

双时间隐式方法求解非定常绕流的相关问题*

赵海洋, 刘伟, 任兵

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要 :空间采用三阶精度的 Weighted NND(WNND)格式,时间方向则采用具有二阶精度的双时间步隐式方法求解二维非定常 Euler 方程,数值模拟了 NACA0012 翼型俯仰强迫振动流场,讨论了内迭代步数、内迭代收敛判据以及物理时间步长对计算结果、计算效率与计算 CPU 时间的影响,并将计算结果与实验值进行了比较。

关键词 :WNND 格式;NACA0012 翼型;非定常流动;欧拉方程;双时间步方法

中图分类号 :V211.3 **文献标识码** :A

The Unsteady Flow Field Calculation with
a Dual-time Stepping Method

ZHAO Hai-yang, LIU Wei, REN Bing

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract :Based on a 3rd order weighted NND scheme, a dual-time stepping method is used to solve the 2D unsteady Euler equations and the flow field of a forced vibration airfoil at transonic speed is simulated numerically. The influence of the inner iteration steps, the inner iteration tolerance and the magnitude of physical time step on the calculation results and efficiency are discussed. The results achieved with the present method are compared with the experimental results.

Key words :WNND scheme;NACA0012 airfoil;unsteady flow;Euler equations;dual-time stepping methods

物体在流体内的非定常运动会产生许多复杂的非线性现象,然而许多相关机理问题仍未完全为人们所理解,由于跨声速非定常气动力与飞行物体的颤振和动稳定性有着密切的联系,因此人们对于非定常问题日趋重视。计算流体力学的不断发展使得采用数值方法模拟非定常流动成为可能,常用的显式方法在计算中由于要受到稳定性的限制,计算步长很小,因此需要较长的计算时间,特别是在求解多维非定常问题时,计算时间的限制常常使得计算网格不能取得太多。隐式计算方法能够放宽计算步长的稳定性限制,目前常用的 ADI 和 LU 等隐式时间离散方法由于只有弱一阶精度,因此多用于定常流场的计算。为了保证非定常流场计算过程中时间的计算精度,Jameson 提出双时间步隐式迭代方法^[1],该方法通过内迭代过程,使得物理时间推进步长可以根据物理问题进行选取而不受稳定性的限制。从理论上来说,引入虚拟时间迭代过程的双时间步法,只有在内迭代残值趋于零时才接近时间高精度,但实际计算往往难以满足这一点,因此内迭代过程对非定常计算的影响是一个值得关注的问题。

1 数值方法

1.1 守恒变量型 WNND 格式

空间三阶精度的守恒变量型 WNND 格式^[2]是以二阶精度的守恒变量型 NND 格式^[3]为基础,采用了 Liu^[4]的加权思想以及 Jiang 和 Shu^[5]的最优权系数和模板光滑度量系数,综合考虑了算法的精度、鲁棒性、效率及边界处理等问题构造而成。该格式在稳态问题求解上得到了很好的应用^[2]。在光滑区,守恒变量型 WNND 格式具有空间三阶精度,而在激波附近,由于权系数的控制,其空间精度仍保持二阶。守

* 收稿日期 2004 - 11 - 12
作者简介 赵海洋(1977-)男,博士生。

恒变量型 WNND 格式及 NND 格式均涉及空间五点插值,但守恒变量型 WNND 格式更加有效地利用了插值模板信息,因此空间精度比 NND 格式高一阶。

1.2 双时间步隐式迭代推进方法

贴体坐标系下的二维非定常 Euler 方程的半离散形式如下所示:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{J^{-1}} [R(U) + U \frac{\partial J^{-1}}{\partial t}] \quad (1)$$

(1) 式中 U 为守恒变量, J 为坐标变换的雅克比行列式值。对(1)式采用时间二阶精度的隐式三点后差离散,并引入 Jameson 内迭代方法^[1],得到:

$$J^{-1} \frac{U^{p+1} - U^p}{\Delta \tau} + J^{-1} \frac{3U^{p+1} - 4U^p + U^{p-1}}{2\Delta t} + U^{p+1} \frac{\partial J^{-1}}{\partial t} + (\delta_{\xi} \bar{E}^{p+1} + \delta_{\eta} \bar{F}^{p+1}) = 0 \quad (2)$$

(2) 式中 $\Delta \tau$ 、 Δt 分别为虚拟时间步长和物理时间步长; p 、 n 分别为虚拟时间迭代步数和物理时间推进步数。对(2)式采用线性化处理得到:

$$\begin{aligned} & \left[\left(1 + \frac{3\Delta \tau}{2\Delta t} + \frac{\Delta \tau}{J^{-1}} \frac{\partial J^{-1}}{\partial t} \right) I + \Delta \tau (\delta_{\xi} \bar{A} + \delta_{\eta} \bar{B}) \right]^p \Delta U^{p+1} \\ & = -\frac{\Delta \tau}{J^{-1}} \left[J^{-1} \frac{3U^p - 4U^p + U^{p-1}}{2\Delta t} + U^p \frac{\partial J^{-1}}{\partial t} + \delta_{\xi} \bar{E}^p + \delta_{\eta} \bar{F}^p \right] \end{aligned} \quad (3)$$

其中, δ_{ξ} 、 δ_{η} 是三阶守恒变量型 WNND 算子, $\bar{\delta}_{\xi}$ 、 $\bar{\delta}_{\eta}$ 为中心差分算子, \bar{A} 、 \bar{B} 分别对应通量 \bar{E} 、 \bar{F} 的雅克比矩阵的特征分裂形式。当内迭代收敛,即 $\lim \Delta U^{p+1} \rightarrow 0$ 时,令 $p = n + 1$,对应物理时刻的内迭代过程结束。对于(3)式左端,可以采用近似因式分解下的交替方向隐式追赶时间离散方法(AF-ADI)求解。

2 网格和初、边值条件

计算网格采用 O 型网格(400×60),为了尽量减少远场边界对计算结果的影响,远场边界延伸至 100 倍翼型弦长处。在非定常计算过程中,网格与物体刚性固连,因此网格体积不随时间变化(3)式中 $\partial J^{-1}/\partial t = 0$ 。初场采用定常问题的收敛解,边界条件则采用适于动态边界条件下的基于一维 Riemann 不变量的无反射边界条件^[6],壁面温度采用等温壁条件,壁面压力采用动壁压力条件 $\partial p/\partial n|_{\text{wall}} = -\rho_{\text{wall}} a_{\text{wall}} \cdot n_{\text{wall}}$ 计算,其中, n_{wall} 为物面单位法向量, a_{wall} 为物面加速度。

3 计算结果与讨论

强迫俯仰振荡定义为攻角随时间变化的正弦函数 $\alpha(t) = \alpha_m + \alpha_0 \sin(kt)$,其中,平均迎角 $\alpha_m = 0.016$,俯仰振荡的角振幅 $\alpha_0 = 2.51$, k 为减缩频率,与俯仰振荡圆频率 ω 的关系为 $k = \omega \cdot c/V_{\infty}$ (c 为翼型弦长)。俯仰振动轴心位于四分之一弦长处,计算条件取来流马赫数为 0.755,减缩频率为 0.1628。在数值模拟过程中,需要对内迭代收敛过程进行判断和控制,使得内迭代过程在保证一定时间精度的前提下尽快结束。许多文献中常简单限定内迭代步数,实际动态流场在不同状态下收敛速度不同,因而给定一个亚迭代指标来确定内迭代步数更为合理。采用文献[7]中的内迭代收敛判据,即

$$TOL = \frac{\sum \|\Phi^{n+(p+1)} - \Phi^{n+(p)}\|_2}{\sum \|\Phi^{n+(p+1)} - \Phi^n\|_2} \quad (4)$$

其中, Φ 为流场特征变量,取作压力。当 TOL 小于某一给定值时,认为内迭代过程收敛。

为了比较收敛判据对计算结果的影响,寻找相对优化的收敛判据条件,本文在物理时间间隔 $\Delta t = 0.1$ 的条件下,对收敛判据分别取 0.005、0.01、0.02 和 0.05 等四种情况进行了数值模拟,得到了升力系数和俯仰力矩系数随攻角的变化曲线(图 1)。离散点分别为实验值^[8]和文献数值结果,其中,图 1(a)中参考值(Reference)为文献[9]的结果,图 1(b)参考值为文献[10]的结果。由于实验数据可能是在稍大的平均攻角下获得的^[9],而且俯仰振动轴心位于四分之一弦长处,对流场比较敏感,因此数值计算结果与实验值存在差异。但从以上两图可以看到,采用四种不同收敛判据的计算结果与实验值和参考数值结果的趋势相同,尤其是与两个参考数值结果比较吻合。比较四种收敛判据对应的收敛曲线可以看到,

收敛判据条件 $TOL = 0.05$ 的计算结果较差, $TOL = 0.02$ 次之, $TOL = 0.01$ 和 $TOL = 0.005$ 的计算结果相对较好。计算过程显示, 收敛判据越小, 内迭代步数越多, 所用计算时间越长, 计算结果越接近参考值, 但当收敛判据小到一定程度时, 再减小收敛判据不仅会大大增加计算时间, 而且对计算结果的精度提高作用不大。因此在非定常计算过程中选取一个适中的收敛判据是非常有必要的, 对此算例本文认为 $TOL = 0.01$ 时计算结果比较合适。

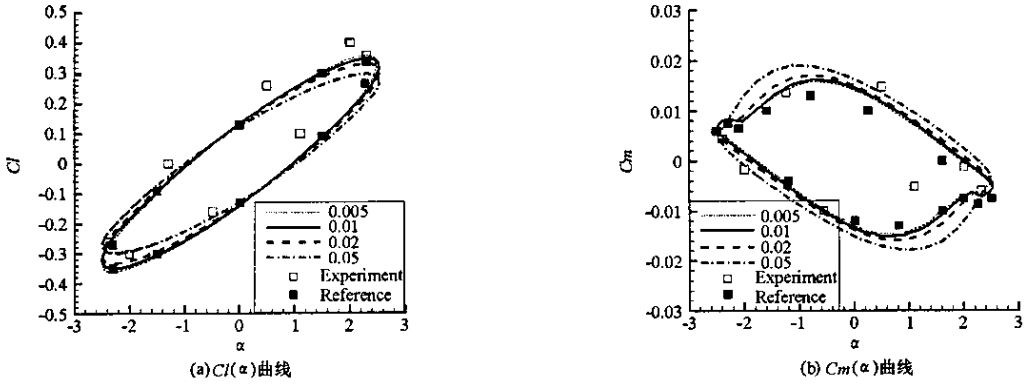


图1 采用不同收敛判据升力系数和俯仰力矩系数计算结果与实验结果和数值结果的比较

Fig.1 Comparison of the experiment values and numerical results with different inner iteration tolerance

除了收敛判据, 计算物理时间间隔对计算结果也有影响。采用较大的物理时间间隔有利于提高计算效率, 但并非物理时间间隔取得越大计算效率越高。图2为采用不同物理时间间隔得到的两组系数曲线, 实验值和参考数值结果与图1相同。计算物理时间间隔分别取 $\Delta t = 0.1$ 、 $\Delta t = 0.2$ 和 $\Delta t = 0.5$, 内迭代收敛判据取 $TOL = 0.01$ 。从图2中看到, 随着物理时间间隔的增大, 计算结果与参考值差别逐渐增大, 在过大的物理时间步长条件下, 双时间步方法的计算精度变低。实际上(2)式虽然具有二阶时间精度, 但其截断误差为 $O(\Delta t^2)$ 量级, 与 Δt 相关, 因此物理时间步长不能够无节制增加, 在系数曲线变化剧烈处(振动角速度为零)附近, 必须保持一定密度的物理计算步长。数值实验表明 $\Delta t = 0.2$ 时能够较好地模拟翼型的非定常特性, 此时一个振荡周期内有193个物理时间步长, 这与文献[11]中每周期内至少分布200个物理时间步长的分析一致。

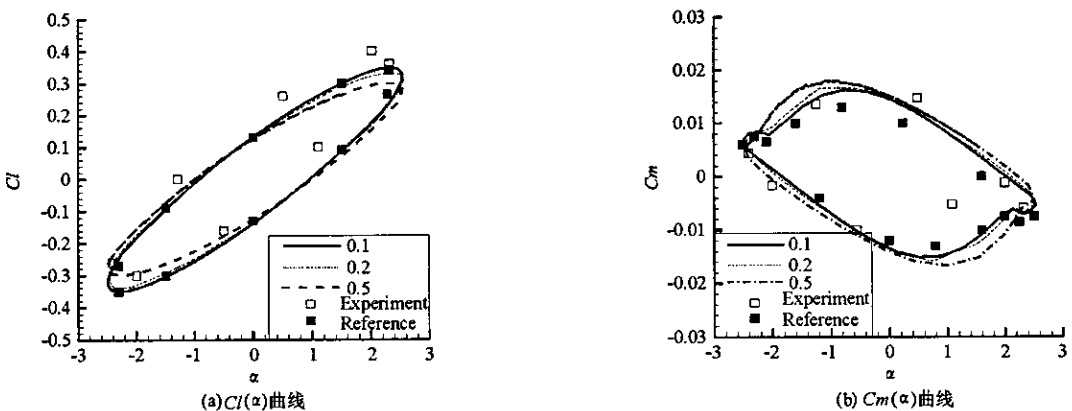


图2 采用不同物理时间间隔升力系数和俯仰力矩系数数值计算结果与实验结果的比较

Fig.2 Comparison of experimental and numerical results with different time steps

在应用双时间步隐式算法时, 由于限制内迭代步数的方法简单易行, 因而为很多文献所采用, 但这种方法没有考虑内迭代的收敛精度, 对时间精度的影响并不清楚, 为此本文探讨了限制内迭代步数方法对非定常过程时间精度的影响。图3给出了采用不同内迭代次数的升力系数和俯仰力矩系数计算结果与参考值的比较, 内迭代次数分别取为20和50, 图中实线为 $TOL = 0.01$ 的计算结果。从图3(a)和3(b)

可以看到,在平衡攻角附近三条曲线基本吻合;在最大振幅附近50次迭代结果较好,20次迭代结果稍差。但是两种不同内迭代次数结果差异不大,均可以用于工程应用。图3(c)为内迭代次数分别为20和50时收敛判据(TOL)值随物理计算过程的变化情况:当内迭代次数为20时,其平均内迭代收敛判据值为0.0165,最大值为0.021左右,出现在振动角速度为零附近,最小值为0.14左右,位于攻角为零附近;内迭代次数为50的情况与之相似,平均内迭代收敛判据值为0.0046,最大值为0.01左右,最小值为0.003左右。由于内迭代次数分别取为20和50的平均内迭代收敛判据值都小于0.02,因此计算结果与参考值吻合较好。

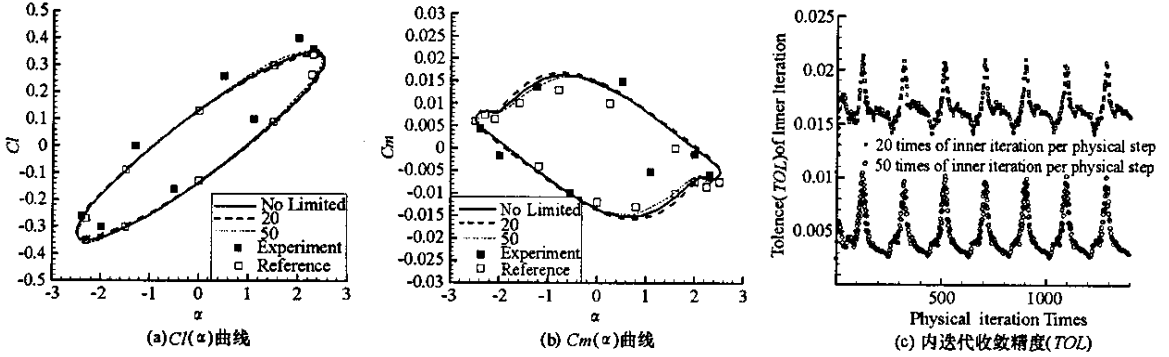


图3 采用不同内迭代次数升力系数和俯仰力矩系数计算结果与实验结果和数值结果比较

Fig.3 Comparison of the experiment values and numerical results with different times of inner iteration

为了进一步研究收敛判据与内迭代步数的关系,本文分析了在收敛判据 $TOL = 0.01$ 时内迭代步数随计算过程的变化情况。图4(a)为内迭代步数随攻角的变化曲线,在每一个振动周期内内迭代步数有两个波峰,整个曲线图近似关于平均迎角 $\alpha = \alpha_m$ 对称。图4(b)为内迭代步数(N Times)随物理计算时间(Physical Time)的变化曲线。计算物理时间为180.0,接近5个俯仰振荡周期,内迭代次数最多为50左右,最少为25次左右。在整个计算区域内平均内迭代次数为29.4次,结合图3(c)可知,内迭代次数分别取为20和50与收敛判据 $TOL = 0.01$ 时计算消耗CPU时间之比约为2:5:3。图4(b)显示,在翼型非定常俯仰振动过程的最大振幅 $i\pi/\chi$ ($i = 1, 2, \dots$)附近,两物理时间间隔的振动攻角差值较小,内迭代收敛速度较慢,对于给定收敛判据的双时间步方法,此处附近内迭代步数增加,而在平均攻角附近,内迭代收敛速度较快,对应内迭代步数减少。实际上,最大内迭代步数出现在 $d\alpha/dt = 0$ 稍后的地方,这可能是由于非定常效应导致的迟滞现象引起的。

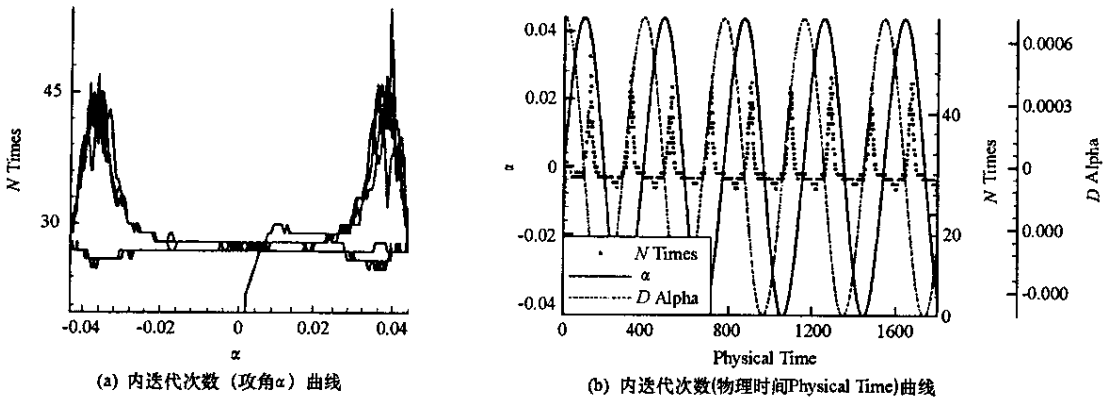


图4 收敛判据为0.01时内迭代步数

Fig.4 The times of inner iteration for the inner iteration tolerance 0.01

对于比较复杂的流场,内迭代过程常因达不到收敛判据而跳不出内迭代。对于这种情况,一种方法是在给定内迭代收敛判据的同时限定内迭代的最大迭代步数;另外一种方法是不设置内迭代收敛判据,

而采用分段限制内迭代步数方法。对于限定内迭代步数方法,当给定内迭代次数较少时,内迭代收敛精度不够;当给定内迭代次数较多时,在很大一部分计算区域造成浪费。综合考虑计算时间精度和计算效率,建议在平均攻角附近给定较少的迭代步数,而在角速度为零附近给定较多的迭代步数。

4 结 论

(1)在空间三阶精度守恒变量型 WNN D 格式基础上应用双时间步隐式方法求解了 NACA0012 翼型跨声速俯仰强迫振荡流场,计算结果与实验值和参考数值结果吻合较好;

(2)内迭代收敛判据的取法对计算结果有明显影响,因此在非定常问题的求解过程中选取一个适中的收敛判据是非常重要的;

(3)物理时间间隔影响计算精度,不易取得过大,要保证每周期内至少分布 200 个物理时间步长;

(4)对双时间隐式方法,在内迭代中尽可能使用设定内迭代收敛判据的方法,对于采用强制限定内迭代步数的方法,建议分段限定内迭代步数,在最大振幅附近增加内迭代步数,这样才能在保证计算时间精度的前提下提高计算效率。

参 考 文 献 :

- [1] Jameson A. Time Dependent Calculations Using Multigrid with Application to Unsteady Flows past Airfoils and Wings[R]. AIAA-91-1596, 1991.
- [2] 刘伟,赵海洋,谢昱飞. 三阶 WNN D 格式的构造及在复杂流动中的应用[J]. 应用数学和力学, 2005, 26(32): 32-39.
- [3] 沈清. 一种高精度、高分辨率激波捕捉的迎风型 NND 格式[A]. 第七届全国计算流体力学会议文集[C], 1994.
- [4] Liu X D, Osher S, Chan T. Weighted Essential Non-oscillatory Schemes[J]. Journal of Computational Physics, 1994, 115: 217-237.
- [5] Jiang G S, Shu C W. Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes[J]. Journal of Computational Physics, 1996, 126: 202-228.
- [6] 刘伟. 细长机翼摇滚机理的非线性动力学分析及数值模拟方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2004.
- [7] 袁先旭. 非定常流动数值模拟及飞行器动态特性分析研究[D]. 中国空气动力研究与发展中心, 2002.
- [8] Landon R H. NACA0012 Oscillating and Transient Pitching, Compendium of Unsteady Aerodynamic Measurements, Data Set 3[R]. AGARD Report R2702, 1982.
- [9] Batina J T. Unsteady Euler Airfoil Solutions Using Unstructured Dynamic Meshes[R]. AIAA-89-0115, 1989.
- [10] 郭正. 包含运动边界的多体非定常流场数值模拟方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2002.
- [11] 宋文萍, 杨永, 乔志德. 用双时间推进法求解非定常 N-S 方程的有关问题讨论[J]. 西北工业大学学报, 2000(3).

(上接第 19 页)

3 结 论

以 TEOS 为先驱体,采用酸/碱两步溶胶—凝胶法,结合旋转涂胶和超临界干燥、疏水修饰等工艺在硅片上制备了均匀平整、无微裂纹的纳米多孔 SiO_2 薄膜,该 SiO_2 薄膜为无定形态,具有多孔网络结构,其 SiO_2 基本粒子和孔隙的直径为 30~40nm,表面粗糙度为 4.3nm。 SiO_2 薄膜的厚度随 IPA 用量的减少、 NH_4OH 用量的增加、 SiO_2 溶胶粘度的增大和旋转涂胶速度的降低而增大; SiO_2 薄膜的介电常数随 NH_4OH 用量和 SiO_2 溶胶粘度的增加而降低,IPA 用量和旋转速度对 SiO_2 薄膜的介电常数影响较小。限制旋转涂胶过程中的溶剂挥发是制备高孔隙率、低介电常数 SiO_2 薄膜的关键。

参 考 文 献 :

- [1] Hurbesh L W, Peco J F. Thin Aerogel Films for Optical, Thermal, Acoustic and Electronic Applications[J]. J. Non-Cryst. Solids, 1995, 188: 46-53.
- [2] Lee W W, Ho P S. Low-dielectric-constant Materials for ULSI Interlayer-dielectric Applications[J]. MRS Bulletin, 1997, 22(10): 19-23.
- [3] Hyun S H, Kim J J, Park H H. Synthesis and Characterization of Low-dielectric Aerogel Films[J]. J. Am. Cera. Soc., 2000, 83(3): 533-540.
- [4] Jain A, Rogojevic S, Ponoth S, et al. Porous Silica Materials as Low-k Dielectrics for Electronic and Optical Interconnects[J]. Thin Solid Films, 2001, 398-399: 513-522.
- [5] Jo M H, Park H H, Kim D J, et al. SiO_2 Aerogel Film as a Novel Intermetal Dielectric[J]. J. Appl. Phys., 1997, 82(3): 1299-1304.
- [6] 王娟,张长瑞,冯坚. 溶胶—凝胶法制备 SiO_2 气凝胶薄膜溶胶粘度的研究[J]. 国防科技大学学报, 2003, 25(6): 30-34.

