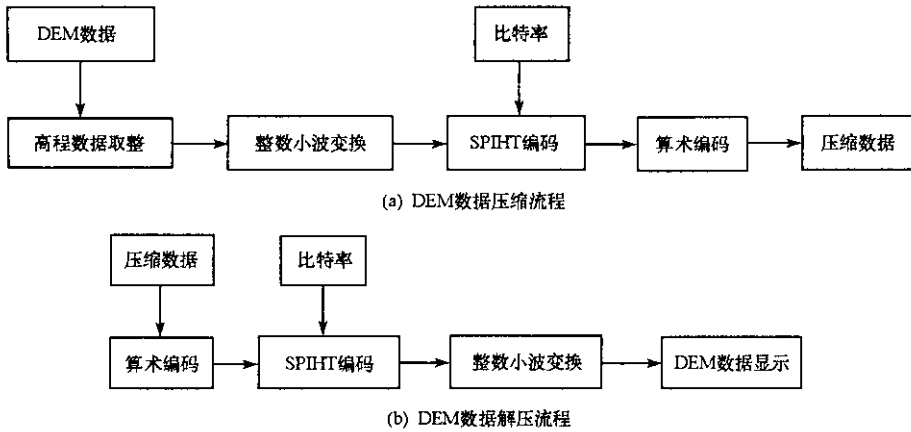


图4 DEM数据压缩和解压缩的流程图

Fig.4 Illustration of DEM data compression and decompression

### 3 实验与比较

采用CDF9-7( $t=1.230174$ )和取参数 $t=1$ 的提升9-7整数小波(记为LIFT\_97\_1)测试两组小波基对DEM数据的压缩性能。采用峰值信噪比(PSNR)作为压缩质量的评价标准。实验中的压缩倍数是指原数据大小与压缩数据大小之比。为了显示小波压缩的优越性能,实验没有加入算术编码,取极低比特率分别为0.015625和0.0078125。对应的压缩倍数分别为2048倍和4096倍。

从图5的两组试验可以看出,小波对DEM数据有非常好的压缩效果,实验中1.01MB的DEM数据文件可压缩为256个字节,压缩比高达4096倍,并且能保持解压后的三维地形形状和起伏特征基本不变。

另外,通过对照试验,取参数 $t=1$ 的提升9-7整数小波压缩质量接近CDF9-7的压缩质量,某些情况下甚至高于CDF9-7(如图5(i)、图5(j))的压缩质量。

### 4 结论

基于提升理论构造出带自由变量 $t$ 的整数小波变换,其中参数 $t=1$ 对应的整数小波变换,运算速度快,易于硬件实现,而且压缩质量好。设计了一种数字高程模型数据的压缩算法,为DEM这一类海量空间数据的存储和传输提供了一种解决方案。

可以预见,随着空间信息资源的开发和应用,大量的DEM数据的存储和传输,包括手持终端的实现,都需要压缩技术。因此该方法有着广阔的应用前景。

### 参考文献:

- [1] Shamos M I, Hoey D. Closest-point problems[A]. Proceeding of the 16<sup>th</sup> Annual IEEE Symposium on Foundation of Computer Science[C], Berkeley, CA, 1976: 208-215.
- [2] Lee D T, Schachter B J. Tow Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation[J]. In J. of Computer and Information Science. 1980, (3): 219-242.
- [3] Dwyer R A. A Fast Divide-and-Conquer Algorithm for Constructing Delaunay Triangulations[J]. Algorithmica, 1987, (2): 137-151.
- [4] Ware J M. A Procedure for Automatically Correcting Invalid Flat Triangles Occurring in Triangulated Contour Dat[J]. Computers & Geosciences, 1998, 24(2): 141-151.
- [5] Calderbank A R, Daubechies I, Sweldens W, et al. Wavelet Transforms That Map Integers to Integers[J]. Appl. Comput. Harmon. Anal., 1998, 5: 332-369.
- [6] Mallat S G. Multiresolution Approximation and Wavelet Orthogonal Base of  $L^2(\mathbb{R})$ [J]. Trans. Amer. Math. Soc., 1989, 315(1): 69-87.
- [7] Daubechies I. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets[J]. Comm. Pure Appl. Math., 1988, 41(7): 909-996.

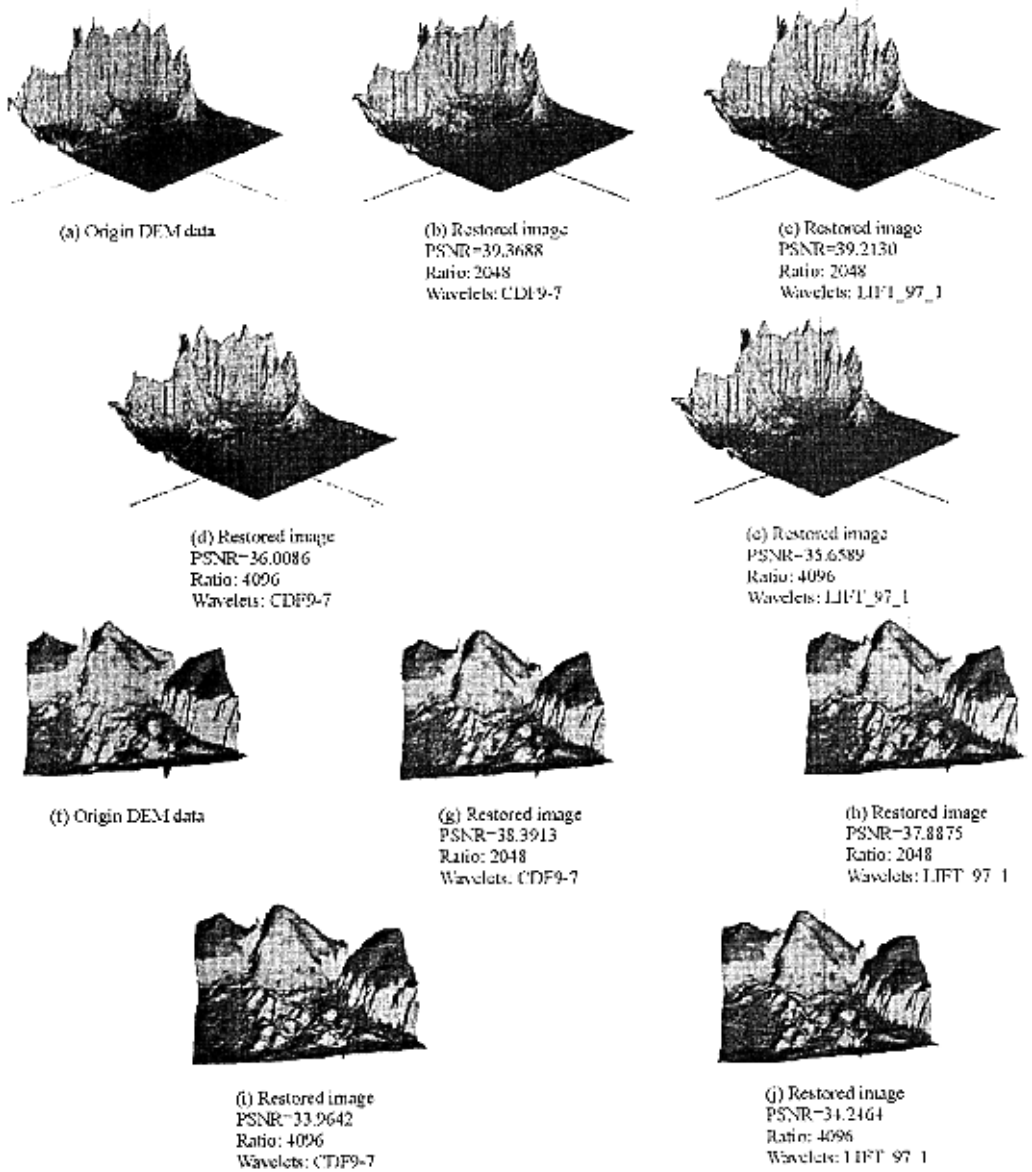


图 5 CDF9-7 小波与 LIFT\_97\_1 小波压缩对照实验

Fig.5 CDF9-7 and LIFT\_97\_1 wavelets check experiment of compression

[ 8 ] Cohen A , Daubechies I ,Feauveau J. Bi-orthogonal Bases of Compactly Supported Wavelets[ J ]. Comm. Pure Appl. Math. ,1992 A( 5 ) :485 - 560.

[ 9 ] Vetterli A ,Herley C. Wavelets and Filters Banks : Theory and Desig[ J ]. IEEE Trans. Signal Processing , 1992 ,40( 9 ) : 2207 - 2232.

[ 10 ] Sweldens W. The Lifting Scheme : A New Philosophy in Biorthogonal Wavelet Constructions[ A ]. In Wavelet Applications in Signal and Image Processing III[ C ] , A. F. Laine M. Unser , Eds. New York : SPIE , 1995 2569 : 68 - 79.

[ 11 ] Daubechies I ,Sweldens W. Factoring Wavelet Transforms into Lifting Step[ J ]. J. Fourier Anal. Appl. ,1998 A( 3 ) : 247 - 269.

[ 12 ] Said A ,Pearlman W A. A New , Fast , and Efficient Image Code Based on Set Partitioning in Hierarchical Trees[ J ]. IEEE Trans. Circuits and System for Video Technology , 1996 , 6( 3 ) : 243 - 250.



