

间接边界元法模拟含裂纹介质中弹性波的传播*

韩开锋,尹梓安,曾新吾

(国防科技大学理学院,湖南长沙 410073)

摘要:介绍了间接边界元法的基本理论,利用二维弹性动力边界积分方程解决了地震波在含裂纹介质中的散射问题。编写了地震波在二维非均匀介质中传播的数值模拟程序,模拟了爆炸点源在含裂纹介质中的传播情况,分析了裂纹的分布及填充物对波传播的影响。结果表明,边界元法是研究含裂纹介质中弹性波传播的有效工具。

关键词:边界元法;裂纹;弹性波传播;数值模拟

中图分类号: O39 **文献标识码:** A

Numerical Modeling of Elastic Waves Propagating in Cracked Media by the Indirect BEM

HAN Kai-feng, YIN Zi-an, ZENG Xin-wu

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The indirect boundary element method (BEM) is presented. The wave propagation in cracked media is solved by means of 2-D dynamic boundary integral equation. A 2-D BEM program is developed to model the elastic waves excited by a point explosive source propagating in the fractured rocks. Numerical results show that the BEM is an effective method for seismic wave modeling.

Key words: boundary element method; crack; elastic wave propagation; numerical modeling

近年来,含裂纹固体的弹性动力学性质在很多领域受到关注,尤其是在地球物理领域。对于研究波在这些复杂介质中的散射问题,很多弹性波场的理论仅仅局限于弱散射方面^[1],有些即便考虑了多次散射,但除了基本的数值逼近法外,很少对大裂缝或短波长的问题有效。弹性波散射的数值模拟是一种很有效的解释工具,如伪谱法、有限元法、有限差分法等^[2]。

20 世纪 60 年代边界元法^[3,4]作为数值方法被提出以来,已成功解决了弹性动力学的一些问题。与上述的数值模拟方法相比,它具有输入数据少、计算精度高等优点。由此可见,边界元法的研究有其实际意义和前景。

1 基本理论

假设裂纹的范围为 D ,其边界为 L (如图 1 所示),并在 L 上施加一组虚拟表面力 $\Phi_j(x')$,忽略体积力的影响,则由虚拟表面力 $\Phi_j(x')$ 引起的任意点 x 处的位移场可表示为^[5]:

$$u_i(x) = \int_L \Phi_j(x') G_{ij}(x, x') dL', \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

其中 $u_i(x)$ 是在 x 处位移场的第 i 个分量, Φ 的外法线矢量为 n 。 G_{ij} 是 Green 位移张量,表示由于作用在 x' 点 j 方向单位力而引起的 x 点 i 方向上的位移响应。

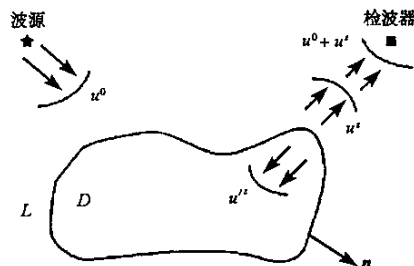


图 1 边界元模型结构图

Fig.1 Geometry of the problem

* 收稿日期: 2004-09-01
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40074025) 教育部优秀青年教师资助计划项目
作者简介: 韩开锋(1979-),男,博士生。

类似地,牵引力表示为:

$$t_i(x) = c_i \delta_{ij} \Phi_j(x) + \int_L \Phi_j(x') T_{ij}(x, x') \lambda dL', \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

其中, T_{ij} 是 Green 牵引力张量, 方程(2)中的面积分应理解为 Cauchy 主值积分, 且在 x' 处必须有唯一的切平面, 则当 x 自 D 内部趋近边界 L 时, $c_i = 0.5$; 反之, $c_i = -0.5$ 。

在通常情况下, 边界条件满足所有离散单元的应力和位移都保持连续, 即

$$u_i^Q(x) + u_i(x) = u_i'(x), \quad t_i^Q(x) + t_i(x) = t_i'(x) \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

其中, 等式(3)右边的项表示点 x 在 L 的内部。

把式(1)和(2)代入式(3), 然后用 Green 函数把式(3)离散成 M 个法向向量为 n_m 的线段 ΔL_m ($m = 1, 2, \dots, M$) 并假定每个线单元的应力密度为常数, 得到:

$$\sum_{m=1}^M \Phi_{jm}(x_m) G_{ij}(x_n, x_m) - \sum_{m=1}^M \Phi'_{jm}(x_m) G'_{ij}(x_n, x_m) = -u_{in}^0(x_n), \quad n = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \Phi_{jm}(x_m) \left[-\frac{1}{2} \delta_{nm} \delta_{ij} + T_{ij}(x_n, x_m) \right] - \sum_{m=1}^M \Phi'_{jm}(x_m) \left[\frac{1}{2} \delta_{nm} \delta_{ij} + T_{ij}(x_n, x_m) \right] \\ = -t_{in}^0(x_n), \quad n = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (5)$$

在典型的波的散射问题中, 总的位移场 u 可以表示为散射场 u^s 和自由场 u^0 之和, 即

$$u = u^s + u^0 \quad (6)$$

在解出了边界 L 上关于 Φ 的线性方程组之后, 通过数值积分来计算 L 外任意点 x 的第 i 个位移分量:

$$u_i(x) = u_i^Q(x) + \int_L \Phi_j(x') G_{ij}(x, x') \lambda dL', \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

上式可以离散化为:

$$u_i(x) = u_i^Q(x) + \sum_{m=1}^M \Phi_j(x'_m) G_{ij}(x, x'_m), \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

2 数值模拟算例及分析

采用如下源函数来模拟二维介质中的爆炸点源, 源函数的位移分量为:

$$\begin{cases} u_1(x_1, x_3, t) = g_1(x_1, x_3) f(t) \\ u_2(x_1, x_3, t) = 0 \\ u_3(x_1, x_3, t) = g_3(x_1, x_3) f(t) \end{cases} \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned} g_i(x_1, x_3) &= (x_i - x_{is}) \exp\{-a[(x_1 - x_{1s})^2 + (x_3 - x_{3s})^2]\}, \quad i = 1, 3 \\ f(t) &= (t - t_0) \exp[-\lambda(t - t_0)^2] \end{aligned}$$

x_{is} 是点源的中心点坐标, a 和 λ 为控制参数。

图 2 是爆炸点源产生的弹性波在无裂缝岩石中传播的二维波形图。由图可以看出, 由于介质是各向同性的, 波速与方向无关, 两个位移分量上的波形图是一样的, 也没有发生波形转换, 这与理论结果是一致的^[6]。 u_3 位移分量在某方向上的缺口是由源函数造成的。

图 3 是计算空间结构图, 爆炸点源位于 (30, 160) 处, 裂纹圆心坐标为 (90, 160), 裂纹半径长为 2.5m, 用 30 个单元离散化。平行 x_3 轴在 (120, 0) 处开始放置 65 个检波器, 间距为 5.0m。无限介质的拉梅常数和密度分别为 $\lambda = 25.168 \text{ GPa}$, $\mu = 12.584 \text{ GPa}$, $\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$ 。

图 4 是爆炸点源产生的波在含有一个圆形干裂纹的无限介质中传播的波形图。图 4 中明确显示, 裂纹的存在使得介质表现出各向异性特征, 波形发生了转换, 在两个位移分量上都产生了横波, 而且在 x_1 方向上散射更明显。

当裂纹充水时, 由于界面的作用, 产生了反射波、透射波, 且发生了波形转换, 如图 5 所示。与干裂纹相比, 由于裂纹充水, 介质的各向异性程度下降, 纵波向横波转化的幅度比含干裂纹时要小。

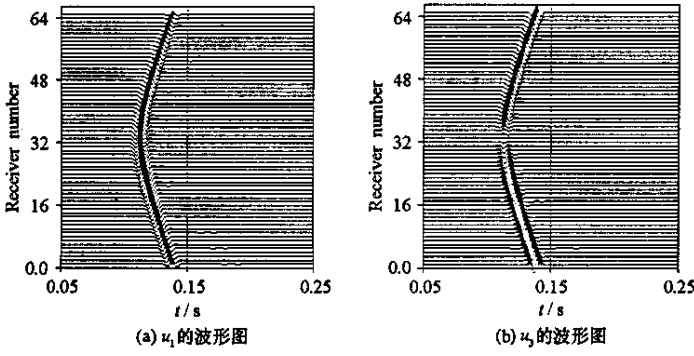


图2 爆炸点源产生的弹性波在无裂缝介质中传播波形图

Fig.2 Displacement time section for wave propagation in the media without any cracks

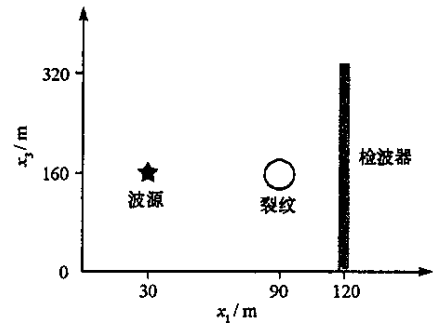


图3 介质结构图

Fig.3 Structure of media

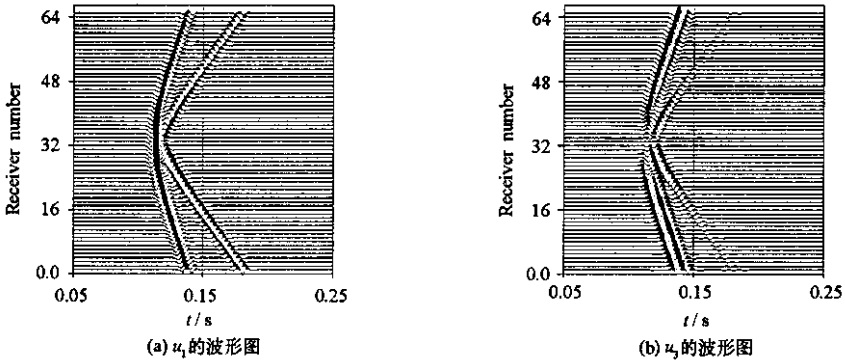


图4 爆炸点源产生的弹性波在含一个圆形干裂纹介质中传播波形图

Fig.4 Displacement time section for wave propagation in the media containing one circular dry crack

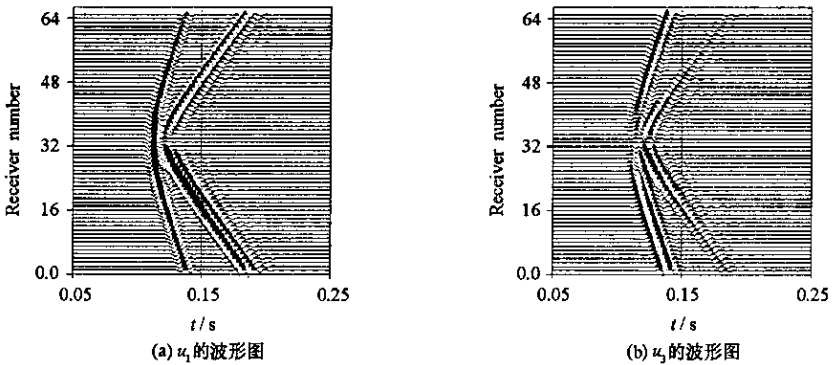


图5 爆炸点源产生的弹性波在含一个圆形充水裂纹介质中传播波形图

Fig.5 Displacement time section for wave propagation in the media containing one circular water-filled crack

图6是无限介质中含有两个圆形干裂纹时的波形图,裂纹圆心位置分别为(90,130)和(90,190),其余参数和图4情况相同。从图6中可以观察到,每个裂纹不仅单独产生了散射波,而且裂纹边界间也出现了相互作用的相。反过来,如果已知波在介质中的传播速度,由以下波形图可以很容易地确定裂纹间的相对距离。

图7显示了无限介质中含有四个圆形干裂纹时的散射情况,其中,裂纹圆心坐标分别为(90,130),(90,190),(100,130)和(100,190),其余参数和图4情况相同。比较图6和图7可以发现,图7中显示了更多的散射波相,但是幅度较弱,这是由于入射波的一部分能量在到达后面的两个裂纹前已被前面的两个裂纹散射到接受器无法记录的区域了。

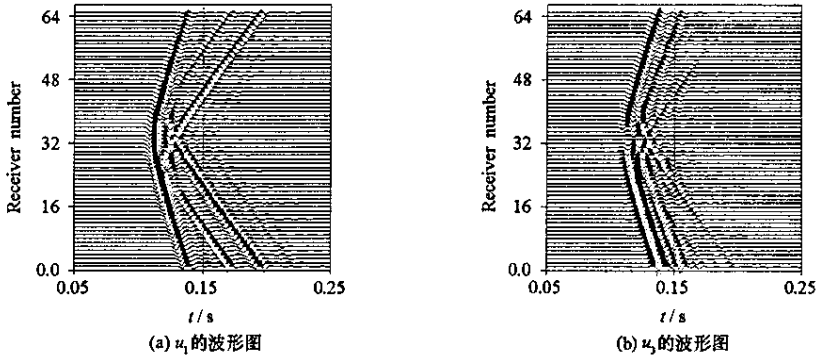


图 6 爆炸点源产生的弹性波在含两个圆形干裂纹介质中传播波形图

Fig.6 Displacement time section for wave propagation in the media containing two circular dry cracks

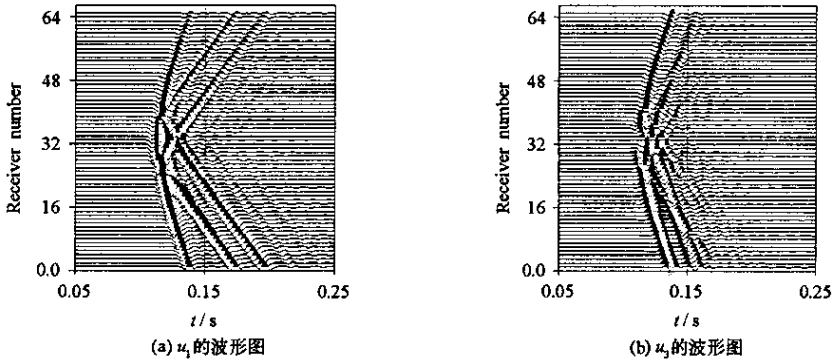


图 7 爆炸点源产生的弹性波在含四个圆形干裂纹介质中传播波形图

Fig.7 Displacement time section for wave propagation in the media containing four circular dry cracks

同样,由程序可以很容易得到波在含更多裂纹的介质中传播波形图,与前面算例相比,含多个裂纹的介质中将很难区分具体的散射波相,这种情况下我们将对多裂纹散射的统计特性感兴趣。

3 结 论

边界元法可以很好地模拟爆炸点源产生的弹性波在二维均匀各向同性/各向异性介质中的传播问题。当介质是各向同性时,波的成分相对简单,如果介质是各向异性的,则波在传播时会发生复杂的波形转换。

介质中含干裂纹比含充水裂纹对波型转化的影响大,随着裂纹数目的增加,波的散射程度也更加复杂,这种情况下采用统计方法分析比较有意义。

参 考 文 献:

[1] Liu E, Zhong Z J, Niu B H. BEM Simulation of Multiple Scattering of Elastic Waves by Cracks [J]. Proc. Int. Conf. Boundary Element Techniques, 1999, 7: 59 - 66.

[2] 张光莹, 曾新吾. 用伪谱法模拟各向异性/非均匀介质中弹性波的传播 [J]. 国防科技大学学报, 2002, 24: 18 - 22.

[3] 钟伟芳, 钱维平. 各向异性体内含任意孔洞对反平面波散射的边界元方法 [J]. 固体力学学报, 1990, 12(4): 285 - 297.

[4] Benites R, Aki K, Yomogida K. Multiple Scattering of SH Waves in 2-D Media with Many Cavities [J]. Pure appl. Geophys, 1992, 138: 353 - 390.

[5] Pointer L E, Hudson J A. Numerical Modeling of Seismic Waves Scattered by Hydrofractures: Application of the Indirect Boundary Element Method [J]. Geophys. J. Int., 1998, 135: 289 - 303.

[6] 黎在良, 刘殿魁. 固体中的波 [M]. 北京: 科学出版社, 1995: 46 - 54.

