

固体中的高压声速*

汤文辉

(国防科技大学 理学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 高压声速是表征凝聚介质在极端条件下性质的重要参数之一。从冲击绝热线和 Gruneisen 物态方程出发, 导出了与冲击绝热线相容的等熵线, 进而给出了沿等熵压缩线和等温压缩线以及冲击绝热线的声速的计算公式。对铝和钨的 Hugoniot 声速进行了计算, 计算结果与实验结果符合得很好。

关键词: 高压声速; 冲击绝热线; 等熵线; 等温压缩

中图分类号: O422.1 **文献标识码:** A

The Sound Velocity of the Solids under High Pressure

TANG Wen-hui

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The sound velocity of the materials at sufficiently high pressure is an important quantity reflecting material qualities under extreme conditions. In this paper, from the shock adiabatics and the Gruneisen equation of state, an isentropic, which corresponds to shock adiabatics, is delivered, and the formulas of calculating sound velocity along isentropic and isothermal compression, as well as the Hugoniot curves, are presented. The Hugoniot sound velocities of aluminum and tungsten are calculated. The calculated results are in good accord with the experimental results.

Key words: sound velocity under high pressure; shock adiabatics; isentropic; isothermal compression

高压声速是表征凝聚介质在极端条件下性质的重要参数之一, 对于高压熔化和高压相变研究具有重要意义^[1]。从物理学角度看, 高压状态可通过等熵压缩、等温压缩或冲击压缩等手段实现。从实验技术角度看, 等熵压缩是非常困难的, 至今还无法实现严格的等熵压缩; 等温压缩虽然可实现, 但难以获得很高的压力; 冲击压缩不仅容易实现, 而且可获得较高压力, 例如通过炸药爆轰驱动或二级压缩气体炮加速飞片碰撞靶板, 可获得 300GPa 以上的高压状态。然而, 声速是以等熵过程来定义的一个热力学变量, 它反映了在一定的压力下, 保持熵不变时, 压力与密度(或比容)之间的相互关系, 它随压力而变化。由声速的定义可知, 要从理论上获得高压声速, 必须首先确定出等熵压缩线或等熵压力对比容的导数。而且, 即使获得了等熵线或等熵压力对比容的导数, 也不能直接得到等温压缩和冲击压缩状态的声速。

1 计算公式的推导

声速 c 的定义式为

$$c^2 = -V^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_S \quad (1)$$

其中, P 为压强, V 为比容, S 为熵。显然, 要得到固体在等熵压缩下的声速, 首先必须获得等熵压缩线。但是, 至少到目前为止, 从实验上还难以得到等熵压缩数据, 常用描述等熵过程的 Mumaghan 方程、Bich 方程等都只是近似的经验关系, 一般只适合于较低压力范围。由于实验技术的限制, 现有的高压数据 ($P-V$ 关系) 主要为冲击压缩数据, 它范围宽广、精度高, 因此可作为确定各种高压状态的基础。

Gruneisen 物态方程在较宽广的压力范围内对各种固体是普适的, 可表示为

* 收稿日期: 2004-12-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10276039)

作者简介: 汤文辉(1964—), 男, 教授, 博士。

$$P(V) - P_c(V) = \frac{\gamma}{V} [E(V) - E_c(V)] \quad (2)$$

其中 P_c 和 E_c 分别为冷压和冷能, γ 为 Gruneisen 系数, E 为与压力 P 相应的比内能。

等熵压缩态和冲击压缩态都是热力学平衡状态,因而都满足 Gruneisen 方程,所以有

$$P_H(V) - P_c(V) = \frac{\gamma}{V} [E_H(V) - E_c(V)] \quad (3)$$

$$P_S(V) - P_c(V) = \frac{\gamma}{V} [E_S(V) - E_c(V)] \quad (4)$$

将(4)式减去(3)式有

$$P_S(V) - P_H(V) = \frac{\gamma}{V} [E_S(V) - E_H(V)] \quad (5)$$

其中 $P_H(V) = \frac{\rho_0 c_0^2 (1 - V/V_0)}{[1 - s(1 - V/V_0)]^2}$, $E_H(V) = \frac{1}{2} P_H(V_0 - V) + E_0$ 。 P_H 和 E_H 分别为冲击压力和相应的比内能, E_0 为初始状态的比内能, ρ_0 为初态密度, c_0 和 s 为冲击波速度 D 与质点速度 u 之间线性关系式 $D = c_0 + su$ 中的常数, P_S 和 E_S 分别为等熵线上的压力和比内能。

将(5)式对 V 求导,并利用热力学关系 $P_S = -(\partial E/\partial V)_S$ 得到

$$\frac{dP_S}{dV} + P_S \frac{\gamma}{V} \left[1 - \left(\frac{V}{\gamma} \right)^2 \frac{d}{dV} \left(\frac{\gamma}{V} \right) \right] = P_H \frac{\gamma}{V} \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{V}{\gamma} \right)^2 \frac{d}{dV} \left(\frac{\gamma}{V} \right) \right] + \frac{dP_H}{dV} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma}{V} (V_0 - V) \right] \quad (6)$$

采用常用的近似关系 $\gamma/V = \gamma_0/V_0$, 式(6)可简化为

$$\frac{dP_S}{dV} + \frac{\gamma_0}{V_0} P_S = \frac{1}{2} \frac{\gamma_0}{V_0} P_H + \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\gamma_0}{V_0} (V_0 - V) \right] \frac{dP_H}{dV} \quad (7)$$

上式是一个一阶常微分方程,解之可得

$$P_S = e^{\gamma_0(\eta - \eta_i)} \left[P_i + \rho_0 c_0^2 \int_{\eta_i}^{\eta} \frac{1 + sx - \gamma_0 x}{(1 - sx)^3} e^{-\gamma_0(\eta_i - x)} dx \right], \eta = 1 - \frac{V}{V_0} \quad (8)$$

其中 η_i, P_i 为等熵线上某已知点的参数。若等熵线起始于常态(等熵压缩),则 $P_i = 0, \eta_i = 0$, 这时(8)式简化为

$$P_S = \rho_0 c_0^2 e^{\gamma_0 \eta} \int_0^{\eta} \frac{1 + sx - \gamma_0 x}{(1 - sx)^3} e^{-\gamma_0 x} dx \quad (9)$$

式(9)就是与 Hugoniot 线相容的等熵压缩线。只要 Gruneisen 方程和冲击绝热线没有问题(它们恰好是研究固体高压物性的基础), (9)式在热力学上就是基本严格的。

将(9)式代入(1)式,容易得到沿等熵压缩线的声速为

$$c^2 = \frac{\rho_0^2 c_0^2}{\rho^2} \frac{1 + s\eta - \gamma_0 \eta}{(1 - s\eta)^3} + \frac{\gamma_0 \rho_0}{\rho^2} P_S \quad (10)$$

因此,联立方程(9)和(10),就可计算出等熵压缩过程中不同压力下的声速。

某冲击压缩状态的声速,可通过一条经过该冲击压缩状态的等熵线得到,因为该等熵线在给定冲击压缩状态的斜率反映了冲击压缩状态的声速。冲击压缩状态的比容和压力可采用冲击波关系严格求出,因此令 $P_i = P_H, \eta_i = \eta_H = 1 - V_H/V_0$, 代入(8)式,即得到经过某冲击压缩状态的等熵线 P_{SH} 为

$$P_{SH} = e^{\gamma_0(\eta - \eta_H)} \left[P_H + \rho_0 c_0^2 \int_{\eta_H}^{\eta} \frac{1 + sx - \gamma_0 x}{(1 - sx)^3} e^{\gamma_0(\eta_H - x)} dx \right] \quad (11)$$

将上式代入(1)式,得到冲击压缩态声速(通常称为 Hugoniot 声速)的表达式为

$$c_H^2 = -V^2 \frac{dP_{SH}}{dV} \Big|_{V_H}$$

最后有

$$c_H^2 = \frac{c_0^2 (1 - \eta_H)^2}{(1 - s\eta_H)^3} (1 + s\eta_H - s\gamma_0 \eta_H^2) \quad (12)$$

应该说明, Hugoniot 声速在不少文献中都有介绍, 但都是直接利用(7)式得到的^[1], 即将(7)式代入(1)式, 并令 $P_s = P_H$ 。这样得到的结果与(12)式是完全一样的, 但因为没有得到等熵线, 所以无法计算沿等熵线和等温线的声速。

同理, 某等温压缩状态的声速, 可通过一条经过该等温压缩状态的等熵线得到。显然, 这样一条等熵线仍可通过(8)式给出。若等温压缩态的压力和压缩度分别为 P_T, η_T , 将 $P_i = P_T, \eta_i = \eta_T = 1 - V_T/V_0$ 代入(8)式, 便得到经过给定等温状态的等熵线。因此, 等温压缩状态的声速可得到为

$$c_T^2 = \frac{V^2}{V_0} \left[\gamma_0 P_T + P_T + \frac{c_0^2 (1 + s\eta_T - \gamma_0 \eta_T^2)}{(1 - s\eta_T)^3} \right] \quad (13)$$

2 计算结果与比较

遗憾的是, 没有沿等熵压缩线和等温压缩线的声速的实验数据, 所以对(14)式和(17)式无法进行直接检验, 但有冲击压缩状态的声速的实验数据, 利用公式(12)计算了铝和钨的声速, 分别如图 1、图 2 所示, 其中实线为本文计算结果, 四方块为实验结果。计算中所用材料参数及铝和钨的实验数据分别取自文献[2]和[3]。可以看出, 理论计算结果与实验结果是相符的。

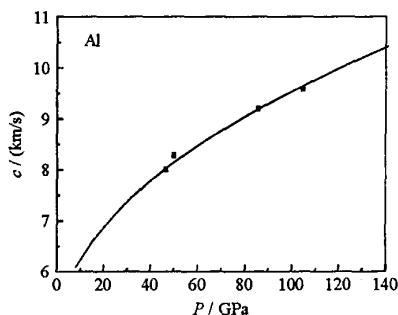


图 1 铝的声速随冲击压力的变化

Fig. 1 Comparison of the Hugoniot sound velocity between calculation and experimental results for aluminum

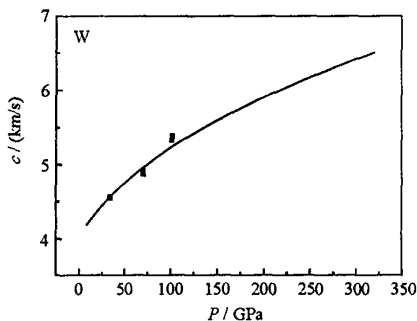


图 2 钨的声速随冲击压力的变化

Fig. 2 Comparison of the Hugoniot sound velocity between calculation and experimental results for tungsten

3 结论

本文以冲击绝热线和 Gruneisen 物态方程为基础给出了相应的等熵线方程, 进而给出了固体沿等熵压缩线、冲击绝热线和等温压缩线的声速, 其中等熵线方程和沿等熵压缩线及等温压缩线的声速为本文首先给出。本文所给出的等熵线(8)式既适合等熵压缩过程, 也适合经过任意已知参数的状态点的等熵线, 例如经过任意 Hugoniot 状态和任意等温压缩态的等熵线。虽然该等熵线不具有简单的代数形式, 但它在热力学上与冲击绝热线相容, 因而具有适用范围宽(与冲击绝热线的适用范围相同)、精度高等优点。基于同样的理由, 本文所给出的沿等熵压缩线和等温压缩线的声速的计算公式也是可靠的。

参考文献:

- [1] 经福谦. 实验物态方程导引[M]. 第二版, 北京: 科学出版社, 1999.
- [2] Asay J R, Chhabildas L C, Kerley G I, et al. High Pressure Strength of Shocked Aluminum[A]. In: Shock Waves in Condensed Matter[C]. edited by Gupta Y M. New York: Plenum Press, 1986:145.
- [3] Chhabildas L C, Asay J R, Barker L M. Shear Strength of Tungsten Under Shock and Quasi-isentropic Loading to 250GPa[R]. Rep. SAND88-0306 Sandia Natl Lab, Albuquerque. 1988.

